REGIONE PIEMONTE

POLITECNICO DI TORINO 1859 1906

Valutazione delle risorse idriche utilizzabili per obiettivi multipli attraverso la realizzazione di alcuni grandi invasi artificiali in Piemonte

RELAZIONE FINALE

Bando sulla ricerca scientifica applicata
CIPE 2003

Gennaio 2007

BANDO SULLA RICERCA SCIENTIFICA APPLICATA - CIPE 2003

VALUTAZIONE DELLE RISORSE IDRICHE UTILIZZABILI PER OBIETTIVI MULTIPLI ATTRAVERSO LA REALIZZAZIONE DI ALCUNI GRANDI INVASI ARTIFICIALI IN PIEMONTE

Progetto Finanziato dalla REGIONE PIEMONTE

RELAZIONE FINALE
(Gennaio 2007)

Regione Piemonte
Direzione Risorse Idriche

Referente
Ing. Aldo LEO

Politecnico di Torino
*Dipartimento di Idraulica, Trasporti ed infrastru **t**ure Civili (DITIC)*

*Responsabile del**l** a ricerca:* ***Pierluigi Claps***
*Co **l**laboratore al**l** a ricerca:* ***Francesco Laio***
Borsista:
Alberto Viglione

REGIONE PIEMONTE
Direzione regionale Risorse Idriche

POLITECNICO DI TORINO
DITIC – Dipartimento di Idraulica, Trasporti e Infrastrutture Civili

Indice

Introduzione **1**

I Metodi statistici di analisi regionale dei deflussi **7**

1 Analisi di Frequenza Regionale **9**
1.1 Obiettivi dell'analisi di frequenza 9
1.2 Metodo della grandezza-indice 12

2 Regionalizzazione della grandezza-indice **15**
2.1 Scelta della grandezza-indice 16
2.2 Analisi di regressione lineare 17
2.2.1 Regressione lineare semplice 18
2.2.2 Regressione lineare multipla 19
2.3 Stima della grandezza-indice 21
2.3.1 Scelta del migliore modello regressivo 22
2.3.2 Verifiche di adeguatezza del modello 27

3 Regionalizzazione della curva di crescita **33**
3.1 Formazione delle regioni 35
3.2 Selezione di un modello per la curva di crescita 39

4 Variabili di classificazione per la formazione delle regioni **43**
4.1 Test di Mantel 46
4.1.1 Test di Mantel semplice 46
4.1.2 Test di Mantel parziale 48
4.2 Identificazione delle variabili di classificazione 50

5 Test di omogeneità per l'Analisi di Frequenza Regionale **53**
5.1 Test di omogeneità 54
5.1.1 Le misure di eterogeneità di Hosking e Wallis 55
5.1.2 Il test di Anderson-Darling su k campioni 56

5.1.3 Test di Durbin e Knott . . . 58
5.2 Principi per il confronto tra i test . . . 59
5.3 Risultati . . . 61
5.3.1 Caso studio principale . . . 61
5.3.2 Analisi di sensitività . . . 64
5.4 Discussione dei risultati . . . 66

II Valutazione della disponibilità idrica in Piemonte 69

6 Analisi Regionale del deflusso annuo 71
6.1 Dati utilizzati . . . 72
6.2 Stima della grandezza-indice . . . 77
6.3 Regionalizzazione della curva di crescita . . . 82
6.3.1 Confronto con le formule SIMPO . . . 93
6.4 Utilizzo del modello regionale . . . 95

7 Regionalizzazione dei regimi idrologici 99
7.1 Regimi idrometrici e pluviometrici in Piemonte . . . 99
7.2 Serie di Fourier . . . 102
7.2.1 Stima dei coefficienti della serie per gli afflussi e i deflussi mensili . . . 104
7.2.2 Regionalizzazione dei coefficienti della serie per i deflussi mensili . . . 106
7.3 Stima dei deflussi mensili in sezioni sprovviste di dati . . . 108
7.3.1 Confronto con le formule SIMPO . . . 109
7.4 Rappresentatività del regime idrometrico medio . . . 111

8 Regionalizzazione dei deflussi nei perodi critici dell'anno 113
8.1 Identificazione dei periodi critici . . . 115
8.1.1 Bilanci idrici . . . 115
8.1.2 Confronto tra curve di richiesta e di disponibilità . . . 118
8.1.3 Deflussi nei periodi critici . . . 121
8.2 Regionalizzazione dei deflussi nei periodi critici . . . 124
8.2.1 Deflussi critici per le irrigazioni umettanti . . . 124
8.2.2 Deflussi critici per le irrigazioni a sommersione . . . 131

III Applicazione dei metodi a sezioni fluviali di interesse 137

9 Curve di possibilità di regolazione 139
9.1 Teoria . . . 141
9.1.1 La regolazione pluriennale . . . 141

9.1.2 La regolazione stagionale . . . 142
9.1.3 La condizione iniziale del serbatoio . . . 143
9.1.4 La regolazione totale . . . 143
9.2 Applicazione . . . 144

10 Descrizione dei progetti di invasi in Piemonte 147
10.1 L'invaso dello Stura di Viù a Combanera . . . 147
10.2 L'invaso del Maira a Stroppo . . . 149
10.3 L'invaso dello Stura di Demonte a Moiola . . . 151
10.4 L'invaso del Mastallone a Cravagliana . . . 154
10.5 L'invaso del Sessera a Miste . . . 156
10.6 L'invaso dell'Orba ad Ortiglieto . . . 158

11 Grandezze di riferimento 161
11.1 Grandezze morfometriche dei bacini . . . 161
11.2 Grandezze climatiche dei bacini . . . 172
11.2.1 Afflusso medio annuo sui bacini . . . 172
11.2.2 Indici climatici sui bacini . . . 176
11.3 Curve caratteristiche degli invasi . . . 177
11.4 Domanda idrica agli invasi . . . 184
11.4.1 Stima del fabbisogno irriguo a valle degli invasi . . . 184
11.4.2 Domanda idrica a valle degli invasi . . . 188

12 Applicazione dei metodi proposti agli invasi in progetto 191
12.1 Curve di frequenza del deflusso annuo . . . 192
12.1.1 Deflusso medio annuo . . . 192
12.1.2 Curve di crescita . . . 193
12.2 Regimi idrometrici . . . 196
12.3 Curve di frequenza dei deflussi nei periodi critici . . . 198
12.3.1 Deflussi medi nei periodi critici . . . 198
12.3.2 Curve di crescita . . . 199
12.3.3 Utenza idrica promiscua . . . 202
12.4 Curve di possibilità di regolazione delle dighe in progetto . . . 204

13 Generazione sintetica dei deflussi 217
13.1 Il modello DREAM . . . 217
13.1.1 Intercezione della vegetazione e depressioni superficiali . . . 218
13.1.2 Perdite del suolo . . . 220
13.1.3 Bilancio idrologico del suolo . . . 221
13.1.4 Routing superficiale . . . 223

13.2 Applicazione del modello DREAM a bacini piemontesi 224
13.3 Scenari di utilizzazione degli invasi 231
13.3.1 Confronto tra curve regionalizzate e curve sintetiche 231
13.3.2 Analisi delle fallanze 236

14 Effetto di laminazione degli invasi 243
14.1 Indici speditivi di laminazione 243
14.1.1 Indici proposti in letteratura 245
14.1.2 L'indice sintetico di attenuazione delle piene 246
14.2 Valutazione dell'indice SFA per le dighe in progetto 248

Conclusioni 251

Elenco delle tabelle 255

Elenco delle figure 261

Bibliografia 291

Appendici 301

A Breve introduzione alla regressione lineare 303
A.1 Regressione lineare semplice 303
A.1.1 Metodo dei Minimi Quadrati Ordinari 304
A.1.2 Coefficiente di determinazione 306
A.1.3 Test di significatività della variabile esplicativa 306
A.1.4 Intervalli di confidenza della media della stima 307
A.1.5 Intervalli di predizione di osservazioni 307
A.2 Regressione lineare multipla 308
A.2.1 Metodo dei Minimi Quadrati Ordinari 309
A.2.2 Coefficiente di determinazione 310
A.2.3 Test di significatività delle variabili esplicative 310
A.2.4 Intervalli di confidenza della media della stima 310
A.2.5 Intervalli di predizione di osservazioni 311
A.3 Adeguatezza del modello 311

B Breve introduzione alla cluster analysis 315
B.1 Considerazioni teoriche 315
B.2 Applicazione 317
B.2.1 Selezione della misura di prossimità tra unità 317
B.2.2 Selezione della tecnica di raggruppamento delle entità 318

C L-momenti **325**
C.1 Distribuzioni di probabilità . . . 325
C.2 Stimatori . . . 327
C.3 Momenti . . . 328
C.4 L-momenti delle distribuzioni di probabilità . . . 329
C.5 Proprietà degli L-momenti . . . 331
C.6 L-momenti campionari . . . 332
C.7 Momenti e L-momenti . . . 334
C.8 Stima dei parametri mediante gli L-momenti . . . 335

D Distribuzioni di Probabilità **337**
D.1 Distribuzione Uniforme . . . 337
D.2 Distribuzione Esponenziale . . . 339
D.3 Distribuzione di Gumbel . . . 341
D.4 Distribuzione Normale . . . 342
D.5 Distribuzione di Pareto Generalizzata . . . 344
D.6 Distribuzione Generalizzata del Valore Estremo . . . 347
D.7 Distribuzione Logistica Generalizzata . . . 349
D.8 Distribuzione Lognormale . . . 351
D.9 Distribuzione di Pearson Tipo III . . . 354
D.10 Distribuzione Kappa . . . 359

Introduzione

Negli ultimi anni si sono evidenziati numerosi eventi climatici a carattere “critico”, che hanno avuto l’effetto di acuire l’attenzione nei riguardi delle ricerche sugli effetti dell’innalzamento della temperatura globale, con tutto il corollario di possibili implicazioni (alcune già visibili) sul ciclo idrologico. Anche se le attuali previsioni sull’interazione tra clima e ciclo idrologico sono soggette a margini di incertezza molto ampi, che impongono la massima cautela nell’interpretazione dei risultati, lo scenario che emerge in relazione ad una intensificazione dell’effetto serra indica una globale diminuzione delle risorse idriche utilizzabili. Tale diminuzione è determinata essenzialmente da una loro diversa distribuzione nel tempo e nello spazio, originata dalle modificazioni dell’equilibrio tra precipitazioni liquide e nevose, evapotraspirazione, umidità del suolo e dei deflussi che alimentano i corpi idrici (fiumi, laghi, acquiferi). Sembra verosimile comunque che, alle medie latitudini, l’aumento di temperatura possa trasformare gran parte delle precipitazioni nevose in precipitazioni liquide e anticipare lo scioglimento del manto nevoso: due effetti che, abbinati all’aumento dell’evapotraspirazione causato dal surriscaldamento, sono in grado di ridurre in modo consistente l’umidità del suolo nei mesi estivi e di inizio autunno. Ricerche in atto sull’argomento mostrano che gli ambienti nivo-glaciali sono quelli più sensibili alle variazioni climatiche, sia con riferimento al rischio di piena, in quanto tende a perdere importanza l’effetto di riduzione delle aree contribuenti determinato dall’accumulo nivale, sia sull’affidabilità dei sistemi idrici non regolati, nei quali in futuro potrebbe verificarsi uno sfasamento dei regimi idrometrici rispetto alle necessità irrigue.

Con riferimento alla costruzione di grandi dighe, il crescere della sensibilità dell’opinione pubblica nei riguardi della conservazione dell’ambiente ha determinato, soprattutto nei paesi avanzati, un forte rallentamento nella progettualità ed anche nell’attuazione di progetti già approvati riguardanti invasi artificiali. Se in alcuni casi i dubbi riguardo all’efficacia complessiva di opere costruite in passato sono leciti, si può rilevare che la componente emotiva, che oggi si associa quasi sempre in modo negativo ad un progetto di invaso artificiale, non sempre è preceduta da una adeguata e serena fase di valutazione dei benefici associati alla costruzione di un invaso. Ad esempio, in contesti climatici generalmente caratterizzati da carenze idriche, come in Italia meridionale, i numerosi invasi costruiti rappresentano un patrimonio irrinunciabile, specie nei casi in cui provvedono al soddisfacimento di usi idropotabili. In presenza di queste opere, si rivela poi essenziale la possibilità di interconnessione degli invasi stessi e di integrazione degli

apporti mediante derivazione da corsi d'acqua limitrofi, configurando schemi idrici complessi, che hanno maggiori possibilità di far fronte ai deficit idrici. Riguardo alle ipotesi relative alla costruzione di nuove dighe (o di rivalutazione delle destinazioni d'uso di dighe esistenti) sarebbe certamente auspicabile procedere per successive approssimazioni, costruendo innanzitutto un quadro di alternative che dimostri le effettive possibilità di utilizzazione della risorsa idrica, con i relativi vantaggi. Questi aspetti non sostituiscono, anzi integrano, le fondamentali fasi relative alle analisi di impatto, che non devono trascurare i benefici che derivano, tra l'altro, anche dall'azione di laminazione delle piene esercitata da queste opere.

L'obiettivo di questo lavoro è duplice: da un lato quello di focalizzare, dal punto di vista idrologico, le modalità con le quali sono naturalmente disponibili le risorsi idriche in corrispondenza di sezioni fluviali di interesse; dall'altro quello di specificare le possibilità di utilizzazione dell'acqua in relazione a diverse categorie di usi. In altri termini, si è cercato di costruire un quadro di riferimento oggettivo, in quanto limitato alla componente naturale di risorsa idrica, tramite il quale possano essere confrontate diverse configurazioni di volume di invaso e di uso dell'acqua in relazione alle possibilità di utilizzazione della risorsa. I risultati dello studio sono stati applicati ad alcune sezioni fluviali interessanti ai fini di valutare ipotesi di costruzione di invasi: Combanera (Valli di Lanzo), Stroppo (Valle Maira), Moiola (Valle Stura di Demonte), Cravagliana e Miste (Val Sesia) ed Ortiglieto (Valle Orba), ma hanno caratteristiche di generalità tali da poter fornire elementi di valutazione delle modalità di regolazione di volumi di invaso sia per casi allo stadio di ipotesi che per casi di dighe esistenti.

I metodi che sono stati utilizzati sono essenzialmente metodi statistici di regionalizzazione dell'informazione idrologica per quanto riguarda la valutazione delle risorse idriche nelle sezioni di interesse, corredati da metodi deterministici per la definizione delle alternative gestionali possibili con riferimento ad obiettivi diversificati di soddisfacimento dell'utenza. La parte di valutazione delle risorse idriche qui sviluppata è stata confrontata con i risultati degli studi per la predisposizione del Piano di Tutela delle Acque. La parte dedicata alla simulazione del sistema invaso-utilizzazione, è invece basata sulla costruzione di modelli per la generazione di serie sintetiche di deflusso a scala mensile. Scopo finale dell'applicazione dei metodi menzionati è la costruzione di scenari di utilizzo della risorsa idrica tramite le capacità di invaso.

L'insieme degli studi qui proposti rappresenta una significativa occasione per il sistema territoriale piemontese per sottoporre a verifica le ipotesi alla base della concezione e della progettazione di alcuni nuovi invasi. Tali studi possono essere inquadrati nell'ambito di azioni che la Regione Piemonte sta sviluppando in relazione alla gestione delle risorse idriche. Tra queste, sono da citare le iniziative finalizzate alla sistematizzazione della conoscenza relativa alle derivazioni (catasto), agli usi del settore irriguo ed industriale, alla relazione tra usi e qualità delle acque. L'insieme delle problematiche, che trovano un momento di sintesi nel del Piano di Tutela delle Acque, risulta strettamente connessa a questo lavoro, specialmente riguardo alla valutazione degli effetti di opere di sbarramento sulle possibilità di utilizzazione delle risorse idriche superficiali.

La relazione agli studi effettuati in questo lavoro è stata suddivisa in tre parti: prima di tutto vengono descritti da un punto di vista teorico i metodi statistici di analisi regionale dei deflussi, con particolare enfasi alle novità apportate durante lo svolgimento dello studio; la seconda parte è invece dedicata all'utilizzazione di questi metodi per la valutazione della disponibilità idrica superficiale in Piemonte; infine i risultati ottenuti sono stati applicati alle sezioni di interesse dello studio, insieme a tecniche modellistiche per la generazione sintetica dei deflussi. Qui di seguito le tre parti vengono introdotte con maggiore dettaglio.

Metodi statistici di analisi regionale dei deflussi

Alla scala regionale le reti di monitoraggio forniscono misure puntuali delle grandezze idrologiche e climatiche. Tuttavia, per molti problemi pratici dell'idrologia, è importante poter disporre di informazioni che siano non solo accurate, ma anche diffuse sul territorio. Inoltre le serie storiche misurate sono spesso brevi al punto da rendere il campione inadeguato ai fini dell'inferenza statistica su base locale. Lo scopo specifico dell'analisi di frequenza regionale applicata a variabili idrologiche è di utilizzare i dati raccolti in molti punti, attraverso le reti di monitoraggio, per caratterizzare siti di particolare interesse ma non strumentati. Quanto detto vale per qualsiasi variabile idrologica: sia essa di tipo puntuale, come ad esempio l'afflusso o la temperatura, che cumulata. In questo lavoro si farà riferimento al deflusso fluviale che, per definizione, non caratterizza un singolo punto, ma tutto ciò che sta "a monte" della sezione di interesse. La stima dei deflussi in bacini non strumentati è un argomento sul quale la comunità scientifica internazionale da sempre esprime interesse, e su cui recentemente è stata avviata una iniziativa di rilievo: il progetto PUB (Prediction in Ungauged Basins) promosso dall'International Association of Hydrological Sciences (Sivapalan et al., 2003).

L'analisi di frequenza regionale può essere considerata un argomento di ricerca "classico" in idrologia. Rispetto a quanto è già stato trattato in letteratura, i contributi innovativi che questo lavoro presenta sono rivolti all'individuazione di procedure statistiche oggettive (non-supervised), e basate sull'analisi dei dati (data-driven), per determinare quali caratteristiche (di sito o di bacino) spiegano meglio la variabilità delle curve di frequenza della grandezza idrologica di interesse.

Il metodo di analisi di frequenza regionale considerato è quello della *grandezza-indice* (Capitolo 1), che è senza dubbio il metodo attualmente più utilizzato. Tale metodo scinde l'analisi della distribuzione di frequenza della variabile in due parti: il parametro di scala, o grandezza-indice, considerato variabile in maniera continua sul territorio, e la distribuzione adimensionalizzata, o *curva di crescita*, che si ritiene essere la stessa per tutti i siti appartenenti alle cosiddette *regioni omogenee*. Per quanto riguarda la prima parte, nel Capitolo 2 viene discussa una procedura completa di regressione multipla per derivare relazioni regionali che legano la grandezza-indice alle caratteristiche dei siti (o dei bacini idrografici). La formazione delle regioni (Capitolo 3), invece, viene effettuata valutando la similitudine tra i siti in termini di alcuni descrittori, detti *variabili di classificazione* che, si presume, permettano di spiegare la variabilità della forma delle

distribuzioni di frequenza. La scelta di queste grandezze è spesso condotta in maniera soggettiva, e costituisce per questo motivo una fase delicata della procedura. Un metodo statistico oggettivo di scelta delle variabili di classificazione per la formazione delle regioni omogenee, basato sul concetto di distanza/somiglianza tra entità, è descritto nel Capitolo 4.

La valutazione dell'omogeneità delle regioni, infine, viene eseguita tramite test di omogeneità, altro punto critico nell'analisi di frequenza regionale. Molti test sono stati proposti in letteratura ma un confronto generale tra di essi non era ancora stato fatto. Il Capitolo 5 è dedicato a questo tipo di confronto: si riportano i risultati ottenuti in Viglione et al. (2006b) dove quattro test di omogeneità vengono confrontati con un'impostazione di carattere generale.

Valutazione della risorsa idrica superficiale in Piemonte

In anni recenti, in diverse aree della Penisola Italiana, si sono verificati gravi riduzioni delle precipitazioni che hanno mostrato la non sufficienza delle infrastrutture di approvvigionamento idrico anche nelle regioni settentrionali, dove tale problema può considerarsi "storicamente nuovo". Tra queste regioni il Piemonte non è immune alla problematica e la carenza di disponibilità idrica ha assunto connotati più o meno gravi a seconda delle zone. Da ciò nasce l'esigenza di riorganizzare l'utilizzazione idrica Piemontese, specialmente nel settore irriguo. La ricostruzione della variabile deflusso, a scala regionale, riveste quindi il ruolo centrale nella valutazione della risorsa idrica di un territorio.

La metodologia proposta nella prima parte del lavoro è stata applicata all'analisi regionale del deflusso annuo in Piemonte e Valle d'Aosta ed i risultati, già presentati in Viglione et al. (2006a), sono discussi nel Capitolo 6. L'analisi regionale è stata inoltre applicata a scala temporale intra-annuale per la stima della forma dei regimi idrologici (Capitolo 7) e dei deflussi critici in più mesi consecutivi (Capitolo 8), grandezze utili alla determinazione della disponibilità idrica di un territorio. Tale analisi statistica per la valutazione degli apporti idrologici a diverse scale di aggregazione alle sezioni di interesse consente di determinare con adeguato grado di dettaglio le caratteristiche del deficit su diversi tipi di utenze, ognuna caratterizzata da un diverso grado di criticità in relazione alla durata del deficit. In ognuna di queste fasi si è eseguita una valutazione di compatibilità dei valori medi con quelli risultanti dagli studi relativi al Piano di Tutela delle Acque, che si basano sulle formule SIMPO (Hydrodata, 1982).

Possibilità di utilizzazione delle risorse in sezioni di interesse

Nell'ambito della riorganizzazione dell'utilizzazione idrica Piemontese, con particolare attenzione al settore irriguo, rientra l'ipotesi di costruzione di nuovi invasi artificiali (Figura 1). La proposta di realizzare in Piemonte nuovi invasi artificiali a scopo multiplo, dislocati in modo da migliorare la gestibilità idrologica su scala regionale, è una misura operativa del Piano di Tutela delle Acque. Nella configurazione ottimale, in grado di costituire una risposta decisiva rispetto alle problematiche idrologiche piemontesi, sono previsti 5 nuovi invasi a regolazione stagionale. La previsione di nuovi invasi artificiali si indirizza al riequilibrio del bilancio idrico rispetto alla

Figura 1: Localizzazione dei nuovi invasi previsti dal Piano di Tutela delle Acque della Regione Piemonte.

considerevole pressione ambientale esercitata dai prelievi esistenti, alla necessità di conferire al sistema di utilizzazione affidabilità e capacità di fronteggiare situazioni di emergenza idrica, alla domanda di nuova risorsa primariamente per l'approvvigionamento idropotabile. Gli impianti ipotizzati sono:

- Stura di Viù a Combanera;
- Maira a Stroppo;
- Stura di Demonte a Moiola;
- Mastallone a Cravagliana, in alternativa Sessera a Miste;
- Orba ad Ortiglieto.

La valutazione della possibilità di utilizzazione delle risorse nelle sezioni di interesse viene affrontata, in primo luogo, con l'ausilio delle *curve di possibilità di regolazione* (Capitolo 9), curve

probabilistiche che consentono di determinare il volume di invaso necessario ai fini dell'erogazione di un generico volume annuo, a meno di un prefissato rischio di deficit. La determinazione di tali curve dipende essenzialmente dalla variabilità che caratterizza il regime delle portate e che condiziona fortemente la possibilità di sfruttare quote consistenti del deflusso naturale. La loro determinazione è basata sui modelli regionali ottenuti nella seconda parte del lavoro, metodi generali che consentono pertanto di ottenere le curve di possibilità di regolazione per una qualsiasi sezione del territorio Piemontese.

Il primo obbiettivo di questo lavoro, ovvero quello di costruzione di scenari statici di utilizzazione della risorsa idrica per fissati periodi di ritorno del deficit idrico e per diverse combinazioni di utenza, consta nella determinazione delle curve di possibilità di regolazione per i sei invasi in progetto di Figura 1. Nel Capitolo 10 viene data una descrizione di questi invasi, secondo quanto riportato nel Piano di Tutela delle Acque. Per quanto riguarda le grandezze necessarie all'applicazione dei modelli regionali, nel Capitolo 11 vengono descritti i metodi di determinazione dei parametri morfometrici e climatici di bacino. Nello stesso capitolo si spiega come sono state ricavate le curve caratteristiche degli invasi e come si è ricostruito sinteticamente il quadro delle idroesigenze e della distribuzione intra-annuale delle richieste per diverse utenze a valle delle sezioni di interesse, dedicando una particolare attenzione all'utenza "deflusso minimo vitale".

L'applicazione dei modelli di regionalizzazione dei deflussi e la valutazione delle curve probabilistiche di possibilità di regolazione sono trattate nel Capitolo 12. Tale procedura, come si può constatare, può essere facilmente applicata ad altre sezioni integrative o alternative alle sei proposte nel Piano di Tutela delle Acque. Uno degli aspetti più importanti del metodo regionale è proprio la sua generalità e semplicità di applicazione.

Il Capitolo 13 costituisce invece un approfondimento dello studio sui soli sei invasi. Esso tratta la generazione sintetica dei deflussi con un modello idrologico distribuito, il DREAM (Manfreda et al., 2002, 2004). Tale metodologia, di tipo deterministico, permette di costruire scenari dinamici (collegati a diverse regole gestionali) di utilizzazione della risorsa idrica. In tale direzione, a partire dai dati sintetici mensili, si è eseguita un'*analisi delle fallanze* di ogni sistema-invaso nel caso in cui le utilizzazioni coincidessero (totalmente o in parte) ai fabbisogni stimati.

Per l'effetto di laminazione (Capitolo 14), si è utilizzata una procedura analitica semplificata di derivazione del coefficiente di laminazione di un invaso (Miotto et al., 2006b), attraverso la formulazione dell'indice sintetico SFA (Synthetic Flood Attenuation), basato su tre sole grandezze, di immediata valutazione: area del bacino, area del lago di invaso e lunghezza della soglia dello scarico di superficie. Tale metodologia gode quindi della generalità tipica dei metodi di analisi regionale.

Parte I

Metodi statistici di analisi regionale dei deflussi

Capitolo 1

Analisi di Frequenza Regionale

L'*analisi di frequenza* è la stima di quanto spesso un determinato evento occorre nel tempo. Dal momento che le cause di incertezza legate ai processi fisici che danno luogo agli eventi osservati sono molte, si fa spesso ricorso ad approcci statistici di analisi dei dati, i quali ammettono l'esistenza dell'incertezza legata alla stima e permettono di quantificarne gli effetti.

Le procedure di analisi di frequenza di campioni singoli di dati, che chiameremo *analisi di frequenza locale*, sono oramai ben consolidate. Tuttavia spesso si ha a che fare con l'analisi di molti campioni di dati legati tra loro, quali possono essere, ad esempio, osservazioni meterologiche o ambientali della stessa variabile in diversi punti di misura. Se le frequenze di evento possono essere ritenute simili per i diversi campioni osservati, conclusioni più accurate possono essere raggiunte analizzando tutti i dati insieme piuttosto che i singoli campioni separatamente. Questo approccio è conosciuto come *analisi di frequenza regionale*, perché i campioni di dati analizzati sono tipicamente osservazioni della stessa variabile in siti appartenenti ad una "regione" opportunamente individuata.

1.1 Obiettivi dell'analisi di frequenza

Si supponga di disporre di osservazioni di una qualsivoglia variabile, fatte in alcuni siti di interesse. L'entità dell'evento Q che accade in un certo sito in un certo tempo è trattata come una *variabile aleatoria*, che può potenzialmente assumere qualsiasi valore tra zero ed infinito. L'analisi di frequenza statistica ha come obiettivo la determinazione della *distribuzione di frequenza*, che specifica quanto spesso i valori di Q si realizzano. Si denoti con $F(x)$ la probabilità che il valore assunto da Q non superi x:

$$F(x) = \Pr[Q \leq x] \ . \tag{1.1}$$

$F(x)$ è la *distribuzione di probabilità cumulata* della variabile Q e costituisce una misura della sua distribuzione di frequenza. La sua funzione inversa, $x(F)$, detta *funzione dei quantili*, esprime l'entità dell'evento in termini della probabilità di non superamento F. Il *quantile* di tempo di ritorno T, Q_T, è l'evento estremo per cui vi è una probabilità $1/T$ che venga superato, nel caso

dei massimi, o che non venga raggiunto, nel caso dei minimi, da un qualsiasi singolo evento. Per un evento estremamente alto, nella coda superiore della distribuzione di frequenza, Q_T è dato da:

$$Q_T = x(1 - 1/T), \quad \text{oppure} \quad F(Q_T) = 1 - 1/T \ ; \tag{1.2}$$

per un evento estremamente basso, nella coda inferiore della distribuzione di frequenza, le relazioni corrispondenti sono:

$$Q_T = x(1/T), \quad \text{oppure} \quad F(Q_T) = 1/T \ . \tag{1.3}$$

In Figura 1.1 è rappresentata la curva di frequenza del deflusso annuo (indicato con D) ottenuta

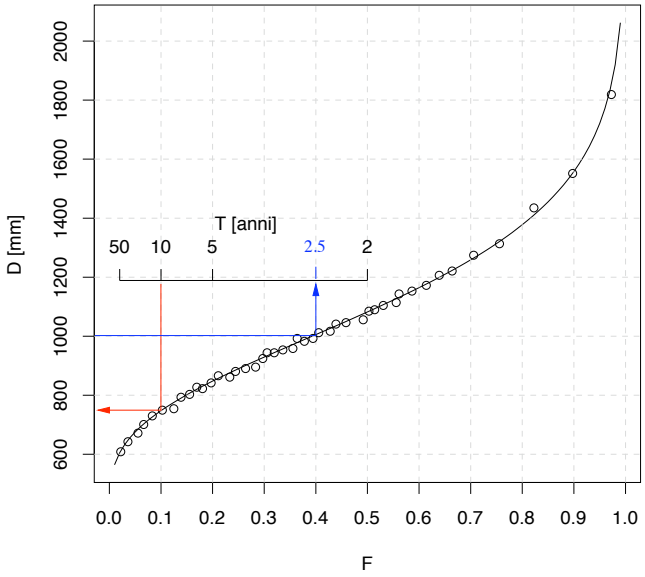


Figura 1.1: Esempio di curva di frequenza del deflusso annuo D (linea continua) adattata ai dati (punti) di una stazione idrometrica; con le frecce si è indicato il valore di deflusso annuo scarso corrispondente al tempo di ritorno di 10 anni ed il tempo di ritorno corrispondente a $D = 1000$ mm.

per un'ipotetica stazione idrometrica. Oltre alle frequenze di non-superamento F (riportate sull'ascissa), si è indicato anche il tempo di ritorno T per eventi di scarsità (per cui $F = 1/T$).

L'obiettivo dell'analisi di frequenza è di ottenere stime del quantile Q_T per un tempo di ritorno fissato. Quest'ultimo può essere la durata prevista per una struttura (ad esempio $T = 50$ anni), oppure un periodo imposto per legge (ad esempio $T = 10000$ anni in alcune applicazioni di sicurezza delle dighe). Più in generale l'obbiettivo può essere la stima di Q_T per un range di tempi di ritorno, oppure la stima dell'intera distribuzione di frequenza. Per essere considerata utile, una stima dovrebbe non solo essere vicina il più possibile al vero quantile, ma anche essere accompagnata dalla valutazione dell'incertezza ad essa associata.

Se si dispone di misure nel sito di interesse, i dati osservati costituiscono un *campione* di realizzazioni di Q. In molte applicazioni ambientali, e quasi sempre in idrologia, la consistenza del campione, ovvero il numero n delle osservazioni, è insufficiente a rendere efficiente la stima dei quantili. Ovviamente un quantile di tempo di ritorno T non può essere valutato in modo affidabile se $T > n$. Tuttavia, in molte applicazioni ingegneristiche basate su dati a scala annua (ad esempio la precipitazione massima annua, la portata massima annua ecc.), questa condizione si verifica spesso (tipicamente $n < 50$ mentre $T = 100$ o $T = 1000$). Per superare questo problema, sono stati messi a punto molti approcci che fanno uso di fonti di dati alternative o aggiuntive. L'analisi di frequenza regionale è una di queste.

L'analisi di frequenza regionale "aumenta" i dati del sito di interesse usando dati appartenenti ad altri siti ed informazioni aggiuntive, caratteristiche dei siti, facilmente misurabili. Un esempio pratico può chiarire su quale idea si fondi l'analisi di frequenza regionale. Si consideri la variabile piena massime al colmo, ovvero la portata massima istantanea nelle sezioni dei corsi d'acqua. La curva di frequenza empirica delle piene massime al colmo derivata da un campione di dati, andando ad associare ad ogni dato nel campione un valore di frequenza è una stima della vera curva di frequenza, ma non è certamente una stima esatta perché un campione, benché consistente, non può essere completamente rappresentativo della popolazione. Questo vale anche per le curve di frequenza campionarie ottenute con dati misurati in altri punti. Se tutti i campioni fossero estratti da una medesima popolazione, e se fossero tra loro indipendenti, sarebbe lecito aspettarsi che la stima della curva di frequenza dai dati di tutte le sezioni strumentate sia più efficiente rispetto a quella ottenuta dall'analisi locale nei singoli siti.

Ovviamente nessun gruppo di siti avrà esattamente la stessa distribuzione di frequenza reale dei massimi al colmo. Essa dipende da molti fattori, principalmente dalle caratteristiche di bacino come l'area, la topografia, la geologia, il clima ecc. Se si assume vera quest'ipotesi, la variabilità in un gruppo di curve di frequenza campionarie può essere attribuita a due componenti: una componente casuale dovuta all'aleatorietà del campionamento, e una componente dovuta alla differenza nelle caratteristiche di bacino. Se si potesse distinguere quale parte della variabilità delle curve di frequenza è dovuta alle caratteristiche di bacino, stabilire quali sono queste caratteristiche e relazionarle alle curve stesse, si potrebbe in teoria ottenere la stima esatta della distribuzione di frequenza delle portate massime al colmo non solo nei siti strumentati, ma anche nelle sezioni idrografiche senza dati (per le quali si conoscono le caratteristiche di bacino). In pratica, però, la variabilità totale non può essere separata nettamente nella componente aleatoria ed in quella deterministica. Inoltre, anche se lo fosse, non sarebbe semplice capire quale relazione lega le curve di frequenza alle caratteristiche di bacino. La performance ottenibile con un dato metodo di regionalizzazione dipenderà quindi dalla ripartizione della variabilità dovuta a queste due cause e dalla qualità delle relazioni con le caratteristiche di bacino, ma anche dal soddisfacimento delle ipotesi statistiche su cui il metodo si basa (come ad esempio il grado di indipendenza dei campioni) e, ovviamente, dalla bontà intrinseca del metodo.

1.2 Metodo della grandezza-indice

Uno dei primi contributi nell'ambito dell'analisi di frequenza regionale è quello di Dalrymple (1960) che propose la procedura nota come metodo della *piena-indice*, della quale molte varianti e sviluppi sono presenti in letteratura (v.es. Wiltshire, 1986b,c,a; Fiorentino et al., 1987; Lettenmaier et al., 1987; Cunnane, 1988; Burn, 1988, 1990; Hosking and Wallis, 1993; Stedinger and Lu, 1995; Fill and Stedinger, 1995, 1998; Castellarin et al., 2001; Sveinsson et al., 2001; Shu and Burn, 2004b,a). Ad oggi, il documento probabilmente più completo e ben organizzato sul metodo della grandezza-indice è la monografia di Hosking and Wallis (1997) cui si farà spesso riferimento nel seguito. Alla metodologia di Dalrymple si ispirano applicazioni quali il progetto VAPI (VAlutazione delle Portate in Italia) che si ispira al lavoro di Fiorentino et al. (1987) e l'FEH ("Flood Estimation Handbook", Robson and Reed (1999)) che trattano l'analisi regionale di frequenza delle piene. Nonostante la genesi del metodo, nato per l'analisi statistica delle piene, la procedura, che verrà per questo detta della *grandezza-indice*, può essere usata per qualsiasi tipo di dato.

Si supponga di avere a disposizione i dati di k siti e che per l'i-esimo sito il campione abbia lunghezza n_i e osservazioni Q_{ij} con $j = 1, \ldots, n_i$. Sia $Q_i(F)$, con $0 < F < 1$, la funzione dei quantili nell'i-esimo sito. L'assunzione fondamentale del metodo della grandezza-indice è che i siti formino una *regione omogenea*, ovvero che le distribuzioni di frequenza nei k siti siano identiche a meno di un parametro di scala caratteristico di ogni sito, detto grandezza-indice. Se quest'assunzione è verificata, si può scrivere

$$Q_i(F) = \mu_i \cdot q(F), \quad i = 1, \ldots, k \ , \tag{1.4}$$

dove μ_i è la grandezza-indice ed il fattore $q(F)$ è la *curva di crescita regionale*, una funzione dei quantili adimensionale comune a tutti i siti. La curva di crescita regionale $q(F)$ può essere espressa dalla funzione dei quantili della *distribuzione di frequenza regionale*, la distribuzione comune delle variabili standardizzate Q_{ij}/μ_i.

Nei siti strumentati, la grandezza indice viene stimata come $\hat{\mu}_i = \bar{Q}_i$, la media campionaria, o la mediana campionaria, o un'altra statistica di scala (si veda il Paragrafo 2.1 sull'argomento), dei dati all'i-esimo sito. I dati normalizzati $q_{ij} = Q_{ij}/\hat{\mu}_i$, con $j = 1, \ldots, n_i$ e $i = 1, \ldots, k$, sono la base per la stima della curva di crescita regionale $q(F)$, $0 < F < 1$. Normalmente si assume che la forma di $q(F)$ sia nota a meno di p parametri incogniti $\theta_1, \ldots, \theta_p$, per cui si indica la curva di crescita come $q(F; \theta_1, \ldots, \theta_p)$. Questi parametri possono essere o essere ricondotti al coefficiente di variazione e di asimmetria (skewness) della distribuzione, oppure ai rapporti degli L-momenti τ e τ_3 di Hosking e Wallis (si veda l'Appendice C per la loro definizione formale). Il parametro di scala della distribuzione di frequenza regionale, invece, non è un parametro incognito, perchè ponendo μ_i nell'Equazione (1.4) pari alla grandezza-indice della distribuzione di frequenza dell'i-esimo sito, si impone che la distribuzione di frequenza regionale abbia parametro di scala uguale ad 1. Hosking and Wallis (1997) suggeriscono di stimare separatamente gli L-momenti in ogni

sito e di valutare i parametri regionali a partire dalla media pesata degli L-momenti locali. Se si indica con $\hat{\theta}_r^{(i)}$ la stima di θ_r nell'i-esimo sito, la stima dell'r-esimo parametro regionale risulterebbe uguale a

$$\hat{\theta}_r^R = \sum_{i=1}^{k} n_i \hat{\theta}_r^{(i)} / \sum_{i=1}^{k} n_i \ . \tag{1.5}$$

Un'altro approccio, utilizzato in questa tesi, consiste nel raggruppare i dati normalizzati q_{ij} in un unico campione di lunghezza $\sum_{i=1}^{k} n_i$, e stimare i parametri regionali $\hat{\theta}_r^R$ di $q(F)$ da quest'unico campione. Il motivo principale di questa scelta è che l'utilizzo di un unico campione, con molti dati, facilita l'individuazione della forma di $q(F)$ con le tecniche di adattamento delle distribuzioni di probabilità ai dati (vedi Paragrafo 3.2). Sostituendo le stime così ottenute in $q(F)$ si ottiene la stima della curva di crescita regionale $\hat{q}(F) = q(F; \hat{\theta}_1^R, \ldots, \hat{\theta}_p^R)$.

La stima dei quantili per l'i-esimo sito è data dalla combinazione delle stime di μ_i e $q(F)$:

$$\hat{Q}_i(F) = \hat{\mu}_i \cdot \hat{q}(F) \ . \tag{1.6}$$

La procedura della grandezza-indice così articolata, si basa su molte assunzioni. Prima di tutto si ipotizza che le osservazioni in ogni sito siano identicamente distribuite e serialmente indipendenti. Queste assunzioni sono plausibili per molti tipi di dati, in particolare per totali annui o eventi estremi, che non sono caratterizzati da variazioni stagionali. L'assunzione che gli eventi osservati nel passato descrivano quello che potrebbe avvenire in futuro è tipica dell'analisi di frequenza. Se ovvie cause di non stazionarietà sono presenti nei dati, ad esempio la costruzione di un invaso, nell'analisi di una serie di dati di portata di piena a valle dell'opera se ne deve tener conto, ad esempio rimuovendo i dati più vecchi, o trasformandoli opportunamente. Per quanto riguarda gli effetti della dipendenza seriale nell'analisi di frequenza di una serie storica di dati, è stato dimostrato che la relativa distorsione della stima dei quantili è ridotta (v.es. Hosking and Wallis, 1997). Se trend, variazioni periodiche o dipendenza seriale sono presenti in maniera determinante nei dati, occorre trattare questi ultimi con un qualche metodo di analisi statistica delle serie temporali, prima di usarli nella metodologia sopra esposta.

Si ipotizza inoltre che le osservazioni in differenti siti siano tra loro indipendenti, assunzione quasi sempre disattesa se si considerano dati non solo idrologici. Per ogni tipo di dato, sempre si riscontra una qualche correlazione tra i campioni appartenenti a siti geograficamente vicini. Ad esempio eventi meterologici come le tempeste o le siccità tipicamente riguardano aree grandi abbastanza da contenere più siti di misura.

Infine, come già detto, devono valere le ipotesi che le distribuzioni di frequenza nei diversi siti siano identiche a meno di un fattore di scala (ipotesi di omogeneità della regione), e che la forma matematica della curva di crescita regionale sia specificata correttamente, assunzioni che non saranno mai esattamente valide nella pratica. La selezione attenta dei siti da includere in una regione, che è la parte più delicata dell'analisi, può far sì che l'approssimazione fatta sia comunque accettabile. Ad ogni modo è stato dimostrato (v.es Hosking and Wallis, 1997) che

l'utilizzo dell'analisi regionale permette comunque di dare una stima dei quantili della variabile di interesse più accurata della classica analisi di frequenza locale su singoli campioni.

I capitoli che seguono sono un approfondimento sui due punti costitutivi di questo metodo statistico: la regionalizzazione della grandezza-indice e la regionalizzazione della curva di crescita. Fin qui si è detto che la grandezza-indice μ è un'opportuna statistica di scala della distribuzione di frequenza in ogni sito. Il principale obiettivo dell'analisi regionale, come si è detto, è la valutazione della distribuzione di frequenza di una variabile in siti sprovvisti di dati, in cui non si può stimare direttamente μ. Nel Capitolo 2 si discute di come è possibile fornire una stima della grandezza-indice nei siti dove la variabile non è stata misurata, a partire dalla stessa statistica valutata nei siti strumentati, utilizzando informazioni ovunque disponibili.

Per quanto riguarda la curva di crescita, nel Capitolo 3 si descrivono le metodologie con cui si ottengono le regioni omogenee e si adattano ad esse le distribuzioni di frequenza regionali più opportune. Anche in questo caso vale la considerazione fatta in precedenza: i siti non strumentati devono poter essere associati alle regioni, che devono quindi essere determinabili a partire da informazioni non desumibili dalle osservazioni della variabile analizzata. La scelta di queste "informazioni" è un aspetto alquanto delicato che spesso comporta decisioni soggettive. Nel Capitolo 4 viene discusso un metodo oggettivo di selezione delle informazioni necessarie alla formazione delle regioni per la stima della $q(F)$. Come si è detto, queste regioni devono essere omogenee, ovvero la distribuzione di frequenza adimensionalizzata della variabile nei diversi siti deve essere pressoché la stessa. La valutazione della correttezza di quest'ipotesi si realizza tramite l'applicazione di test statistici di omogeneità delle distribuzioni di frequenza dei siti della regione. Un confronto tra diversi test di omogeneità utilizzabili nell'analisi di frequenza regionale è descritto nel Capitolo 5.

Capitolo 2

Regionalizzazione della grandezza-indice

L'ipotesi fondamentale del metodo di Dalrymple (1960) è che la distribuzione di probabilità della variabile idrologica considerata, in diversi siti appartenenti ad una regione omogenea sia la stessa, a meno del parametro di scala (Paragrafo 1.2). Quest'ultimo viene detto *grandezza-indice* e varia nella regione secondo le caratteristiche (geografiche, fisiche, climatiche, ...) nei siti che la compongono.

Molti approcci metodologici sono disponibili per la stima della grandezza-indice, e le differenze che li contraddistinguono sono legate al grado di informazione disponibile (v.es. Bocchiola et al., 2003). Se si escludono i metodi diretti, che usano le informazioni derivate dalle serie storiche dei dati disponibili nei siti di interesse, i metodi di stima regionale richiedono la conoscenza di informazioni ausiliarie di tipo idrologico e fisico. Questi metodi possono essere suddivisi in due categorie: l'approccio multi-regressivo e la simulazione idrologica. Per entrambi i metodi, lo stimatore migliore è quello che ottimizza un qualche criterio, quali il minimo errore, la minima varianza o la massima efficienza.

Data la sua semplicità, il metodo usato più frequentemente è l'approccio multi-regressivo (v.es. Kottegoda and Rosso, 1998) che lega, attraverso equazioni lineari o non-lineari, la grandezza-indice alle caratteristiche dei siti. Se si considera la variabile deflusso, le caratteristiche da utilizzarsi sono quelle di bacino, quali gli indici climatici, i parametri geologici e morfometrici, la copertura del suolo, e così via.

In questo capitolo viene descritto un approccio multi-regressivo per la scelta dei migliori descrittori per la stima della grandezza-indice. Prima, però, è utile chiarire quale statistica di scala deve essere scelta nei vari casi come grandezza-indice, in base alla robustezza con cui essa può essere stimata.

2.1 Scelta della grandezza-indice

Come grandezza-indice può essere utilizzata una qualsiasi statistica di scala dei campioni, ad esempio la media campionaria (v.es. Hosking and Wallis, 1997), la mediana campionaria (v.es. Robson and Reed, 1999) o un determinato quantile. Media e mediana sono le statistiche più comunemente adoperate a questo scopo. In questo paragrafo viene esposto il risultato di Viglione et al. (2006b) che mostra come, per variabili caratterizzate da un basso coefficiente di asimmetria, la stima della media sia meno distorta di quella della mediana (e viceversa).

Nella formulazione originale del metodo della grandezza-indice di Dalrymple (1960), il parametro di scala considerato era la media teorica. Tuttavia il passaggio dalla teoria alla pratica comporta di sostituire alla media teorica la media campionaria. Come è stato chiaramente sottolineato da Sveinsson et al. (2001), questa sostituzione non è banale, poiché sostituire la media teorica con la media campionaria può produrre distorsioni evidenti nell'analisi di frequenza regionale. La distorsione introdotta è piuttosto evidente quando la media campionaria non è un "buon stimatore" della media teorica, ovvero quando è distorto o ha una elevata varianza di stima. In questi casi una possibile alternativa potrebbe essere quella di usare la mediana campionaria come grandezza-indice, come proposto ad esempio da Robson and Reed (1999). I vantaggi dovuti a questa scelta alternativa sono descritti in quel che segue.

Un'indagine numerica di tipo Monte Carlo è stata condotta per distribuzioni caratterizzate da coefficienti di variazione ed asimmetria diverse (identificate con i rapporti degli L-momenti τ e τ_3 definiti in Appendice C). Per ogni configurazione di τ e τ_3 si sono generati $N = 100000$ campioni lunghi 30 elementi da una distribuzione generalizzata del valore estremo (GEV, vedi Appendice D) con media e mediana note. La distorsione delle stime campionarie di media e mediana è valutata attraverso la radice normalizzata dell'errore quadratico medio,

$$RMSE_{\%} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\bar{x}_i - \mu)^2}}{\mu} \cdot 100 \ , \tag{2.1}$$

dove μ e $\bar{x}_i$ sono, rispettivamente, la media (o mediana) teorica e campionaria. La differenza tra l'$RMSE_{\%}$ per la media e per la mediana è mostrata in Figura 2.1 per tutti i punti presi in considerazione nel piano $\tau - \tau_3$. Dove le differenze sono negative, la stima della media è meno distorta della stima della corrispondente mediana, per cui la media può essere considerata una grandezza-indice più affidabile. Risultati analoghi si possono ottenere con distribuzioni differenti dalla GEV. È chiaro dalla Figura 2.1 che le differenze sono quasi trascurabili, eccetto che nella parte più a destra del grafico, corrispondente a campioni fortemente asimmetrici, dove la mediana campionaria si rivela essere uno stimatore considerevolmente migliore della media campionaria. In effetti si sa che la mediana campionaria è molto meno sensibile della media campionaria alla presenza di "outliers", che possono essere facilmente trovati in campioni estratti da distribuzioni molto asimmetriche (Hampel, 1974). In generale riteniamo che la Figura 2.1 dimostri i vantaggi di utilizzare la mediana campionaria come grandezza-indice quando si ritiene che le distribuzioni generatrici siano particolarmente asimmetriche, come nell'analisi regionale delle piene, mentre

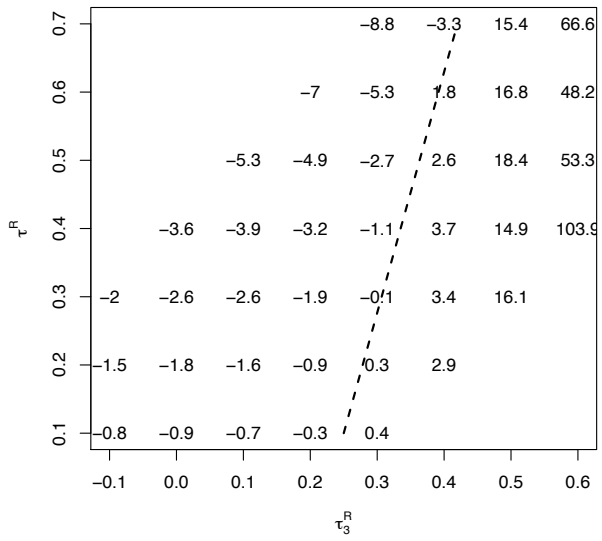


Figura 2.1: Differenza tra l'$RMSE_{\%}$ della media campionaria e l'$RMSE_{\%}$ della mediana campionaria nello spazio $\tau - \tau_3$. La linea tratteggiata indica dove la media campionaria e la mediana campionaria hanno, approssimativamente, lo stesso $RMSE_{\%}$; a destra di questa linea la mediana campionaria è uno stimatore della mediana teorica meno distorto, alla sua sinistra la media campionaria si comporta (leggermente) meglio (da Viglione et al., 2006b).

la media campionaria è migliore, anche se di poco, quando si studiano grandezze non estreme, caratterizzate quindi da distribuzioni poco asimmetriche, come ad esempio il deflusso annuo (vedi Capitolo 6).

2.2 Analisi di regressione lineare

Come si è detto, il metodo usato più frequentemente per la regionalizzazione della grandezza-indice è l'approccio multi-regressivo. L'*analisi regressiva* è una tecnica statistica per investigare e modellare la relazione esistente tra variabili. Nel prosieguo di questo paragrafo verranno analizzati il caso della *regressione lineare semplice*, utile per comprendere il metodo più generale della *regressione lineare multipla*, oltre che alcuni metodi per la verifica di adeguatezza del modello. Si sono riportati solamente i punti fondamentali della tecnica in modo da permettere la comprensione di quanto applicato in questo lavoro; per approfondimenti sulla materia si rimanda ai numerosi testi sull'argomento (ad esempio Montgomery et al. (2001)).

2.2.1 Regressione lineare semplice

Supponiamo di voler trovare una relazione $y = f(x)$ tra due grandezze x e y in base alla conoscenza di esse in un numero finito di casi (i punti di Figura 2.2). Solitamente non conosciamo la forma della $f(.)$, quindi, per semplicità, supponiamo che sia di tipo lineare ($y = \beta_0 + \beta_1 x$). Il

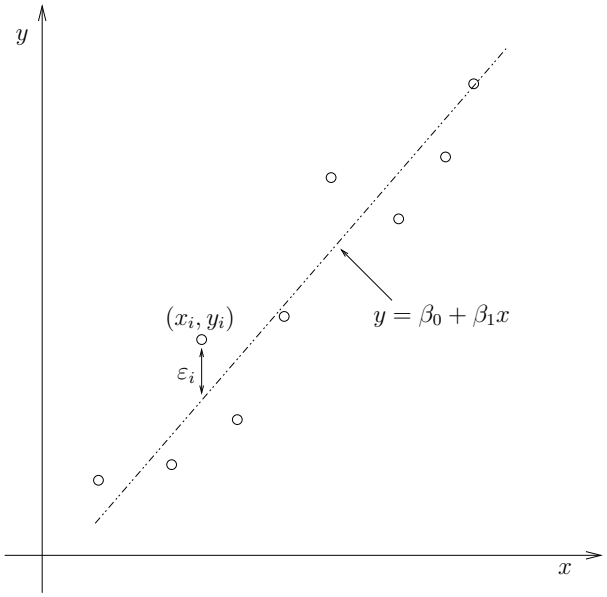


Figura 2.2: Esempio di modello lineare semplice $y = \beta_0 + \beta_1 x$ che lega la variabile indipendente y alla variabile esplicativa x; le coppie di valori (x_i, y_i) misurati (rappresentate dai punti intorno alla retta) sono caratterizzate dagli errori (o residui) ε_i.

modello di regressione lineare semplice è quello in cui vi è una sola *variabile esplicativa* x legata alla *variabile dipendente* y da una relazione che, geometricamente, è una linea retta. Il modello viene solitamente espresso come

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \ , \tag{2.2}$$

dove l'intercetta β_0 e la pendenza β_1 sono costanti incognite (*coefficienti* della regressione) ed ε è la componente di errore casuale. Su quest'ultima vengono fatte alcune ipotesi: ovvero che il suo valore atteso sia nullo ($E(\varepsilon) = 0$) e che i valori che assume siano incorrelati tra di loro.

Se si suppone di avere n osservazioni indipendenti della coppia (x, y), il metodo dei *minimi quadrati ordinari* (OLS) fornisce una stima dei parametri β_0 e β_1 in modo che la somma dei quadrati delle differenze tra le n osservazioni y_i e la linea retta sia minima. In pratica si vuole minimizzare la funzione

$$S(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \ . \tag{2.3}$$

Cercando gli zeri delle derivate della funzione S rispetto ai due coefficienti, si ottiene, dopo alcuni semplici passaggi

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \hat{\beta}_0 & = & \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \\ \hat{\beta}_1 & = & S_{xy}/S_{xx} \end{array} \right. \tag{2.4}$$

dove

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \bar{x} & = & 1/n \sum_{i=1}^{n} x_i \\ \bar{y} & = & 1/n \sum_{i=1}^{n} y_i \end{array} \right. \quad ; \quad \left\{ \begin{array}{lcl} S_{xx} & = & \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \\ S_{xy} & = & \sum_{i=1}^{n} y_i (x_i - \bar{x}) \end{array} \right. \tag{2.5}$$

sono, rispettivamente, le medie aritmetiche di x_i e di y_i, la somma corretta con la media dei quadrati degli x_i e la somma corretta dei prodotti incrociati tra x_i e y_i.

Le stime della variabile dipendente sono quindi

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i \ , \tag{2.6}$$

ed i residui, che rivestono un ruolo importante nel determinare l'adeguatezza del modello regressivo,

$$\hat{\varepsilon}_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i) \ , \quad i = 1, 2, ..., n \ . \tag{2.7}$$

Nel caso in cui si utilizzi il Modello (2.4) per la stima dei coefficienti della regressione, oltre alle ipotesi già citate sulla componente ε di errore casuale, occorre che valga l'ulteriore ipotesi di *omoschedasticità*, ovvero che la sua varianza sia costante ($\text{var}(\varepsilon) = \sigma^2 = \text{cost}$). Se valgono tutte queste ipotesi il metodo dei minimi quadrati ordinari fornisce la migliore stima lineare indistorta dei parametri (detti stimatori BLUE, Best Linear Unbiased Estimators).

L'importanza dell'ipotesi di omoschedasticità è ben spiegata con l'esempio di Figura 2.3. Si supponga che esista effettivamente una relazione lineare che lega y ad x, rappresentata dal modello "esatto" $E(y|x) = \beta_0 + \beta_1 x$. I punti (x_i, y_i), ovvero le osservazioni, non ricadono esattamente sulla retta poiché sono affetti da variabilità statistica. Nel caso rappresentato i punti in basso a sinistra si conoscono con un grado di accuratezza superiore al punto in alto a destra (le curve a campana rappresentano la distribuzione di probabilità delle y_i). Se utilizziamo uno stimatore dei coefficienti β_0 e β_1 come il metodo OLS, che non tiene conto dell'eteroschedasticità del campione, rischiamo di stimare un modello $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ distorto (alquanto diverso da quello indistorto $E(y|x)$, come si può vedere in Figura 2.3).

2.2.2 Regressione lineare multipla

Qualora la variabile dipendente y sia messa in relazione con più di una variabile esplicativa, il modello regressivo costruito si dice di regressione lineare multipla ed è del tipo

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x_2 + ... + \beta_{p-1} x_{p-1} + \varepsilon \ , \tag{2.8}$$

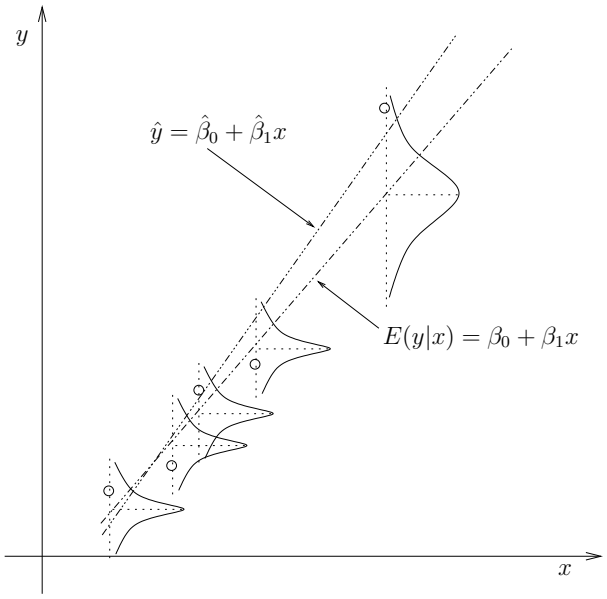


Figura 2.3: Esempio di eteroschedasticità; il modello lineare $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ stimato dai dati con il metodo dei minimi quadrati ordinari è distorto nei confronti del modello "reale" $E(y|x) = \beta_0 + \beta_1 x$ in quanto si è dato lo stesso peso a tutte le osservazioni, quando una di esse, ed in questo caso un'osservazione determinante nella stima della retta poiché staccata da tutte le altre, si conosce con un'incertezza superiore alle altre.

dove x_i è una delle $p-1$ variabili esplicative, i β_i sono i p coefficienti della regressione ed ε è il termine di errore che è supposto essere distribuito indipendentemente ed identicamente con media 0 e varianza σ^2.

Nel trattare i modelli di regressione multipla è più conveniente esprimere le equazioni in notazione matriciale, per cui l'Equazione (2.8) diventa

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \ , \tag{2.9}$$

dove

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \ , \ \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1,p-1} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2,p-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{n,p-1} \end{bmatrix} \ , \ \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{p-1} \end{bmatrix} \ , \ \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \ .$$

Avendo a disposizione n osservazioni (con n maggiore del numero di parametri p da stimare), ed indicando con y_i la i-esima osservazione della variabile dipendente e con x_{ij} la i-esima osservazione della j-esima variabile esplicativa, come per l'Equazione (2.3) della regressione lineare semplice il metodo dei minimi quadrati consiste nel minimizzare

$$S(\beta_0, \beta_1, ..., \beta_{p-1}) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^{p-1} \beta_j x_{ij})^2 \ . \tag{2.10}$$

Se ragioniamo in termini matriciali, si dimostra (v.es. Montgomery et al., 2001) che lo stimatore di $\boldsymbol{\beta}$ col metodo dei minimi quadrati ordinari è

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{y} \ , \tag{2.11}$$

se esiste la matrice inversa $(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$ ovvero se le variabili esplicative sono linearmente indipendenti tra di loro. Il vettore delle stime della regressione è

$$\hat{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{y} \ , \tag{2.12}$$

e quello dei residui

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{y} - \hat{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \ . \tag{2.13}$$

2.3 Stima della grandezza-indice

I metodi multi-regressivi sono i metodi più comunemente utilizzati per la stima della grandezza-indice in siti sprovvisti di dati misurati. Se si considera ad esempio la variabile deflusso (deflusso annuo, portata di piena, ...), l'approccio multi-regressivo lega il deflusso-indice alle caratteristiche di bacino, quali gli indici climatici, i parametri geologici e morfometrici, la copertura del suolo, e così via.

Per la stima della grandezza-indice (che indichiamo qui con y per congruenza alla notazione usata nel Paragrafo 2.2) si possono utilizzare diversi modelli di regressione lineare multipla, ad esempio:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_{p-1} x_{p-1} + \varepsilon \ , \tag{2.14}$$

$$y = \alpha x_1^{\beta_1} x_2^{\beta_2} \ldots x_{p-1}^{\beta_{p-1}} \varepsilon \ , \tag{2.15}$$

oppure

$$y^\lambda = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_{p-1} x_{p-1} + \varepsilon \ , \tag{2.16}$$

dove x_i sono le variabili da cui la grandezza-indice è fatta dipendere (nel caso dei deflussi sono i parametri morfoclimatici di bacino) e β_i sono i coefficienti della regressione. Si noti che anche l'Equazione (2.15) può essere resa lineare nei coefficienti utilizzando una trasformazione logaritmica. Per la stima dei coefficienti delle Equazioni (2.14), (2.15) e (2.16) si utilizza la tecnica dei minimi quadrati ordinari descritta nel Paragrafo 2.2. Il metodo richiede che i descrittori x_i dei siti siano conosciuti con esattezza e che l'unica variabile aleatoria sia la grandezza-indice y. Se si considera ancora il caso dei deflussi, i parametri morfometrici, fisici e geologici dei bacini possono senz'altro essere considerati tali, mentre, a rigore, i parametri climatici sono anch'essi variabili aleatorie. L'approssimazione che si fa nel considerarli fissi è accettabile dal momento che si ritiene siano determinabili con un buon grado di accuratezza, superiore di quello che si presume abbia la stima dei deflussi.

2.3.1 Scelta del migliore modello regressivo

La disponibilità di informazioni legate alla variabile che si vuole stimare è spesso assai consistente. Nel caso del deflusso, ad esempio, le variabili morfoclimatiche che possono essere valutate sui bacini idrografici sono molte. È lecito chiedersi quali variabili esplicative debbano essere utilizzate e quale sia la migliore forma del modello regressivo.

Per ogni tipologia di regressione è utile confrontare i modelli ottenibili da tutte le combinazioni delle variabili morfoclimatiche considerate, per un totale di $k \cdot 2^h$ modelli (dove k è il numero delle tipologie di modello, esemplificate nelle Equazioni (2.14), (2.15) e (2.16), ed h è il numero dei parametri morfoclimatici candidati alla formazione dei modelli).

Significatività dei coefficienti

Innanzitutto si devono escludere quei modelli per i quali anche solo una delle variabili esplicative risulta non significativa in base al test della t di Student. Per spiegare il funzionamento del test si consideri la regressione lineare semplice di Equazione (2.2). Si voglia testare se il coefficiente angolare della retta regressiva β_1 è uguale ad una costante β^*. L'ipotesi nulla e l'ipotesi alternativa siano, rispettivamente, $H_0 : \beta_1 = \beta^*$ e $H_1 : \beta_1 \neq \beta^*$ e gli errori siano indipendenti e distribuiti con distribuzione normale $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ (da ciò consegue che i valori osservati della variabile dipendente sono indipendenti e distribuiti come $y_i \sim N(\beta_0 + \beta_1 x_i, \sigma^2)$). Lo stimatore del parametro β_1 dell'Equazione (2.4), calcolato col metodo dei minimi quadrati, è lineare nei confronti dei valori y_i e, come dimostrato in Montgomery et al. (2001), distribuito come $\hat{\beta}_1 \sim N(\beta_1, \sigma^2/S_{xx})$, dove S_{xx} è la sommatoria dei quadrati delle differenze rispetto alla media espresso nell'Equazione (2.5). Quindi, in caso di validità dell'ipotesi nulla H_0,

$$Z = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta^*}{\sigma/\sqrt{S_{xx}}} \sim N(0,1) \ , \tag{2.17}$$

ovvero Z è distribuita secondo una normale standard.

Se conoscessimo σ^2 potremmo usare Z per testare H_0, ma, tipicamente, la varianza dell'errore non è nota. Si può però dimostrare che la statistica

$$\frac{(n-2)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-2} \ , \tag{2.18}$$

ovvero è distribuita secondo una distribuzione chi-quadro con $n-2$ gradi di libertà, e che le stime di σ^2 e β_1 sono indipendenti. In considerazione delle proprietà della distribuzione t di Student, si può dire che

$$T = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta^*}{\hat{\sigma}/\sqrt{S_{xx}}} \sim t_{n-2} \ . \tag{2.19}$$

ovvero che la statistica T è distribuita come una t di Student con $n-2$ gradi di libertà.

L'Equazione (2.19) diventa quindi la statistica test da utilizzarsi nel caso in cui si voglia testare la significatività del parametro β_1: si pone β^* uguale a zero, si calcola T e si va a

vedere (ad esempio utilizzando le tabelle riportate su Kottegoda and Rosso (1998)) quanto vale la corrispondente t_{limite}, relativa al livello di significatività prescelto. Se $T < t_{limite}$, il parametro non è distinguibile da zero e la variabile esplicativa non deve essere utilizzata nella regressione poiché non è significativamente legata alla variabile dipendente. Perché il test definito dalla statistica T dell'Equazione (2.19) possa essere usato, occorre a rigore che gli errori del modello regressivo siano distribuiti normalmente. Nella pratica si è riscontrato che per deboli "non-normalità" il test risulta essere comunque significativo (v.es. Montgomery et al., 2001).

Nel caso della regressione lineare multipla di Equazione (2.8), il procedimento è analogo a quello presentato per la regressione lineare semplice, e viene utilizzato per valutare la significatività di ognuno dei parametri della regressione. In questo modo si possono eliminare una o più delle variabili esplicative scelte se queste non danno un contributo significativo alla somma dei quadrati della regressione. Come per l'Equazione (2.19) si dimostra che

$$T = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i^*}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 c'_{ii}}} \sim t_{n-p} \ , \tag{2.20}$$

dove c'_{ii} con $i = 1, ..., p-1$ sono gli elementi della diagonale della matrice $(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$. Il test definito con l'Equazione (2.20) è da considerarsi solo come test parziale sul parametro in analisi poiché la stima di questo dipende da tutte le variabili esplicative usate nel modello.

Coefficiente di determinazione

Una volta verificata la significatività dei coefficienti delle variabili indipendenti occorre valutare la capacità descrittiva di ogni regressione. Dall'analisi della varianza di una regressione lineare semplice si ottiene l'identità

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y})^2 \ , \tag{2.21}$$

che nel caso della regressione lineare multipla si scrive

$$\left[\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{y} - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right] = \left[\hat{\boldsymbol{\beta}}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{y} - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right] + \left[\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{y}\right], \tag{2.22}$$

dove, in entrambi i casi, il termine a sinistra è la somma corretta con la media dei quadrati delle osservazioni (SS_T) e misura la variabilità totale delle osservazioni, mentre i due termini a destra misurano, rispettivamente, la variabilità delle osservazioni y_i ritrovata nella regressione (SS_R) e la variabilità residua inspiegata (SS_{Res}).

Si dice *coefficiente di determinazione* la quantità

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} = 1 - \frac{SS_{Res}}{SS_T}, \tag{2.23}$$

che rappresenta la proporzione di variazione spiegata dalla variabile esplicativa x. Il valore di R^2 è minore o uguale a 1 e, più la variabilità di y è spiegata dal modello di regressione, più tale valore è elevato.

Se si vogliono confrontare modelli regressivi con un numero diverso di variabili esplicative, il coefficiente di determinazione R^2 non deve essere utilizzato in quanto il suo valore aumenta sempre quando si aggiunge una variabile esplicativa. Al suo posto si utilizza li *coefficiente di determinazione corretto*

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{SS_{Res}/(n-p)}{SS_T/(n-1)}. \tag{2.24}$$

Poiché $SS_{Res}/(n-p)$ è la media quadratica dei residui e $SS_T/(n-1)$ è costante a prescindere dalle variabili considerate nel modello, R^2_{adj} cresce solamente, qualora si aggiunga una variabile esplicativa, se la media quadratica dei residui si riduce. Per questo motivo R^2_{adj} è utile per evitare di aggiungere al modello termini non necessari.

Cross-validazione

Il coefficiente di determinazione R^2_{adj} può essere utilizzato per scegliere il miglior modello tra quelli di una classe (Equazioni (2.14), (2.15) oppure (2.16)) ma non può essere usato per confrontare modelli di differente natura. A questo scopo si consiglia di applicare un metodo di cross-validazione, calcolando la radice dell'errore quadratico medio (RMSE) dei residui $\hat{y}'_i - y_i$, dove $\hat{y}'_i$ è il valore stimato della i-esima grandezza-indice y_i, basato però sulla regressione ottenuta utilizzando tutte le osservazioni eccettuata la i-esima. L'$\mathrm{RMSE}_{\mathrm{cv}}$ è definito come:

$$\mathrm{RMSE}_{\mathrm{cv}} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}(\hat{y}'_i - \tilde{y}_i)^2}\ . \tag{2.25}$$

Intervalli di confidenza e di predizione

Oltre al coefficiente di determinazione R^2_{adj} e all'$\mathrm{RMSE}_{\mathrm{cv}}$, è utile accompagnare il modello lineare selezionato con la rappresentazione degli intervalli di confidenza delle stime, per associare ad esso l'incertezza che lo contraddistingue. Nel caso in cui i modelli siano stati ricavati con il metodo OLS, questi intervalli si ottengono facilmente. Si consideri il modello di regressione lineare semplice dell'Equazione (2.2) e si voglia stimare la risposta media $E(y)$ per un particolare valore della variabile esplicativa x_0:

$$\hat{E}(y|x_0) = \hat{\mu}_{y|x_0} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0\ . \tag{2.26}$$

Per ottenere l'*intervallo di confidenza della stima* del $100(1-\alpha)\%$ di $E(y|x_0)$, si dimostra che (v.es. Montgomery et al., 2001) la variabile $\hat{\mu}_{y|x_0}$ è distribuita normalmente e che

$$\mathrm{var}(\hat{\mu}_{y|x_0}) = \sigma^2\left[\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}\right]\ , \tag{2.27}$$

per cui, per le proprietà della distribuzione t di Student:

$$\begin{cases} E(y|x_0) & \geq & \hat{\mu}_{y|x_0} - t_{\alpha/2,n-2}\sqrt{\hat{\sigma}^2\left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0-\bar{x})^2}{S_{xx}}\right)} \\ E(y|x_0) & \leq & \hat{\mu}_{y|x_0} + t_{\alpha/2,n-2}\sqrt{\hat{\sigma}^2\left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0-\bar{x})^2}{S_{xx}}\right)} \end{cases} \tag{2.28}$$

Un esempio di intervalli di confidenza della media della stima è riportato in Figura 2.4. Si noti

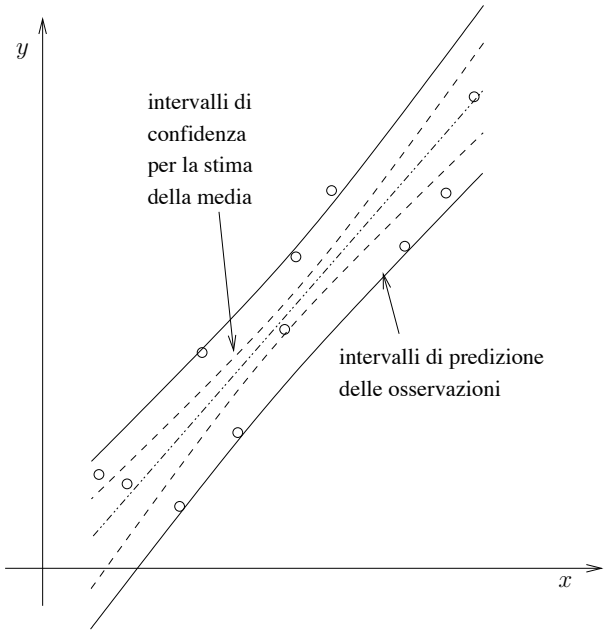


Figura 2.4: Intervalli (al 95% di significatività) di confidenza della stima $E(y|x_0)$ e di predizione per nuove osservazioni y_0.

che la larghezza dell'intervallo di confidenza di $E(y|x_0)$ è funzione di x_0 ed è minimo per $x_0 = \bar{x}$. Il fatto che la stima migliore si abbia per un valore di x al centro dei dati utilizzati per il modello, e che vada deteriorandosi verso i bordi dello spazio delle x, è ragionevole anche da un punto di vista intuitivo.

Nel caso invece della regressione lineare multipla di Equazione (2.8) si definenisca il vettore delle variabili esplicative

$$\boldsymbol{x_0} = [1, x_{01}, x_{02}, ..., x_{0,p-1}] \ . \tag{2.29}$$

Poiché, analogamente all'Equazione (2.26), $\hat{E}(y|\boldsymbol{x_0}) = \boldsymbol{x_0}\hat{\boldsymbol{\beta}}$ e, analogamente all'Equazione (2.27), $\mathrm{var}(\hat{E}(y|\boldsymbol{x_0})) = \sigma^2\boldsymbol{x_0}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{x_0}^T$, l'intervallo di confidenza del $100(1-\alpha)\%$ di $E(y|\boldsymbol{x_0})$ vale

$$\begin{cases} E(y|\boldsymbol{x_0}) & \geq & \hat{E}(y|\boldsymbol{x_0}) - t_{\alpha/2,n-p}\sqrt{\hat{\sigma}^2\boldsymbol{x_0}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{x_0}^T} \\ E(y|\boldsymbol{x_0}) & \leq & \hat{E}(y|\boldsymbol{x_0}) + t_{\alpha/2,n-p}\sqrt{\hat{\sigma}^2\boldsymbol{x_0}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{x_0}^T} \end{cases} \ . \tag{2.30}$$

Gli intervalli sono diversi se si vuole valutare la variabilità di predizione della variabile dipendente per un determinato valore di quella esplicativa. Si consideri, per semplicità, il caso della regressione lineare semplice, per cui

$$\hat{y}_0 = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0 \ . \tag{2.31}$$

Poiché la varianza della variabile aleatoria $\psi = y_0 - \hat{y}_0$ vale

$$\mathrm{var}(\psi) = \mathrm{var}(y_0 - \hat{y}_0) = \sigma^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right] \ , \tag{2.32}$$

se si usa $\hat{y}_0$ per predire y_0, l'errore quadratico di ψ è una statistica appropriata sulla quale basare il cosiddetto *intervallo di predizione*. L'intervallo di predizione del $100(1-\alpha)\%$ su una predizione nella variabile esplicativa x_0 è

$$\begin{cases} y_0 \geq \hat{y}_0 - t_{\alpha/2,n-2} \sqrt{\hat{\sigma}^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right)} \\ y_0 \leq \hat{y}_0 + t_{\alpha/2,n-2} \sqrt{\hat{\sigma}^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right)} \end{cases} \tag{2.33}$$

Un esempio di intervalli di predizione di nuove osservazioni è riportato in Figura 2.4. Analogamente, nel caso di una regressione lineare multipla, l'intervallo di predizione al $100(1-\alpha)\%$ di una predizione $\hat{y}_0 = \boldsymbol{x_0}\hat{\boldsymbol{\beta}}$ della variabile esplicativa $\boldsymbol{x_0}$ è

$$\begin{cases} y_0 \geq \hat{y}_0 - t_{\alpha/2,n-p} \sqrt{\hat{\sigma}^2 (1 + \boldsymbol{x_0} (\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X})^{-1} \boldsymbol{x_0}^T)} \\ y_0 \leq \hat{y}_0 + t_{\alpha/2,n-p} \sqrt{\hat{\sigma}^2 (1 + \boldsymbol{x_0} (\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{X})^{-1} \boldsymbol{x_0}^T)} \end{cases} \ . \tag{2.34}$$

In pratica, per la selezione del migliore modello regressivo si procede nel modo seguente (un esempio è descritto nel Paragrafo 6.2):

- si scelgono k tipologie di modelli, tra quelli esemplificati dalle Equazioni (2.14)-(2.16). Se h è il numero delle variabili esplicative considerate, il numero dei modelli da confrontare è $k \cdot 2^h$;

- da questi si escludono tutti modelli in cui anche solo uno dei parametri risulta non essere significativo in base al test di Student;

- per ogni tipologia, si scelgono i migliori modelli in base al coefficiente di determinazione R^2_{adj};

- tra questi si sceglie infine il modello o i modelli caratterizzati dal minore errore RMSE_{cv};

- per associare a questi una misura di incertezza si identificano gli intervalli di predizione per nuove osservazioni.

2.3.2 Verifiche di adeguatezza del modello

Per i modelli selezionati deve essere condotta la verifica delle assunzioni implicite dell'analisi regressiva lineare: che la relazione tra la variabile dipendente y ed i regressori sia lineare, almeno in prima approssimazione, che non ci sia correlazione lineare tra i regressori (assenza di multicollinearità) e che i residui ε soddisfino alcuni requisiti. In particolare, si richiede che la loro media sia nulla (il che è automaticamente garantito dalla procedura dei minimi quadrati), che la loro varianza sia costante (omoschedasticità), che siano tra loro incorrelati e che siano distribuiti normalmente (quest'ultima assunzione è necessaria per la validità del test di significatività e degli intervalli di confidenza e di predizione). Una decisa violazione di queste assunzioni può dare luogo alla formulazione di un modello instabile, nel senso che un campione differente di osservazioni della stessa variabile potrebbe dar luogo ad un modello completamente differente. La violazione delle assunzioni elencate sopra non può essere valutata da statistiche "globali" quali R^2 o la t di Student. In questo paragrafo vengono presentati alcuni metodi (grafici e statistici) che possono aiutare a rilevare incongruenze con le assunzioni fatte.

Il diagramma diagnostico più immediato è quello che lega variabile dipendente y e variabile esplicativa x (v.es. Figura 2.2) che permette di interpretare immediatamente la bontà del modello. Nel caso delle regressioni multiple, non potendo ricorrere alla rappresentazione nello spazio multidimensionale, si utilizza il diagramma tra y e la stima $\hat{y}$ che dà il modello, come in Figura 2.5. Con questo tipo di rappresentazione, anomalie quali punti che si discostano particolarmente dalla retta, e che corrispondono a casi in cui il modello dà una stima estremamente diversa dalla misura, sono facilmente identificabili.

L'analisi grafica dei residui $\hat{\varepsilon}_i$ della regressione nei confronti dei valori stimati $\hat{y}_i$ può essere molto utile al riconoscimento di alcuni tipi comuni di inadeguatezza del modello. I residui devono

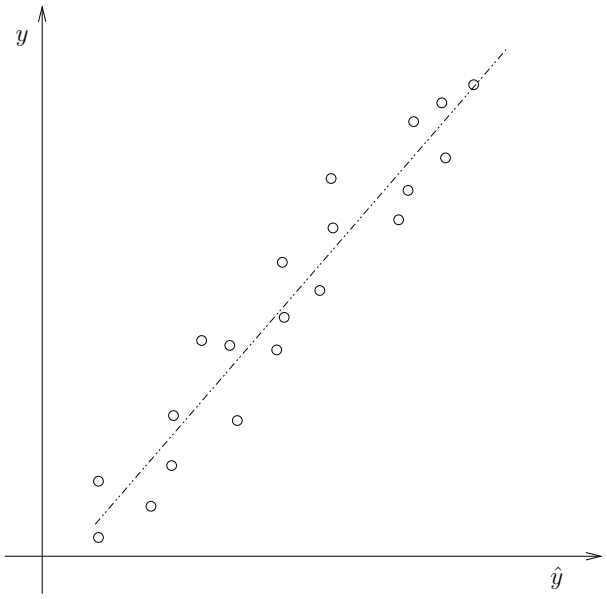


Figura 2.5: Esempio di diagramma diagnostico $\hat{y} - y$, dove y sono i valori osservati della variabile dipendente e $\hat{y}$ i valori stimati con il modello lineare.

essere rappresentati con i valori stimati $\hat{y}_i$ e non con quelli misurati y_i perché normalmente $\hat{\varepsilon}_i$ e y_i sono correlati tra loro. Se la rappresentazione assomiglia al grafico (a) di Figura 2.6, non ci sono difetti evidenti nel modello. I casi (b) e (c), invece, fanno pensare ad una possibile eteroschedasticità dei residui (che, nel caso (b), sembrano avere varianza proporzionale a y). Come già sottolineato nel Paragrafo 2.2.1, Figura 2.3, l'eteroschedasticità (non-costanza della varianza) dei residui implica che la procedura OLS non è il migliore stimatore lineare non-distorto (BLUE) dei coefficienti del modello. Per rilevare l'eteroschedasticità si può utilizzare il test di omoschedasticità di Harrison and McCabe (1979). La statistica test di Harrison-McCabe è la frazione della somma dei quadrati dei residui corrispondenti ai dati prima di un fissato punto di separazione (ad esempio la frazione della somma dei quadrati dei residui corrispondenti alla prima metà dei dati ordinati). Nell'ipotesi H_0, la statistica test dovrebbe essere pari, all'incirca, a questa frazione, nel nostro caso vicina a 0.5. L'ipotesi nulla è rigettata se la statistica è troppo piccola. Nel caso in cui l'eteroschedasticità venisse confermata, si dovrebbe ricorrere al metodo dei *minimi quadrati pesati* (WLS) oppure ad un'opportuna trasformazione della variabile dipendente, Equazione (2.16), o dei regressori, o di entrambi. Se, oltre al problema dell'eteroschedasticità, le ossevazioni delle coppie (x, y) fossero correlate tra di loro, il metodo che occorrerebbe usare è quello dei *minimi quadrati generalizzati* (GLS). Una configurazione curva come quella del caso (d) di Figura 2.6 è indice, invece, di non-linearità. Questo può significare che il modello ha bisogno di altre variabili esplicative oppure che si deve ricorrere a un modello non-lineare.

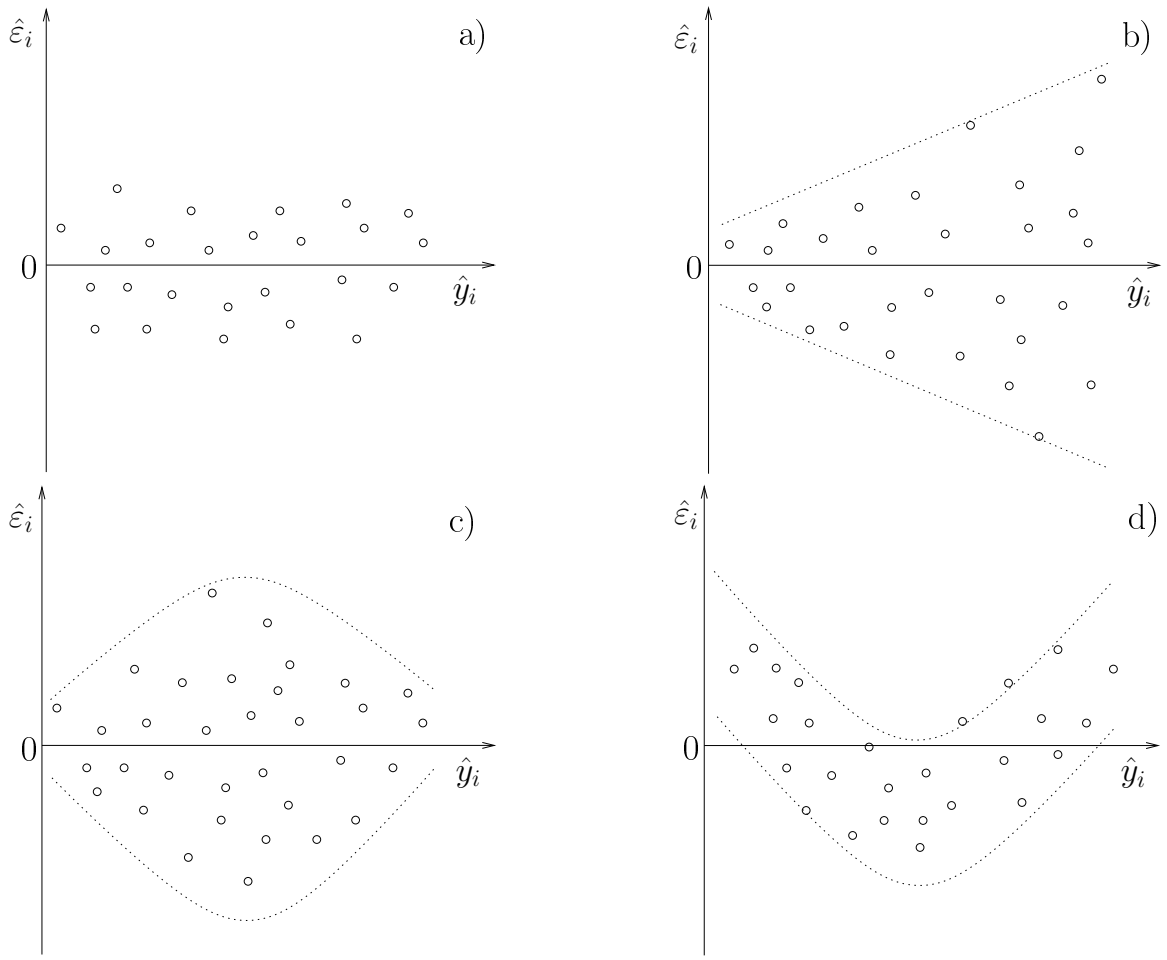


Figura 2.6: Grafici dei residui nei confronti delle stime della regressione. Si sono esemplificate 4 situazioni differenti: a) situazione soddisfacente; b) e c) possibile eteroschedasticità dei residui; d) non-linearità.

Questi grafici permettono quindi di valutare possibili deviazioni da tutte le assunzioni fatte sui residui, eccetto quella di normalità per la quale si può ricorrere alla rappresentazione in *carta probabilistica normale*. Senza entrare nei particolari (per dettagli si veda D'Agostino and Stephens, 1986), questa è un grafico costruito in modo che la funzione dei probabilità cumulata di Gauss (la normale) viene rappresentata su di esso come una linea retta. Se $\hat{\varepsilon}_{[1]}, \hat{\varepsilon}_{[2]}, ..., \hat{\varepsilon}_{[n]}$ sono i residui ordinati in senso crescente, la loro rappresentazione nei confronti della probabilità cumulata $P_i = (i - 1/2)/n$, $i = 1, 2, ..., n$, in carta probabilistica normale dovrebbe giacere approssimativamente su una linea retta (grafico (a) di Figura 2.7). Il grafico (b), al contrario, presenta uno scostamento dalla normale dovuto ad asimmetria positiva. La normalità dei residui è richiesta per la validità del test di significatività (il test t di Student) e per la stima degli intervalli di confidenza/predizione. Per individuare l'assenza di normalità i residui possono essere rappresentati

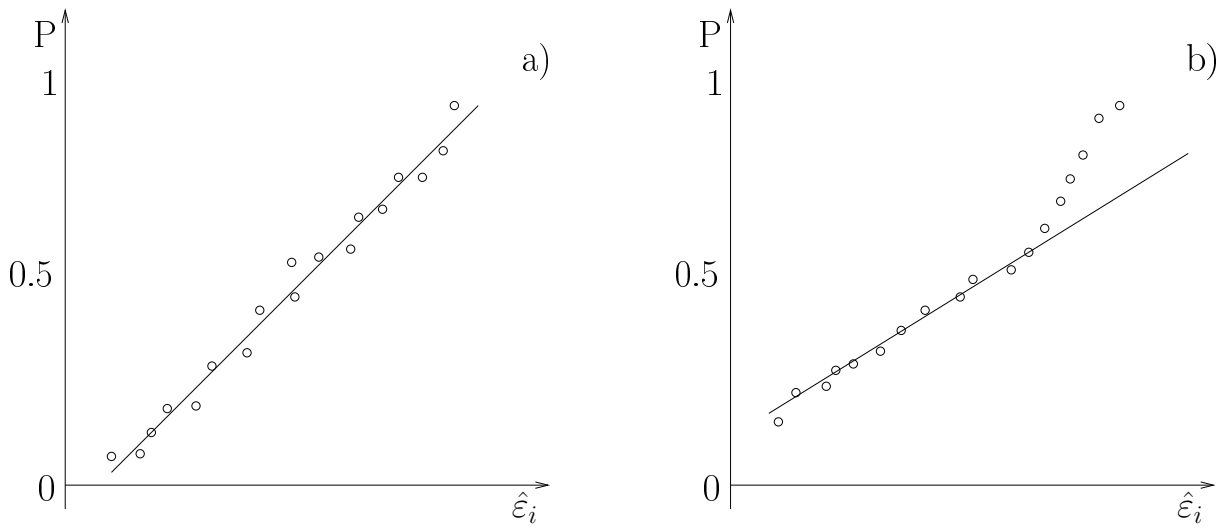


Figura 2.7: Grafici dei residui in carta probabilistica normale. Si sono esemplificate 2 situazioni differenti: a) situazione di normalità; b) non-normalità perché il campione è caratterizzato da asimmetria positiva.

in carta probabilistica normale, e si può utilizzare un test di normalità, ad esempio il test di Anderson-Darling (v.es. Laio, 2004). Il test di Anderson-Darling è basato sulla Distribuzione di Frequenza Empirica (EDF) ed ha statistica test:

$$A^2 = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1} n(2i-1)[\ln(p_{(i)}) + \ln(1-p_{(n-1+i)})] \ , \tag{2.35}$$

dove $p_{(i)} = \Psi((x_{(i)} - \bar{x})/s)$. Ψ è la distribuzione di probabilità cumulata della distribuzione normale standard, e $\bar{x}$ e s sono la media e lo scarto quadratico medio del campione di dati (in questo caso i residui della regressione). Il valore della probabilità associata al test può essere valutato per la statistica modificata $Z = A(1.0 + 0.75/n + 2.25/n^2)$ secondo la Tabella 4.9 in D'Agostino and Stephens (1986).

L'ultimo aspetto che occorre prendere in considerazione è la possibile eccessiva correlazione tra le variabili esplicative (multicollinearità) utilizzate in una regressione lineare multipla. La multicollinearità influenza la procedura dei minimi quadrati determinando problemi di stima dei coefficienti. Il caso rappresentato in Figura 2.8 può essere utile a spiegare gli effetti dovuti alla multicollinearità. Adattare un modello regressivo ai dati (x_1, x_2, y) di Figura 2.8 è analogo a far passare un piano inclinato tra i punti. Ovviamente l'inclinazione di questo piano sarà molto instabile e sensibile a piccoli cambiamenti dei punti. Inoltre, benché il modello può predire abbastanza bene y in punti (x_1, x_2) vicini a quelli dei dati, qualsiasi estrapolazione al di fuori di questi sarà verosimilmente poco affidabile.

Una semplice statistica adeguata a misurare la presenza di multicollinearità è il *variance*

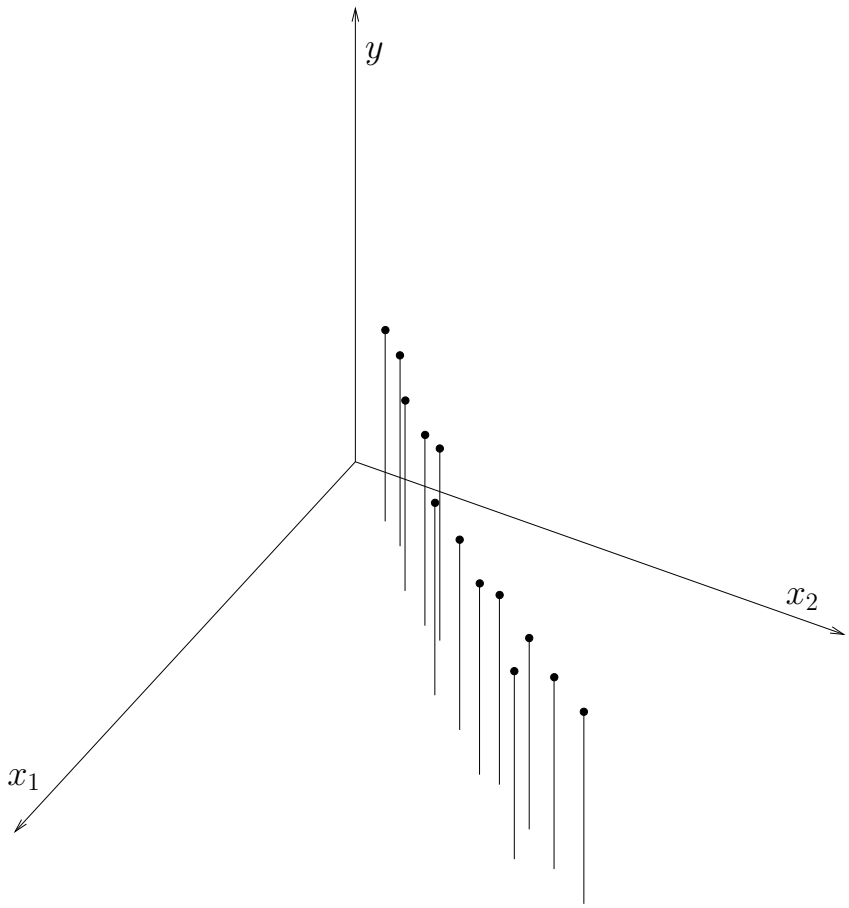


Figura 2.8: Set di dati affetti da multicollinearità.

inflation factor (v.es. Montgomery et al., 2001):

$$\text{VIF} = (1 - R_j^2)^{-1} \ , \tag{2.36}$$

dove R_j^2 è il coefficiente di determinazione della regressione lineare tra la variabile indipendente x_j e i $p-1$ regressori rimanenti. Dall'esperienza pratica si desume che se uno dei VIF arriva a valori dell'ordine di 5 o 10, la possibilità che i coefficienti della regressione siano stati stimati male a causa di multicollinearità è elevata.

Il migliore modello lineare deve quindi essere accompagnato dalla verifica di adeguatezza di tutte queste ipotesi. Ad esempio nel Paragrafo 6.2 si sono rappresentati graficamente i residui nei confronti delle stime e in carta probabilistica normale, e si sono riportati i risultati dei test (di Harrison-McCabe per l'omoschedasticità, di Anderson-Darling per la normalità ed il VIF per la non-multicollinearità).

Capitolo 3

Regionalizzazione della curva di crescita

L'identificazione delle regioni omogenee per la stima delle curve di crescita è sicuramente la fase più complessa dell'analisi di frequenza regionale e spesso richiede di fare scelte soggettive. L'obbiettivo è quello di formare gruppi di siti che soddisfino, almeno in prima approssimazione, la condizione di omogeneità, ovvero che le distribuzioni di frequenza dei siti siano identiche a meno della grandezza-indice.

La distribuzione di frequenza della quantità Q di interesse nei siti non è misurata direttamente. I dati di cui si dispone sono statistiche calcolate a partire dalle misure di Q, oppure altri descrittori (o caratteristiche) del sito. Queste caratteristiche possono essere ad esempio la posizione geografica, la quota, le caratteristiche morfometriche e climatiche del bacino sotteso (se la variabile di interesse è il deflusso), ecc. È di gran lunga preferibile utilizzare, nella formazione delle regioni, le caratteristiche del sito, piuttosto che le statistiche legate a Q, per diversi motivi. Tra questi il principale è che se si usano le statistiche di Q, i risultati dell'analisi regionale non possono essere utilizzati per siti senza dati, in quanto risulterebbe impossibile assegnare uno di questi siti ad una regione per il semplice fatto che non si possono stimare le statistiche di Q su di esso. Inoltre se il test dell'omogeneità delle regioni è basato su tali statistiche la sua integrità è compromessa dal fatto di utilizzare le stesse statistiche per la formazione delle regioni.

Per quanto riguarda la suddivisione in regioni, tra i metodi più utilizzati si annovera la ripartizione dei siti in *regioni disgiunte* (v.es. Hosking and Wallis, 1997; Viglione et al., 2006a). Nel metodo delle regioni disgiunte, le regioni sono ottenute una volta per tutte e separate da confini fissi nello spazio delle caratteristiche usate per la suddivisione, che chiameremo *variabili di classificazione* (vedi Paragrafo 3.1). Un approccio alternativo è quello di definire per ogni sito di interesse, volta per volta, una regione che contiene quei siti i cui dati possono essere vantaggiosamente utilizzati per la stima della distribuzione di frequenza nel sito stesso. Questo approccio è detto della *regione di influenza* (Burn, 1990, ROI) ed è stato utilizzato per la redazione del Flood Estimation Handbook inglese (Robson and Reed, 1999). Si consideri l'esempio riportato in Figura 3.1 in cui i siti sono rappresentati nello spazio delle variabili di classificazione. Con

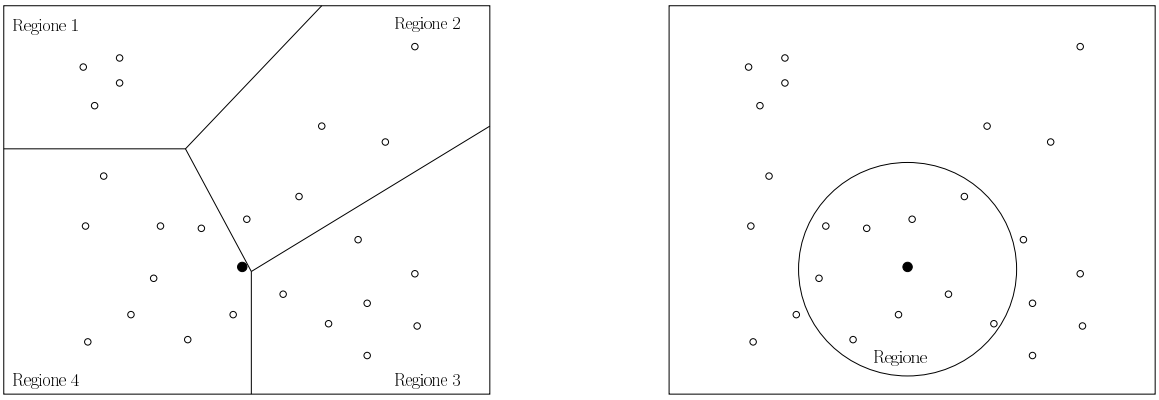


Figura 3.1: Differenze tra regioni disgiunte e regione di influenza: nel grafico a sinistra si sono individuate quattro regioni omogenee disgiunte a partire dai dati dei siti rappresentati con i pallini vuoti; nel grafico a sinistra si è costruita una regione di influenza intorno al sito per cui si vuole stimare la curva di crescita.

i pallini vuoti si sono indicati i siti provvisti di dati, mentre con il pallino pieno un ipotetico sito non monitorato per il quale si vuole stimare la curva di crescita relativa alla grandezza misurata negli altri siti. Nel primo caso (grafico a sinistra) si dispone di una suddivisione in regioni omogenee ottenuta con il metodo della grandezza-indice a regioni disgiunte. Il sito di interesse ricade nella Regione 4 per cui si utilizzerà la curva di crescita ottenuta dai dati di quella regione. Nel caso rappresentato, però, il pallino pieno si trova al confine con le Regioni 2 e 3. Sarebbe bastata una piccola differenza nelle variabili di classificazione ad esso associate per determinarne l'appartenenza ad un'altra regione.

Questo problema non si presenta nel caso del metodo ROI (grafico a destra di Figura 3.1), con il quale il sito di interesse è sempre al centro della regione omogenea a cui appartiene. La procedura ROI è quindi particolarmente efficace quando è richiesta una transizione continua tra le regioni. Infatti essa non è soggetta al problema di assegnare siti adiacenti nello spazio delle variabili di classificazione, e quindi presumibilmente aventi distribuzioni di frequenza simili, a due diverse regioni. L'utilizzo dei risultati di un'analisi regionale basata sulla procedura ROI è però molto meno immediato rispetto al metodo delle regioni disgiunte. Questo perchè l'utente deve ogni volta determinare da sè la regione omogenea per il sito di suo interesse ed adattare una distribuzione di probabilità alla curva di crescita regionale. D'altronde un confronto generale tra le due metodologie non è stato ancora fatto. Nel prosieguo del capitolo si farà riferimento al metodo delle regioni disgiunte, che è stato utilizzato nell'applicazione dell'analisi di frequenza regionale presentata nel Capitolo 6.

3.1 Formazione delle regioni

Le procedure proposte in letteratura per la formazione delle regioni di siti simili tra loro sono molte. In passato si sono scelte regioni di siti contigui geograficamente, a volte seguendo addirittura i limiti amministrativi. Il termine "regione" potrebbe infatti far pensare ad un insieme di siti vicini tra loro, ma la prossimità geografica non è necessariamente indice di similarità tra distribuzioni di frequenza. Questo aspetto è molto importante per variabili cumulate come, ad esempio, il deflusso. Si considerino due sezioni di un corso d'acqua poste una subito prima e l'altra subito dopo un importante confluenza. Benché i due punti siano molto vicini tra loro, il deflusso è molto diverso perché molto diversi sono i bacini idrografici che lo determinano. Anche per le variabili puntuali, comunque, l'approccio della contiguità geografica è estremamente arbitrario e soggettivo.

Il metodo più usato oggi è quello di associare ad ogni sito considerato nello studio un set di caratteristiche (e preferibilmente non statistiche di Q), e di dividere o aggregare i siti in base alla similarità nello spazio di queste caratteristiche. Esse possono essere caratteristiche geografiche (latitudine e longitudine) ma anche di tipo fisico, pedologico, morfometrico e climatico. Un indubbio vantaggio che si ha se si determinano gruppi geograficamente dispersi è che le distribuzioni di frequenza nei differenti siti possono essere ritenute con maggiore sicurezza scorrelate tra loro, il che riduce la variabilità dell'eventuale stima dei quantili. La formazione delle regioni può essere eseguita utilizzando metodi standard di *cluster analysis* basati sulle caratteristiche scelte. L'aspetto più delicato, a nostro avviso, è appunto la scelta di queste caratteristiche, le variabili di classificazione, a cui è dedicato il Capitolo 4. Supponiamo per il momento di conoscere queste variabili e concentriamoci sul come utilizzarle per la formazione delle regioni.

I gruppi (o cluster) devono contenere siti le cui caratteristiche siano simili. Molti algoritmi di cluster analysis misurano la similarità attraverso la distanza Euclidea nello spazio delle variabili di classificazione. La misura di distanza euclidea si esprime con:

$$d_{ij} = \sqrt{\frac{1}{p}\sum_{h=1}^{p}(x_{hi} - x_{hj})^2}\ , \tag{3.1}$$

dove p è il numero delle variabili di classificazione e x_{hi} è il valore della variabile h-esima dell'i-esima entità, standardizzata in modo che il campione degli elementi di tale variabile abbia media 0 e varianza 1. Questa riscalatura, che fa sì che tutte le caratteristiche abbiano la stessa variabilità, dà a tutte le variabili di classificazione lo stesso peso nella formazione delle regioni. Questo potrebbe non essere appropriato, in quanto è probabile che alcune caratteristiche abbiano un'influenza maggiore sulla forma della distribuzione di frequenza, e dovrebbero essere considerate con un maggiore peso nella procedura di formazione dei gruppi. Scegliere i giusti pesi è però un problema tutt'altro che semplice: un possibile approccio è suggerito al Paragrafo 4.2, ma non è stato usato nell'applicazione descritta nel Capitolo 6.

Se si segue la procedura delle regioni disgiunte, la tecnica di cluster analysis che può essere

utilizzata a questo scopo è una metodologia mista, costituita da una prima suddivisione dei bacini con l'algoritmo gerarchico di Ward (1963) e da una successiva rifinitura dei gruppi con un metodo di minimizzazione della dispersione entro i cluster. L'algoritmo di Ward è di tipo agglomerativo, ovvero parte da una situazione in cui ogni individuo costituisce un cluster. Ad ogni passo dell'analisi si considera l'unione di ogni possibile coppia di cluster e si uniscono quelli la cui fusione determina la minima perdita di informazione, che può essere misurata come la somma delle deviazioni quadratiche di ogni punto dal baricentro del cluster a cui appartiene. L'algoritmo di Ward è utile al nostro scopo perché è costruito in modo da generare gruppi compatti e con un numero di elementi confrontabile (in pratica non dovrebbe dar luogo a gruppi troppo piccoli, poco adatti all'analisi regionale). Come tutti gli algoritmi gerarchici (vedi Figura 3.2), però, anche quello di Ward ha l'inconveniente di non ammettere riallocazioni di elementi tra i gruppi, per cui non è detto che la configurazione finale sia effettivamente quella ottimale. Per ovviare a questo inconveniente si può utilizzare, a valle dell'algoritmo di Ward, una tecnica di riallocazione degli elementi.

La procedura viene inizializzata con una suddivisione di partenza, nel nostro caso quella in k cluster ottenuta con Ward. Per questa configurazione può essere calcolata la statistica:

$$W = \sum_{i=1}^{k} \left(\sum_{j=1}^{n_i} \delta_{ij}^2 \right) \quad , \tag{3.2}$$

dove δ_{ij} è la distanza euclidea tra l'elemento j-esimo dell'i-esimo gruppo e il baricentro dell'i-esimo cluster ed n_i è il numero di elementi dello stesso. A passi successivi si valuta se lo spostamento di un elemento tra due gruppi comporta una diminuzione di W, nel qual caso viene applicata la correzione. Ciò avviene finché non si giunge ad una configurazione in cui non esistono modifiche in grado di diminuire ulteriormente la dispersione all'interno dei gruppi. Tale metodo comporta la riallocazione dei punti finché tutti gli individui di ogni gruppo sono più vicini (come distanza Euclidea) al centro del proprio cluster che al centro degli altri. Nel caso in cui le variabili di classificazione siano due, ciò comporta che i gruppi possano essere delimitati da "poligoni di Thiessen", rendendo molto semplice la definizione del criterio di assegnazione di una nuova entità ad un cluster (Figura 3.3).

Non è detto che esistano raggruppamenti distinti di siti che soddisfano la condizione di omogeneità. Più realisticamente la forma della distribuzione di frequenza varia in maniera continua nello spazio delle variabili di classificazione, e l'obbiettivo è quello di formare gruppi di siti entro i quali la variabilità delle caratteristiche, e quindi delle distribuzioni di frequenza, è così piccola da far sì che l'analisi di frequenza regionale sia preferibile all'analisi di frequenza locale e all'analisi regionale basata su una regione differente. Non esiste quindi un numero di cluster corretto ed è più importante evitare che i cluster siano troppo piccoli o troppo grandi. Regioni con pochi siti non godono dei maggiori benefici dell'analisi regionale rispetto all'analisi di frequenza locale dei quantili della variabile di interesse; regioni troppo grandi possono risultare meno omogenee e causare una maggiore distorsione nella stima dei quantili per alcuni siti.

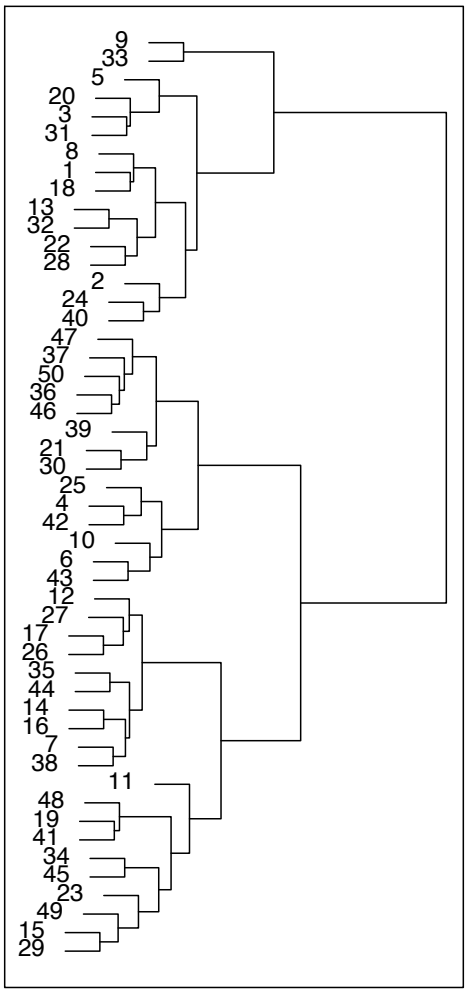


Figura 3.2: Dendogramma di agglomerazione di elementi a mezzo di un algoritmo di cluster analysis di tipo gerarchico. Partendo dalla situazione in cui ogni individuo è considerato singolarmente (parte sinistra del grafico), ad ogni passo dell'analisi si unisce una coppia di individui (o di cluster) fino ad ottenere un unico gruppo (parte destra del grafico).

Ciò nonostante, data la tecnica di raggruppamento proposta, occorre valutare a che punto della procedura ci si deve arrestare, che in un certo senso corrisponde a valutare il numero dei gruppi. Le tecniche di cluster analysis consentono di raggruppare i dati, ma il numero di gruppi che si formano va scelto in maniera indipendente: nel nostro caso si è cercato di suddividere i bacini nel minor numero possibile di gruppi, verificando che le regioni che si vengono a formare

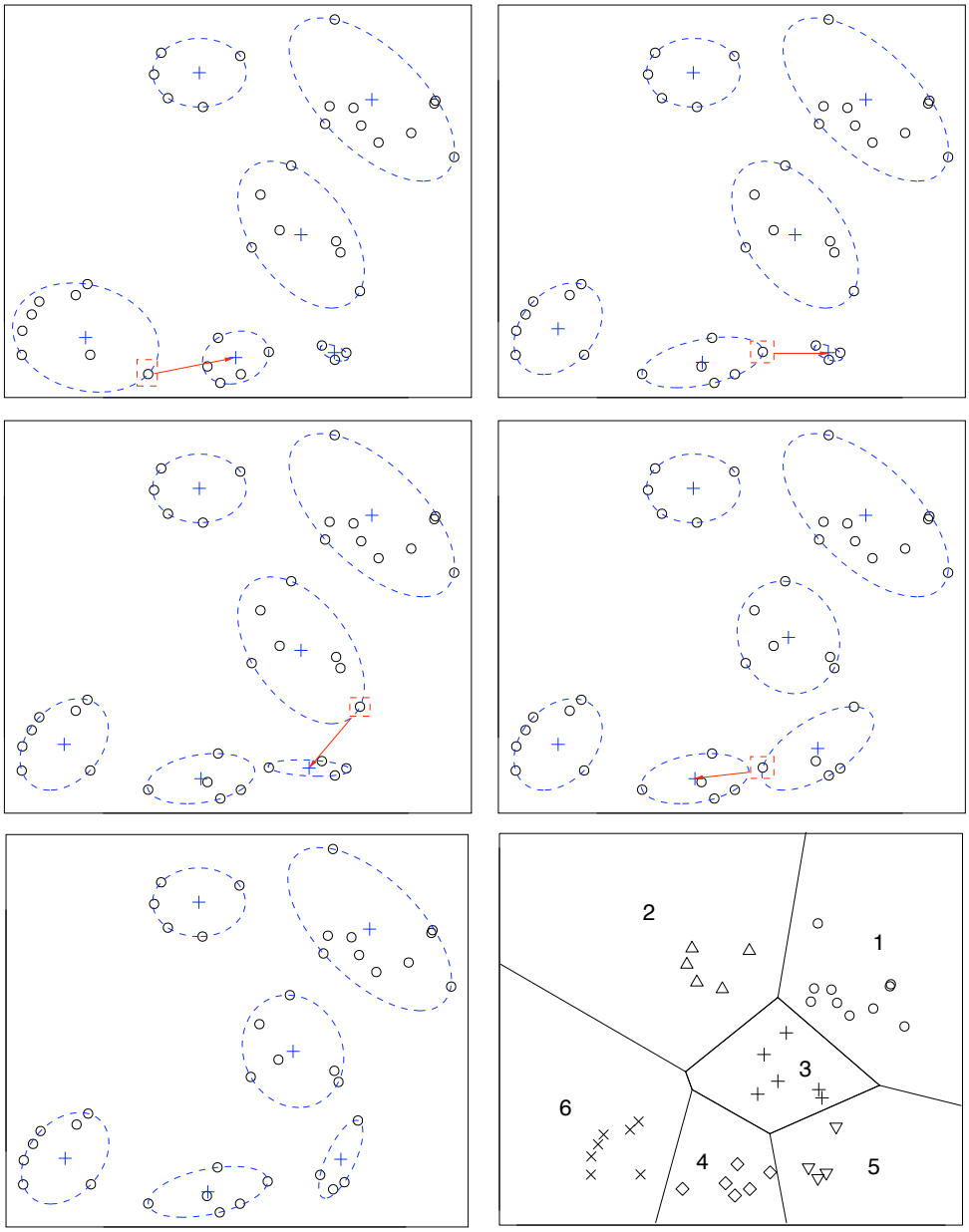


Figura 3.3: Ottimizzazione dei gruppi con un algoritmo di riallocazione degli elementi. Il grafico in alto a sinistra presenta la suddivisione in 6 cluster ottenuta, ad esempio, con l'algoritmo gerarchico di Ward. A passi successivi si valuta se lo spostamento di un elemento tra due gruppi comporta una diminuzione di W dell'Equazione (3.2), ovvero una compattazione dei gruppi intorno ai propri baricentri, nel qual caso viene applicata la correzione. Nella configurazione finale (grafico in basso a sinistra) i gruppi possono essere delimitati da poligoni di Thiessen (grafico in basso a destra), che costituiscono le regioni disgiunte alle quali nuovi elementi possono essere facilmente assegnati.

siano statisticamente omogenee. In pratica si parte dalla condizione in cui tutti i bacini sono raggruppati in un unico cluster e si esegue un test per valutare l'omogeneità del macrogruppo; successivamente si suddividono i bacini in due gruppi, in tre gruppi e così via, utilizzando la metodologia descritta; ci si arresta quando tutte le regioni passano il test. I test di omogeneità che possono essere utilizzati a questo scopo sono ampiamente descritti nel Capitolo 5.

Una volta determinate le regioni omogenee, i dati di ognuna di esse vengono raggruppati e utilizzati per la stima delle curve di crescita regionali, come già accennato al Paragrafo 1.2. In pratica si costruisce, per ogni raggruppamento, un campione contenente tutti i valori della variabile nei siti appartenenti alla regione (divisi per i corrispondenti valori indice), ossia si applica il cosiddetto metodo *station-year* (v.es. Hosking and Wallis, 1997). Successivamente si valuta quale distribuzione di probabilità descrive meglio il campione.

3.2 Selezione di un modello per la curva di crescita

Nell'analisi di frequenza regionale un'unica curva di crescita (in pratica un'unica distribuzione di frequenza) viene adattata ai dati di più siti. In generale, la regione potrà essere leggermente eterogenea, per cui non esisterà una distribuzione che si adatta esattamente ai campioni di tutti i siti. L'obbiettivo non è, d'altra parte, quello di ottenere una distribuzione "esatta", ma di trovare la distribuzione che permette la migliore stima dei quantili di nostro interesse. Nell'analisi di eventi estremi come ad esempio le piene o le magre dei corsi d'acqua, maggiore attenzione dovrà essere dedicata ad una delle code della distribuzione. In altri casi i quantili delle code della distribuzione potrebbero non essere interessanti agli scopi dell'analisi. Queste considerazioni devono essere fatte al momento della scelta della distribuzione di frequenza.

Le distribuzioni, o meglio le famiglie di distribuzioni, che possono essere candidate all'utilizzo nell'analisi di frequenza regionale, devono essere scelte in base al tipo di variabile analizzata e all'abilità di riprodurre comportamenti di particolare importanza. Una considerazione deve essere fatta a riguardo del numero di parametri incogniti della distribuzione candidata: le stime sono accurate solo quando la distribuzione reale assomiglia alla distribuzione adattata. Soprattutto la stima dei quantili sulle code della distribuzione può essere severamente distorta se questa condizione non è vera. Le distribuzioni con solo due parametri sono spesso troppo rigide e difficilmente adattabili ai dati idrologici. L'utilizzo di una distribuzione con più parametri, quando questi possono essere stimati accuratamente, consente una stima meno distorta dei quantili sulle code della distribuzione. Uno dei maggiori vantaggi dell'analisi di frequenza regionale è che distribuzioni con tre, o anche più, parametri possono essere stimate in modo più affidabile di quanto sarebbe possibile fare con l'analisi di frequenza locale.

Per la stima dei parametri delle distribuzioni esistono molti metodi, i più famosi dei quali sono il metodo dei momenti ed il metodo della massima verosimiglianza. Per l'analisi di frequenza regionale è stato dimostrato (Hosking and Wallis, 1997) che il metodo degli L-momenti, che consta nel sostituire gli L-momenti campionari ai corrispondenti L-momenti della distribuzione,

è più efficiente di quello della massima verosimiglianza, quando i campioni sono di lunghezza piccola o moderata (caso che si verifica quasi sempre in idrologia). La definizione degli L-momenti e delle loro proprietà è data in Appendice C, mentre in Appendice D si riporta il legame tra questi e i parametri delle distribuzioni, utile alla stima di questi ultimi con il metodo degli L-momenti.

Le distribuzioni da utilizzarsi dipendono dal tipo di variabile idrologica considerata. Ad esempio se si vuole regionalizzare una variabile estrema, come ad esempio la portata massima annua al colmo, probabilmente è meglio utilizzare la GEV (distribuzione generalizzata del valore estremo), mentre per variabili "medie" quali il deflusso annuo, la distribuzione gamma a tre parametri dovrebbe essere più adatta (Appendice D). Naturalmente la scelta di una distribuzione piuttosto che un'altra deve essere fatta a partire da criteri oggettivi. La valutazione dei meriti delle differenti distribuzioni candidate deve essere basata su quanto bene esse si adattano ai dati disponibili. I criteri con cui questa valutazione può essere fatta sono molti e vengono indicati come *test di bontà di adattamento* delle distribuzioni. Si procede come segue: assegnato un campione di dati x_i $(i = 1, \ldots, m)$ estratto da una distribuzione $F_R(x)$, lo scopo del test è provare l'ipotesi statistica $H_0 : F_R(x) = F(x, \theta)$, dove $F(x, \theta)$ è la distribuzione ipotetica e θ è un vettore di parametri stimati dal campione x_i.

Per determinare se la distribuzione di probabilità scelta si adatta bene agli m dati di cui si dispone in un'assegnata regione, si può utilizzare un test di adattamento basato su una misura dello scostamento medio quadratico tra la distribuzione ipotetica $F(x, \theta)$ e la funzione di frequenza cumulata $F_m(x)$, definita come:

$$\begin{cases} F_m(x) = 0 \ , & x < x_{(1)} \\ F_m(x) = i/m \ , & x_{(i)} \leq x < x_{(i+1)} \\ F_m(x) = 1 \ , & x_{(m)} \leq x \end{cases} \ , \tag{3.3}$$

dove con $x_{(i)}$ si è indicato l'i-esimo elemento del campione di dati ordinato in senso crescente. In generale questi tipi di test possono essere ricondotti alla formulazione di una statistica test:

$$Q^2 = m \int_x \left[F_m(x) - F(x, \theta)\right]^2 \Psi(x)\, dF(x) \ , \tag{3.4}$$

dove $\Psi(x)$ è una funzione che può valere 1, nel qual caso si ha la statistica di Cramer-von Mises, oppure $\Psi(x) = [F(x, \theta)(1 - F(x, \theta))]^{-1}$, che definisce la statistica di Anderson-Darling (Laio, 2004). Nell'applicazione descritta nel Capitolo 6 è stata utilizzata quest'ultima formulazione che, nella pratica, viene calcolata come:

$$A^2 = -m - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left\{ (2i - 1) \ln[F(x_{(i)}, \theta)] + (2m + 1 - 2i) \ln[1 - F(x_{(i)}, \theta)] \right\} \ . \tag{3.5}$$

La statistica A^2 ottenuta dai dati deve essere paragonata alla popolazione delle A^2 che si avrebbero per campioni effettivamente estratti dalla distribuzione ipotetica $F(x, \theta)$, sempre con parametri stimati dal campione. Tale popolazione può essere ricavata con una procedura di tipo

Monte Carlo: si genera un grande numero di campioni di lunghezza m dalla $F(x, \theta)$; per ognuno di essi si stimano i parametri $\hat{\theta}$ di F e si calcola la statistica A_0^2 di Anderson-Darling con l'Equazione (3.5) (con $\hat{\theta}$ al posto di θ). L'insieme degli A_0^2 così calcolati permette di determinare la funzione di frequenza $G(A_0^2)$ della statistica test sotto l'ipotesi H_0; ad esempio, se si vuole verificare l'adattamento della distribuzione ai dati originali con significatività del 5%, si rigetta l'ipotesi H_0 se l'A^2 calcolato con i dati originali risulta maggiore del quantile 0.95 di $G(A_0^2)$.

Se si confrontano distribuzioni con lo stesso numero di parametri, le probabilità associate alla statistica di Anderson-Darling possono essere utilizzate per valutare quale distribuzione si adatti meglio al campione. Un'applicazione di questa metodologia è descritta al Paragrafo 6.3.

Capitolo 4

Variabili di classificazione per la formazione delle regioni

La regionalizzaione della curva di crescita di una variabile idrologica con il metodo della grandezza-indice comporta l'identificazione di regioni statisticamente omogenee (vedi Capitolo 3). Una regione si dice omogenea se le distribuzioni di frequenza adimensionalizzate nei siti ad essa appartenenti sono identiche (o almeno simili) tra loro. I metodi proposti in letteratura per la formazione delle regioni sfruttano tutti la somiglianza (o diversità) dei siti, rispetto ad alcune caratteristiche, che chiamiamo *variabili di classificazione* (v.es. Hall and Minns, 1999; Burn and Goel, 2000; Castellarin et al., 2001). Non si possono tuttavia considerare, ai fini della formazione dei gruppi, caratteristiche direttamente riconducibili alle curve di crescita stesse, dal momento che risulterebbe impossibile assegnare ad una delle regioni un sito dove non si hanno dati (v.es. Hosking and Wallis, 1997). Bisogna invece considerare delle caratteristiche (geografiche, fisiche, climatiche, ...), ricostruibili per un sito qualsiasi ma decisamente correlate all'aspetto delle curve di crescita campionarie. La scelta iniziale di queste caratteristiche è di fondamentale importanza, in quanto la successiva suddivisione terrà conto solo di esse.

Il problema è analogo a quello incontrato nella regionalizzazione della grandezza-indice, dove si ricorre all'analisi multi-regressiva tra i valori misurati e descrittori dei siti per poter effettuare una stima anche in siti non strumentati, come mostrato nel Capitolo 2. Si potrebbe pensare ad un approccio analogo per la scelta delle variabili di calssificazione da utilizzarsi nella formazione delle regioni. Il problema, in questo caso, è che le curve di crescita sono entità più complesse della grandezza-indice, esprimendo un'informazione che, nel suo insieme, non è riconducibile ad un unico valore.

Si considerino le curve di crescita $q_1(F)$, $q_2(F)$ e $q_3(F)$ rappresentate in Figura 4.1. Il problema è duplice: da una parte occorre stabire quantitativamente che le curve $q_1(F)$ e $q_2(F)$ del grafico (a) sono simili tra loro mentre quelle del grafico (b), $q_1(F)$, $q_3(F)$, non lo sono; dall'altra bisogna individuare quali variabili (di classificazione) spiegano questa similitudine. Si può pensare di caratterizzare le curve di crescita con un unico parametro, ad esempio una delle statistiche dei campioni, e valutare la correlazione di questo con le grandezze disponibili per ogni

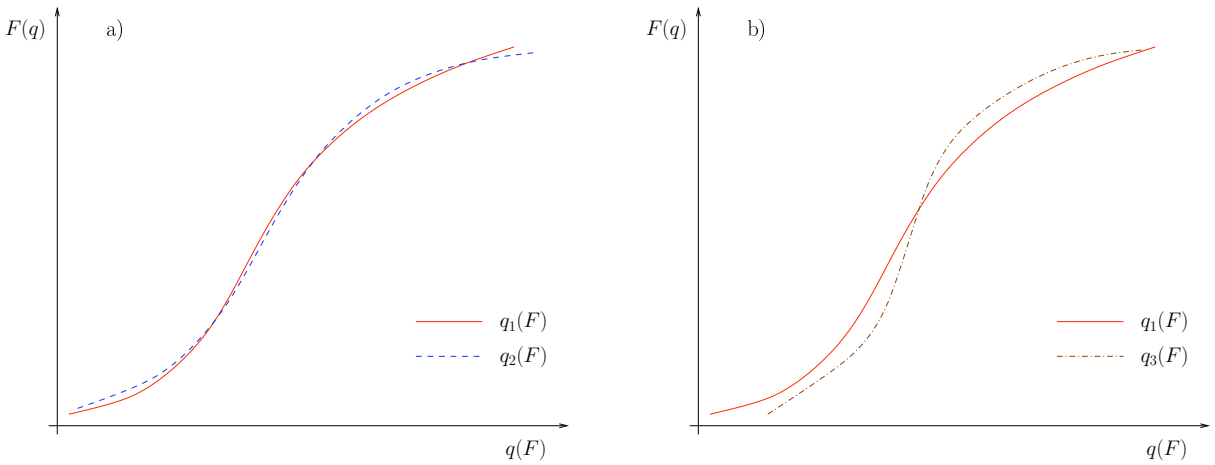


Figura 4.1: Confronto tra curve di crescita: a) le curve $q_1(F)$ e $q_2(F)$ sono simili tra loro; b) le curve $q_1(F)$ e $q_3(F)$ sono tra loro diverse.

sito (ad esempio le grandezze morfoclimatiche dei bacini nel caso in cui la variabile analizzata sia il deflusso). Si tratterebbe essenzialmente di determinare il migliore modello lineare tra questo parametro (ad esempio il coefficiente di variazione o l'L-CV) ed i descrittori dei siti, utilizzando i metodi descritti nel Capitolo 2, e di utilizzare le variabili indipendenti così ottenute come variabili di classificazione per la formazione delle regioni (nel modo indicato nel Capitolo 3). Questo approccio tuttavia presuppone che la statistica considerata sia sufficientemente descrittiva dell'intera forma delle curve di crescita.

In questo capitolo si propone un metodo più generale, legato alla valutazione di diversità, o distanza, tra le curve di crescita considerate nel loro insieme. Se non si può descrivere l'intera curva di crescita a mezzo di un unico valore, si può però associare a due curve di crescita un valore di distanza. Nell'esempio rappresentato in Figura 4.2 si è raffigurata la distanza massima δ tra le distribuzioni empiriche di frequenza cumulata $\hat{q}_1$ e $\hat{q}_2$, ma si possono utilizzare anche statistiche più complesse, come le statistiche su cui sono basati i test di omogeneità (vedi Capitolo 5). Questo ci costringe però a ragionare in termini di coppie di siti, invece che di singoli siti. In sostanza, se per due siti si hanno curve di crescita campionarie molto simili (diverse), si vuole valutare in che cosa, in quali grandezze caratteristiche, i due siti sono simili (diversi). Per far ciò si può utilizzare un metodo poco noto in ambito idrologico che si basa sul confronto tra le *matrici delle distanze*. In questo caso, le matrici contengono le distanze tra le distribuzioni e le distanze tra le grandezze che descrivono i diversi siti. Le distanze tra i parametri relativi a coppie di siti vengono raccolte in matrici quadrate $\mathbf{\Delta}$ il cui elemento generico δ_{hk} è una misura

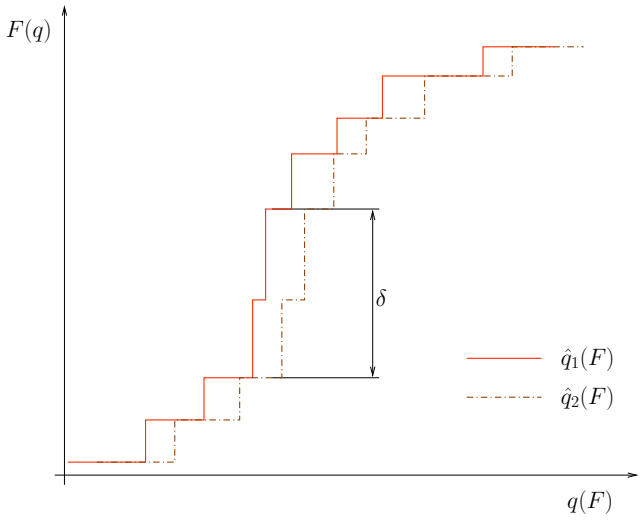


Figura 4.2: Esempio di misura della distanza tra curve di crescita: in questo caso si considera la distanza massima δ tra le funzioni di frequenza cumulate.

della differenza tra i valori assunti dalla variabile considerata nei siti h e k (v.es. Fabbris, 1997):

$$\boldsymbol{\Delta} = \begin{vmatrix} 0 & \cdots & \cdots & \delta_{1h} & \cdots & \cdots & \delta_{1N} \\ \vdots & 0 & & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & & 0 & \vdots & & & \vdots \\ \delta_{h1} & \cdots & \cdots & 0 & \cdots & \cdots & \delta_{hN} \\ \vdots & & & \vdots & 0 & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots & & 0 & \vdots \\ \delta_{N1} & \cdots & \cdots & \delta_{Nh} & \cdots & \cdots & 0 \end{vmatrix} . \tag{4.1}$$

Le *distanze* δ_{ij}, sono misure tra entità caratterizzate dalle seguenti proprietà: la distanza tra un'entità e se stessa è nulla ($\delta_{ii} = 0$ per $i = 1, ..., N$); la distanza tra due entità qualsiasi i e j è non negativa ($\delta_{ij} \geq 0$ per $i, j = 1, ..., N$); la distanza tra due entità gode della proprietà di simmetria, ovvero è la stessa se si misura da i a j oppure da j a i ($\delta_{ij} = \delta_{ji}$). Se queste condizioni sono rispettate, le matrici delle distanze risultano quadrate, simmetriche, definite semi-positive, di rango pari al numero di siti considerato, e con valori nulli sulla diagonale. Ad esempio, se si considera la variabile area del bacino S sotteso alle stazioni idrometriche (in un'analisi regionale dei deflussi), δ_{hk} potrebbe essere valutata come differenza, in valore assoluto, tra le aree dei bacini h e k. $\boldsymbol{\Delta}_S$ sarà quindi una matrice simmetrica e con diagonale nulla, contenente la differenza tra le aree di tutte le possibili coppie di bacini.

La determinazione delle variabili di classificazione per la formazione delle regioni può allora essere fatta individuando il migliore modello lineare che lega la matrice delle distanze delle curve di crescita $\boldsymbol{\Delta}_{q(F)}$ con le matrici delle distanze dei descrittori dei siti, e valutandone la

significatività. La variabile S verrà quindi utilizzata nella classificazione solo se la relativa matrice delle distanze $\mathbf{\Delta}_S$ risulterà correlata alla matrice $\mathbf{\Delta}_{q(F)}$. Valutare la significatività della correlazione tra matrici delle distanze non è però immediato dal momento che esse contengono, per loro natura, valori fortemente correlati tra di loro (per cui il test di Student descritto nel Paragrafo 2.3.1 non può essere utilizzato). Se, considerando ancora $\mathbf{\Delta}_S$, l'elemento δ_{12} vale 1 e l'elemento δ_{13} vale 2, δ_{23} potrà solo assumere i valori 1 o 3. Per verificare la presenza di correlazione tra due matrici bisogna quindi ricorrere a tecniche statistiche particolari, che non risentano della mutua dipendenza degli elementi in $\mathbf{\Delta}$. Il test di Mantel (Mantel and Valand, 1970), sviluppato nell'ambito delle scienze biologico-ambientali, è uno di queste.

4.1 Test di Mantel

Molte procedure di analisi dei dati sono basate sulle matrici delle distanze. Il confronto tra due o più matrici delle distanze relative alle stesse entità è spesso condotto per valutare l'esistenza di correlazione tra le matrici. Il metodo più comunemente utilizzato per valutare la relazione esistente tra due matrici delle distanze è il test di Mantel (1967). La procedura di raggruppamento spazio-temporale proposta da Mantel (1967) è stata originariamente studiata per valutare la relazione tra una matrice di misure di distanza spaziale e una matrice di misure di distanza nel tempo, ma, come formalizzato in Mantel and Valand (1970), può essere utilizzata in una qualsiasi analisi che coinvolge due matrici delle distanze. Dal lavoro di Smouse et al. (1986), che proposero un'estensione del test di Mantel per l'analisi di correlazione parziale, il test applicato a due matrici viene detto *test di Mantel semplice*, mentre quello applicato a tre o più matrici *test di Mantel parziale*. Nei paragrafi seguenti i due test vengono definiti in maniera formale.

4.1.1 Test di Mantel semplice

Si consideri una coppia di matrici delle distanze $\boldsymbol{X}$ e $\boldsymbol{Y}$. Gli elementi di queste matrici, X_{ij} e Y_{ij}, rappresentano le distanze rispetto a due diverse caratteristiche tra due entità i e j $(i, j = 1, \ldots, K)$. Si calcoli la statistica:

$$\tilde{Z}_{YX} = \sum_{ij} (X_{ij} Y_{ij}) \ , \tag{4.2}$$

dove $\sum_{ij}$ indica la somma di tutte le coppie ij. Questa statistica test viene paragonata alla distribuzione attesa di Z_{YX}, ottenuta quando gli elementi corrispondenti delle due matrici non sono associati in nessun modo. Utilizzando una distribuzione empirica ottenuta mediante simulazione Monte Carlo, si calcola la probabilità di ottenere casualmente un valore di Z_{YX} estremo quanto $\tilde{Z}_{YX}$. La procedura Monte Carlo consta nel mantenere rigida una delle due matrici mentre le righe, e le colonne corrispondenti, dell'altra sono permutate casualmente. L'ipotesi alternativa è che ci sia un'associazione tra gli elementi corrispondenti delle due matrici. La probabilità $P = \Pr(Z_{YX} > \tilde{Z}_{YX})$ (associata alla coda superiore della distribuzione nulla)

è un'utile misura della significatività statistica della correlazione tra le matrici delle distanze (Mantel, 1967).

Mentre P ha un significato ben preciso, $\tilde{Z}_{YX}$ è una misura poco pratica la cui scala è differente al variare delle matrici analizzate. Smouse et al. (1986) propongono di utilizzare il coefficiente di correlazione di Pearson r_{XY} al posto di $\tilde{Z}_{YX}$. La procedura da loro suggerita si articola nella maniera seguente. Si considerino le medie dei valori contenuti nelle due matrici

$$\bar{X} = \sum_{ij}(X_{ij}/N) \quad \text{e} \quad \bar{Y} = \sum_{ij}(Y_{ij}/N) \tag{4.3}$$

dove $N = K(K-1)$ è il numero degli elementi delle matrici $\boldsymbol{X}$ e $\boldsymbol{Y}$ eccetto quelli sulla diagonale (che sono tutti nulli). Si calcolino la somma corretta dei prodotti degli elementi delle matrici

$$\mathrm{SP}(X,Y) = (\tilde{Z}_{YX} - N\bar{X}\bar{Y}) \tag{4.4}$$

e le somme corrette dei quadrati degli stessi

$$\mathrm{SS}(X) = \sum_{ij}(X_{ij} - \bar{X})^2 \tag{4.5}$$

e

$$\mathrm{SS}(Y) = \sum_{ij}(Y_{ij} - \bar{Y})^2 \ . \tag{4.6}$$

Mentre $\mathrm{SP}(X,Y)$ varia se si permutano gli elementi di una matrice, sia $\mathrm{SS}(X)$ che $\mathrm{SS}(Y)$ rimangono gli stessi. Se si combinano le Equazioni (4.4), (4.5) e (4.6) si possono calcolare il coefficiente di regressione

$$b_{YX} = \mathrm{SP}(X,Y)/\mathrm{SS}(X) \tag{4.7}$$

ed il corrispondente coefficiente di correlazione di Pearson

$$r_{YX} = \frac{\mathrm{SP}(X,Y)}{\sqrt{\mathrm{SS}(X)\cdot\mathrm{SS}(Y)}} \tag{4.8}$$

del modello regressivo lineare

$$[Y_{ij} - \bar{Y}] = b_{YX}[X_{ij} - \bar{X}] + \epsilon_{ij} \ . \tag{4.9}$$

Questo cambiamento di variabile (r_{YX} è equivalente ad una normalizzazione di $\tilde{Z}_{YX}$) mostra che il test di Mantel può essere visto come test di significatività del coefficiente di una regressione lineare. I classici test di significatività dell'analisi lineare, ad esempio quello della t di Student, non sono validi quando si trattano le matrici delle distanze perché l'ipotesi di indipendenza tra i valori delle variabili (in questo caso le singole matrici) è in questo caso fortemente violata. Dal momento che il test di Mantel è basato su una distribuzione nulla ottenuta con la simulazione Monte Carlo, la mancanza di indipendenza non costituisce un problema.

4.1.2 Test di Mantel parziale

Spesso si deve valutare se vi è correlazione tra due o più matrici delle distanze ($\boldsymbol{X}_1$, $\boldsymbol{X}_2$, ..., $\boldsymbol{X}_H$) con una matrice $\boldsymbol{Y}$. In questa situazione, spesso gli elementi corrispondenti delle varie matrici $\boldsymbol{X}$ sono correlati tra loro, per cui l'informazione disponibile può ritenersi ridondante. L'obbiettivo che ci si pone è quello di valutare quanto sono correlate le singole matrici $\boldsymbol{X}$ alla matrice $\boldsymbol{Y}$, e quanta informazione aggiuntiva si fornisce se si considera una particolare matrice $\boldsymbol{X}$, allorquando altre matrici sono state incluse nell'analisi.

Anche in questo caso Smouse et al. (1986) fanno riferimento all'analisi regressiva lineare, questa volta multipla. Si consideri per semplicità il caso di due matrici $\boldsymbol{X}$ (l'estensione a più matrici risulterà semplice). L'estensione dell'Equazione (4.9) nel caso delle matrici $\boldsymbol{Y}$, $\boldsymbol{X}_1$ e $\boldsymbol{X}_2$ è

$$[Y_{ij} - \bar{Y}] = b_{Y1}[X_{1ij} - \bar{X}_1] + b_{Y2}[X_{2ij} - \bar{X}_2] + \epsilon_{ij} \ . \tag{4.10}$$

Se si indicano le somme dei quadrati corretti con

$$\mathrm{SS}(X_1) = \sum_{ij}(X_{1ij} - \bar{X}_1)^2 \ , \tag{4.11}$$

$$\mathrm{SS}(X_2) = \sum_{ij}(X_{2ij} - \bar{X}_2)^2 \tag{4.12}$$

e

$$\mathrm{SS}(Y) = \sum_{ij}(Y_{ij} - \bar{Y})^2 \ , \tag{4.13}$$

e le somme dei prodotti incrociati con

$$\mathrm{SP}(X_1, Y) = (\tilde{Z}_{Y1} - N\bar{X}_1\bar{Y}) \ , \tag{4.14}$$

$$\mathrm{SP}(X_2, Y) = (\tilde{Z}_{Y2} - N\bar{X}_2\bar{Y}) \tag{4.15}$$

e

$$\mathrm{SP}(X_1, X_2) = (\tilde{Z}_{12} - N\bar{X}_1\bar{X}_2) \ , \tag{4.16}$$

dove

$$\tilde{Z}_{Y1} = \sum_{ij}(X_{1ij}Y_{ij}) \ , \tag{4.17}$$

$$\tilde{Z}_{Y2} = \sum_{ij}(X_{2ij}Y_{ij}) \tag{4.18}$$

e

$$\tilde{Z}_{12} = \sum_{ij}(X_{1ij}X_{2ij}) \ , \tag{4.19}$$

i coefficienti della Regressione (4.10) possono essere calcolati dall'equazione vettoriale analoga all'Equazione (4.7):

$$\boldsymbol{b} = [b_1, b_2]' = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y} \ , \tag{4.20}$$

dove con la matrice $\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}$ si sono indicate le varianze e le covarianze tra le matrici $\boldsymbol{X}$ delle distanze:

$$\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} \mathrm{SS}(X_1) & \mathrm{SP}(X_1, X_2) \\ \mathrm{SP}(X_1, X_2) & \mathrm{SS}(X_2) \end{bmatrix} \ , \tag{4.21}$$

e con il vettore $\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}$ la covarianza tra ognuna delle matrici $\boldsymbol{X}$ e la matrice Y:

$$\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \mathrm{SP}(X_1, Y) \\ \mathrm{SP}(X_2, Y) \end{bmatrix} \ . \tag{4.22}$$

I coefficienti di correlazione di Pearson r_{Y1}, r_{Y2} e r_{12} si ottengono sostituendo gli elementi definiti dall'Equazione (4.11) all'Equazione (4.16) nell'Equazione (4.8). Il coefficiente di correlazione parziale di $\boldsymbol{Y}$ con $\boldsymbol{X}_1$ per valori fissati di $\boldsymbol{X}_2$ vale

$$r_{Y1.2} = \frac{r_{Y1} - r_{Y2}r_{12}}{\sqrt{(1 - r_{Y2}^2)(1 - r_{12}^2)}} \ , \tag{4.23}$$

mentre il coefficiente di correlazione parziale di $\boldsymbol{Y}$ con $\boldsymbol{X}_2$ per valori fissati di $\boldsymbol{X}_1$

$$r_{Y2.1} = \frac{r_{Y2} - r_{Y1}r_{12}}{\sqrt{(1 - r_{Y1}^2)(1 - r_{12}^2)}} \ . \tag{4.24}$$

Infine, il coefficiente di determinazione si può ottenere come

$$R^2 = 1 - (1 - r_{Y1}^2)(1 - r_{Y2.1}^2) = 1 - (1 - r_{Y2}^2)(1 - r_{Y1.2}^2) \ . \tag{4.25}$$

Tutte questi sono risultati standard dell'analisi regressiva lineare tra una variabile dipendente e due variabili indipendenti. Nel caso in cui le variabili indipendenti siano più di due le considerazioni sono analoghe, benché espresse con la simbologia vettoriale. L'unico aspetto complesso della trattazione, che è anche l'aspetto che ci interessa, è quello legato al test di significatività. Nell'ipotesi classica dell'analisi regressiva lineare, le matrici $\boldsymbol{X}$ sono considerate fisse e misurate senza errore. La differenza che sta nell'analisi di due (o più) matrici $\boldsymbol{X}$, piuttosto che nel considerarne separatamente la correlazione con $\boldsymbol{Y}$, è che queste possono essere tra loro non indipendenti. In questo caso possiamo trattare la dipendenza esistente tra le matrici $\boldsymbol{X}_1$ e $\boldsymbol{X}_2$ come fissa ed eseguire il test di Mantel permutando la sola matrice $\boldsymbol{Y}$ e calcolando ogni

volta una delle statistiche presentate in precedenza, esattamente come si fa nel caso del test di Mantel semplice.

Se invece $\boldsymbol{X}_1$ e $\boldsymbol{X}_2$ sono esse stesse variabili aleatorie, misurate con una certa incertezza, e associate in qualche modo alla matrice $\boldsymbol{Y}$, il procedimento da seguire è più complesso. In questo caso è più logico indicare le tre matrici con $\boldsymbol{Y}_1$, $\boldsymbol{Y}_2$ e $\boldsymbol{Y}_3$. Il coefficiente di correlazione parziale $r_{ij.k}$ può essere calcolato nel seguente modo: si calcola la regressione tra $\boldsymbol{Y}_i$ e $\boldsymbol{Y}_k$ e si indica con $\boldsymbol{D}_{i.k}$ la matrice i cui elementi sono i residui della regressione $d_{i.k}$. Allo stesso modo si calcolano i residui $\boldsymbol{D}_{j.k}$ della regressione tra $\boldsymbol{Y}_j$ e $\boldsymbol{Y}_k$. La correlazione tra gli elementi corrispondenti delle matrici $\boldsymbol{D}_{i.k}$ e $\boldsymbol{D}_{j.k}$ è la correlazione parziale $r_{ij.k}$ delle matrici $\boldsymbol{Y}_i$ e $\boldsymbol{Y}_j$, data la matrice $\boldsymbol{Y}_k$. La significatività del coefficiente può essere valutata attraverso permutazioni random di una delle matrici dei residui (mantenendo l'altra immutata). Considerazioni aggiuntive sull'aspetto computazionale del test sono contenute in Legendre (2000) che mette a confronto diversi metodi di permutazione degli elementi per l'esecuzione del test di Mantel parziale. Per l'applicazione del test è disponibile il pacchetto *vegan* (Oksanen et al., 2005) del software R (R Development Core Team, 2006) disponibile all'url `http://cran.r-project.org/`.

Il test di Mantel, così come è stato definito, valuta la significatività della correlazione tra le matrici delle distanze soltanto se questa è di tipo lineare. Come nell'analisi regressiva, le non-linearità possono essere trattate con opportune trasformazioni, oppure sostituendo ai valori della variabile i ranghi. Tuttavia anche in questo caso quello che si può valutare è la significatività della correlazione lineare, ad esempio tra i ranghi. Quando non si conosce affatto la relazione che può intercorrere tra gli elementi delle matrici delle distanze, ovvero nella maggioranza dei casi, il test di Mantel è uno strumento senz'altro utile.

4.2 Identificazione delle variabili di classificazione

Nell'applicazione del test di Mantel all'analisi di frequenza regionale, e più precisamente all'individuazione delle variabili di classificazione per la formazione delle regioni omogenee, l'ipotesi classica dell'analisi regressiva lineare, di considerare le matrici fisse e misurate senza errore, può essere ritenuta valida (Paragrafo 2.3). Se questo è vero, il test di Mantel parziale può essere applicato come test di significatività dei coefficienti di una regressione multipla tra matrici delle distanze.

La procedura di selezione delle variabili di classificazione può quindi seguire una metodologia analoga a quella descritta nel Capitolo 2, dove il test di Mantel parziale viene utilizzato in sostituzione al test della t di Student. Si confrontano tutte le possibili regressioni lineari del tipo:

$$\boldsymbol{\Delta}_{q(F)} = \beta_0 + \beta_1 \boldsymbol{\Delta}_{x_1} + \beta_2 \boldsymbol{\Delta}_{x_2} + \ldots + \beta_{p-1} \boldsymbol{\Delta}_{x_{p-1}} + \varepsilon \ , \tag{4.26}$$

dove $\boldsymbol{\Delta}_{q(F)}$ è la matrice delle distanze tra le curve di crescita campionarie, $\boldsymbol{\Delta}_{x_i}$ sono le matrici delle distanze tra le variabili candidate ad essere considerate di classificazione per la formazione

delle regioni e β_i sono i coefficienti della regressione. Il test di Mantel sui coefficienti può essere eseguito confrontando ogni β_i con i quantili (ad esempio 0.05 se $\beta_i < 0$ o 0.95 se $\beta_i > 0$ volendo eseguire il test al 5% di significatività) della distribuzione del rispettivo coefficiente ottenuta permutando gli elementi della matrice $\mathbf{\Delta}_{q(F)}$, come mostrato nel Paragrafo 4.1. Se significative in base al test di Mantel, le variabili esplicative del modello di Equazione (4.26) possono essere utilizzate come variabili di classificazione nella procedura di formazione delle regioni descritta nel Capitolo 3. Il migliore modello regressivo tra matrici delle distanze può essere scelto in base al coefficiente di determinazione R^2_{adj} analogamente a quanto discusso al Paragrafo 2.3.1.

Nella pratica le variabili di classificazione $x_1, x_2, \ldots, x_{p-1}$ devono essere rese adimensionali in modo da influire con lo stesso peso nella procedura di cluster analysis (Paragrafo 3.1). Nell'applicazione del Capitolo 6 esse sono state adimensionalizzate come $\frac{x_i - m(x_i)}{s(x_i)}$, dove $m(x_i)$ e $s(x_i)$ sono, rispettivamente, la media e la deviazione standard campionarie delle misure del parametro x_i nelle siti monitorati. In alternativa si potrebbe pensare di utilizzare come variabili di classificazione $\beta_1 x_1, \beta_2 x_2, \ldots, \beta_{p-1} x_{p-1}$, ovvero le variabili pesate con il coefficiente ottenuto nell'Equazione (4.26). Ciò costituirebbe di per sè un'adimensionalizzazione, e terrebbe conto dell'influenza di ogni variabile nello spiegare la variabilità delle curve di crescita.

Capitolo 5

Test di omogeneità per l'Analisi di Frequenza Regionale

La valutazione dell'omogeneità delle regioni è uno dei punti critici dell'analisi di frequenza regionale. L'ipotesi di omogeneità implica che le distribuzioni di frequenza dei differenti siti appartenenti alla regione siano identiche, a meno di un parametro di scala caratteristico di ogni sito. Parecchi autori hanno proposto test di omogeneità nella letteratura idrologica, tra cui Dalrymple (1960), Wiltshire (1986b,c,a), Chowdhury et al. (1991), Lu and Stedinger (1992), Fill and Stedinger (1995) e Hosking and Wallis (1993, 1997). Tuttavia i confronti tra i test sono stati pochi, con la conseguenza di lasciare l'utente senza un'idea chiara sui meriti e i limiti di ogni tecnica. Le statistiche basate sugli L-momenti (Hosking and Wallis, 1993, 1997) sono quelle più usate in questo momento nell'analisi di frequenza regionale, ma non ci sono studi dettagliati che dimostrano la loro superiorità nei confronti degli altri metodi.

In questo capitolo vengono riportati i risultati ottenuti in Viglione et al. (2006b): quattro test di omogeneità vengono confrontati con un'impostazione di carattere generale. I primi due test sono quelli proposti da Hosking and Wallis (1993), basati sugli L-momenti. Gli altri due test sono nuovi in ambito idrologico: sono il test di Anderson-Darling (Scholz and Stephens, 1987), opportunamente modificato per tener conto della normalizzazione dei campioni con la grandezza indice, e il test di Durbin and Knott (1971), molto usato come test di bontà di adattamento, ma utilizzato quì per la valutazione di eterogeneità.

Le performance di questi test è stata valutata attraverso la determinazione della loro potenza (e dell'errore di tipo I) con esperimenti di simulazione tipo Monte Carlo. In particolare potenza ed errore di Tipo I sono stati valutati per differenti parametri della distribuzione generatrice, variando il numero di siti appartenenti alla regione, la lunghezza delle serie, il tipo di distribuzione generatrice ed il grado di eterogeneità.

5.1 Test di omogeneità

Si supponga di disporre di k campioni di una stessa variabile in differenti siti di misura, e di voler verificare se possono essere raggruppati per formare una regione statisticamente omogenea: sia Y_{ij} la j-esima osservazione dell'i-esimo campione, ordinato in senso crescente ($Y_{i1} \leq Y_{i2} \leq \ldots \leq Y_{in_i}$, dove $i = 1, \ldots, k$). Se si segue la procedura della grandezza-indice, le osservazioni sono riscalate in un primo momento con $\overline{Y_i}$ (dettagli sulla scelta della grandezza-indice sono riportati nel Paragrafo 2.1) ottenendo $X_{ij} = \frac{Y_{ij}}{\overline{Y_i}}$. Se le osservazioni sono tra loro indipendenti e l'i-esimo campione riscalato ha distribuzione di frequenza F_i, il test di omogeneità corrisponde a verificare l'ipotesi $H_0 : F_1 = ... = F_k = F$, senza specificare qual è la distribuzione comune F. I vantaggi e gli svantaggi di una statistica test sono quantificabili se si valutano la sua potenza e l'errore di Tipo I. Data l'ipotesi nulla H_0, nel nostro caso l'ipotesi di omogeneità regionale, la potenza del test è definita come la probabilità di rigettare correttamente H_0 quando non è vera. Se invece l'ipotesi è rigettata quando dovrebbe essere accettata, si commette un errore di Tipo I. Il test si dice non-distorto se la probabilità di commettere un errore di Tipo I equivale al livello di significatività scelto, α.

I test di omogeneità comportano di stimare una quantità per ogni sito, θ_i, che misura un qualche aspetto della distribuzione di frequenza empirica (del singolo sito), e di verificare se la dispersione dei θ_i attorno ad un valore regionale, θ^R, è consistente con l'ipotesi di omogeneità. Ciò richiede la definizione della distribuzione di θ nell'ipotesi di validità di H_0, $G_{H_0}(\theta)$, che in molti casi implica che si scelga *a priori* la distribuzione di probabilità comune F. Si tratta di un problema teorico comune a molti test di omogeneità (un'eccezione è il test di Wiltshire (1986b) basato sul coefficiente di variazione). La necessità di preselezionare F implica che in realtà il test non permetta di verificare la sola ipotesi di omogeneità, ma l'ipotesi composita (omogeneità e bontà di adattamento) che la distribuzione di probabilità sia la stessa per ogni sito, ed abbia una forma matematica predefinita, F. Di conseguenza, le possibili ragioni per cui il test non viene superato possono essere sia l'eterogeneità della regione, sia l'inadeguatezza della distribuzione di probabilità adottata F. Torneremo su questo aspetto nel Paragrafo 5.1.2, in cui viene descritto il test di Anderson-Darling.

Un secondo problema è determinato dalla normalizzazione dei campioni con la grandezza-indice che, in alcuni casi, può distorcere la distribuzione $G_{H_0}(\theta)$ della statistica test nel caso di validità dell'ipotesi nulla: è il caso dei test di Wiltshire (1986b) e di Anderson-Darling basati sui ranghi. Il problema viene trattato in dettaglio nel Paragrafo 5.1.2. Diamo ora una descrizione dei quattro test di omogeneità selezionati per il confronto. Il pacchetto `homtest` (Viglione, 2006) per il software R (R Development Core Team, 2006), sviluppato per agevolare l'applicazione dei test, è disponibile sui server CRAN (si veda il sito web `http://www.r-project.org/`).

5.1.1 Le misure di eterogeneità di Hosking e Wallis

L'idea su cui si basano le statistiche di eterogeneità di Hosking and Wallis (1993) è quella di misurare la variabilità campionaria degli L-momenti e di paragonarla alla variabilità che ci si aspetterebbe abbia una regione omogenea. Quest'ultima è stimata attraverso simulazioni ripetute di regioni omogenee con campioni estratti da una distribuzione kappa a quattro parametri (vedi l'Appendice D). Più in dettaglio i passi sono i seguenti:

1. Per quanto riguarda i k campioni appartenenti alla regione in analisi, si calcolino i rapporti degli L-momenti campionari (si veda l'Appendice C per i dettagli) dell'i-esimo sito: questi sono il coefficiente di L-variazione (L-CV),

$$t^{(i)} = \frac{\frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}\left(\frac{2(j-1)}{(n_i-1)}-1\right)Y_{i,j}}{\frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}Y_{i,j}}, \tag{5.1}$$

l'L-skewness,

$$t_3^{(i)} = \frac{\frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}\left(\frac{6(j-1)(j-2)}{(n_i-1)(n_i-2)}-\frac{6(j-1)}{(n_i-1)}+1\right)Y_{i,j}}{\frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}\left(\frac{2(j-1)}{(n_i-1)}-1\right)Y_{i,j}}, \tag{5.2}$$

e l'L-kurtosis

$$t_4^{(i)} = \frac{\frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}\left(\frac{20(j-1)(j-2)(j-3)}{(n_i-1)(n_i-2)(n_i-3)}-\frac{30(j-1)(j-2)}{(n_i-1)(n_i-2)}+\frac{12(j-1)}{(n_i-1)}-1\right)Y_{i,j}}{\frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}\left(\frac{2(j-1)}{(n_i-1)}-1\right)Y_{i,j}}. \tag{5.3}$$

Si noti che i rapporti degli L-momenti non sono influenzati dalla normalizzazione attraverso la grandezza-indice, essendo analogo utilizzare $X_{i,j}$ o $Y_{i,j}$ nelle Equazioni (5.1)-(5.3).

2. Si determinino i coefficienti medi regionali L-CV, L-skewness e L-kurtosis,

$$t^R = \frac{\sum_{i=1}^k n_i t^{(i)}}{\sum_{i=1}^k n_i} \qquad t_3^R = \frac{\sum_{i=1}^k n_i t_3^{(i)}}{\sum_{i=1}^k n_i} \qquad t_4^R = \frac{\sum_{i=1}^k n_i t_4^{(i)}}{\sum_{i=1}^k n_i} \tag{5.4}$$

e si calcoli la statistica

$$V = \left\{\sum_{i=1}^k n_i (t^{(i)}-t^R)^2 / \sum_{i=1}^k n_i\right\}^{1/2}. \tag{5.5}$$

3. Si ottengano i quattro parametri di una distribuzione kappa a partire dai rapporti degli L-momenti medi regionali t^R, t_3^R e t_4^R, e si generi un elevato numero N_{sim} di realizzazioni di set di k campioni. L'i-esimo sito in ogni campione è quindi estratto dalla distribuzione kappa e ha lunghezza pari a n_i. Per ogni regione omogenea simulata si calcoli la statistica di Equazione (5.5), ottenendo N_{sim} valori. Si determinino da questo vettore di valori di V media μ_V e scarto quadratico medio σ_V, che sono associati all'ipotesi di omogeneità (in realtà all'ipotesi composta di omogeneità e distribuzione generatrice kappa).

4. Una misura di eterogeneità, che verrà qui indicata con HW_1, viene infine calcolata come

$$\theta_{HW_1} = \frac{V - \mu_V}{\sigma_V}. \tag{5.6}$$

θ_{HW_1} può essere approssimata con una distribuzione normale standard (media pari a 0 e varianza pari a 1). Seguendo le indicazioni di Hosking and Wallis (1997), la regione in analisi può essere considerata "accettabilmente omogenea" se $\theta_{HW_1} < 1$, "possibilmente eterogenea" se $1 \leq \theta_{HW_1} < 2$, e "sicuramente eterogenea" se $\theta_{HW_1} \geq 2$. Hosking and Wallis (1997) consigliano che questi limiti siano utilizzati come linee guida. Sebbene la statistica θ_{HW_1} sia costruita come un test di significatività, i livelli di significatività ottenuti sarebbero accurati solo sotto alcune assunzioni: che i dati siano indipendenti sia serialmente che tra i siti, e che la vera distribuzione di probabilità regionale sia la kappa.

La statistica θ_{HW_1} misura l'eterogeneità solo nella dispersione dei campioni, dal momento che è basata solamente sulle differenze tra gli L-CV nella regione. Per questo motivo non è sensibile all'eterogeneità determinata dalla diversità di L-skewness tra i campioni. Hosking and Wallis (1993) forniscono anche una misura di eterogeneità alternativa (che noi chiamiamo HW_2), nella quale il valore di V dell'Equazione (5.5) è sostituito da:

$$V_2 = \sum_{i=1}^{k} n_i \left\{ (t^{(i)} - t^R)^2 + (t_3^{(i)} - t_3^R)^2 \right\}^{1/2} / \sum_{i=1}^{k} n_i \ , \tag{5.7}$$

La statistica test diventa in questo caso

$$\theta_{HW_2} = \frac{V_2 - \mu_{V_2}}{\sigma_{V_2}} \ , \tag{5.8}$$

con gli stessi limiti di accettabilità di HW_1. Hosking and Wallis (1997) giudicano θ_{HW_2} molto inferiore a θ_{HW_1} e dicono che raramente essa mostra valori superiori a 2, anche per regioni estremamente eterogenee. Inoltre affermano che nella pratica non è comune trovare siti caratterizzati dallo stesso L-CV e differente L-skewness (siti con elevato L-skewness tendono ad avere anche un elevato L-CV). Ad ogni modo abbiamo deciso di includere anche la statistica HW_2 nell'analisi comparativa di questo lavoro perché essa viene utilizzata nel più sistematico e ben documentato lavoro disponibile sull'analisi regionale delle piene (Robson and Reed, 1999).

5.1.2 Il test di Anderson-Darling su k campioni

Come accennato, le misure di eterogeneità HW_1 e HW_2 sono caratterizzate dalla limitazione di essere un test di bontà di adattamento + omogeneità, essendo basate sulla distribuzione generatrice kappa. Probabilmente la distribuzione kappa è abbastanza flessibile da limitare le conseguenze di tale assunzione (Hosking and Wallis, 1997), ma l'inconsistenza teorica rimane tale. Per questo abbiamo deciso di proporre nel confronto anche test che non presentano questo problema. Un possibile candidato potrebbe essere il test di Wiltshire (1986b) basato sul CV,

se non fosse stato giudicato inaffidabile dallo stesso Autore. Un altro test che non fa alcuna assunzione sulla distribuzione generatrice è il test di Anderson-Darling (AD) basato sui ranghi (Scholz and Stephens, 1987). Il test AD è la generalizzazione del classico test di bontà di adattamento di Anderson-Darling (v.es. D'Agostino and Stephens, 1986) descritto al Paragrafo 3.2, e viene usato per testare l'ipotesi che k campioni indipendenti appartengono alla stessa popolazione senza specificare la distribuzione di probabilità comune.

Il test è basato sul confronto tra le distribuzioni di frequenza empiriche locale e regionale. La distribuzione di frequenza empirica, o distribuzione di frequenza campionaria, è definita come $F(x) = \frac{j}{\eta}, x_{(j)} \leq x < x_{(j+1)}$, dove η è la dimensione del campione e $x_{(j)}$ sono le osservazioni riarrangiate in ordine crescente. Si indichino la distribuzione di frequenza empirica dell'i-esimo campione (locale) con $\hat{F}_i(x)$, e quella del raggruppamento di tutti i $N = n_1 + ... + n_k$ dati dei siti (regionale) con $H_N(x)$. La statistica test di Anderson-Darling su k campioni viene quindi definita come

$$\theta_{AD} = \sum_{i=1}^{k} n_i \int_{\text{all } x} \frac{[\hat{F}_i(x) - H_N(x)]^2}{H_N(x)[1 - H_N(x)]} dH_N(x) \ . \tag{5.9}$$

Se si indica il campione costituito da tutti i dati del raggruppamento, ordinato in senso crescente, con $Z_1 < ... < Z_N$, la forma numerica per risolvere l'Equazione (5.9) è:

$$\theta_{AD} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{N-1} \frac{(NM_{ij} - jn_i)^2}{j(N-j)} \ , \tag{5.10}$$

dove M_{ij} è il numero delle osservazioni nell'i-esimo campione che non superano Z_j. Il test di omogeneità può essere eseguito paragonando i valori di θ_{AD} ottenuti con i valori percentuali riportati in tabella da Scholz and Stephens (1987) per differenti livelli di significatività.

La statistica θ_{AD} dipende dai valori dei campioni solo in relazione al loro rango (posizione all'interno del campione ordinato). Ciò garantisce che la statistica test rimanga invariata qualora i campioni subiscano una trasformazione monotona, il che costituisce un'importante proprietà di stabilità che le misure di eterogeneità HW non possiedono. Tuttavia, l'applicazione di questi test alla procedura della grandezza-indice dà luogo a dei problemi. Infatti, in questa procedura i campioni vengono divisi per un valore diverso a seconda del sito corrispondente, modificando così i ranghi nel campione costituito da tutti i dati del raggruppamento. In particolare, questo fa sì che le distribuzioni di frequenza empiriche locali siano più vicine tra loro, dando l'impressione di omogeneità anche quando i campioni sono molto eterogenei. L'effetto è analogo a quello che si riscontra quando si applica un test di bontà di adattamento a distribuzioni i cui parametri sono stimati dallo stesso campione usato nel test (v.es. D'Agostino and Stephens, 1986; Laio, 2004). In entrambi i casi i punti percentuali per i test devono essere opportunamente rideterminati. Questo può essere fatto attraverso un approccio di "bootstrap" non parametrico, che si esegue tramite i seguenti passi:

1. Si costruisce il campione $\mathcal{S}$ costituito da tutti i dati osservati adimensionalizzati della regione.

2. Si campiona casualmente (permettendo la riselezione) da $\mathcal{S}$ e si generano k campioni artificiali, di dimensioni $n_1, \ldots, n_k$.

3. Si divide ogni campione per la corrispondente grandezza-indice e si calcola $\theta_{AD}^{(1)}$.

4. Si ripete la procedura per N_{sim} volte e si ottiene un campione di $\theta_{AD}^{(j)}$, $j = 1, \ldots, N_{sim}$ valori, la cui distribuzione di frequenza empirica può essere usata come approssimazione a $G_{H_0}(\theta_{AD})$, la distribuzione di θ_{AD} nel caso di validità dell'ipotesi nulla.

5. I limiti di accettazione per il test, corrispondenti ad un qualsiasi livello di significatività α, sono facilmente determinabili come quantili di $G_{H_0}(\theta_{AD})$ corrispondenti alla probabilità $(1 - \alpha)$.

Chiameremo il test ottenuto in questo modo *test bootstrap di Anderson-Darling*, di qui in poi indicato con AD.

5.1.3 Test di Durbin e Knott

L'ultimo test di omogeneità considerato deriva da una statistica di bontà di adattamento originariamente proposta da Durbin and Knott (1971). Il test è costruito in modo da evidenziare discrepanze nella dispersione dei campioni, senza tener conto di eventuali discordanze nella media e nello skewness dei dati. Sotto questo punto di vista il test è simile al test HW_1, mentre è analogo al test AD per il fatto di essere basato sui ranghi. Il test di bontà di adattamento originale è molto semplice: si supponga di avere un campione X_i, $i = 1, ..., n$, con una ipotetica distribuzione di probabilità $F(x)$; nell'ipotesi nulla la variabile casuale $F(X_i)$ è distribuita uniformemente nell'intervallo $(0, 1)$ e la statistica $D = \sum_{i=1}^{n} \cos[2\pi F(X_i)]$ è distribuita approssimativamente secondo una distribuzione normale standard (Durbin and Knott, 1971). D serve per individuare discrepanze nella dispersione dei dati: se la varianza di X_i è maggiore di quella dell'ipotetica distribuzione $F(X)$, D è significativamente maggiore di 0, mentre D è significativamente negativo nel caso opposto. Le differenze tra le medie (o le mediane) di X_i e $F(x)$ non sono invece individuabili con D, il che garantisce che la normalizzazione dei campioni con la grandezza-indice non influenzi il test.

L'estensione a test di omogeneità della statistica di Durbin and Knott (1971) è chiara: si sostituisce la distribuzione di frequenza empirica ottenuta dai dati raggruppati, $H_N(x)$, a $F(x)$ in D, ottenendo per ogni sito la statistica

$$D_i = \sum_{j=1}^{n_i} \cos[2\pi H_N(X_j)], \tag{5.11}$$

che è distribuita normalmente nell'ipotesi di omogeneità. La statistica $\theta_{DK} = \sum_{i=1}^{k} D_i^2$ deve quindi essere distribuita secondo una distribuzione del chi-quadro con $k - 1$ gradi di libertà, che permette di determinare i limiti di accettabilità per il test, corrispondenti a qualsiasi livello di

significatività α. Si noti che l'implementazione del test DK è molto più semplice rispetto alle altre statistiche considerate.

5.2 Principi per il confronto tra i test

Il principale obbiettivo di questa parte del lavoro è l'identificazione, servendosi di simulazioni Monte Carlo, di quale dei test descritti nel Paragrafo 5.1 funziona meglio, ovvero è meno distorto (l'errore di Tipo I è simile al livello di significatività adottato) e più potente. Le simulazioni Monte Carlo richiedono che:

1. si definisca una regione artificiale fornendo il numero di campioni k, la loro lunghezza n (che è stata presa costante per tutti i siti), la distribuzione generatrice (a 3 parametri) $\mathcal{P}$ da utilizzare per la generazione dei campioni, e i rapporti degli L-momenti medi regionali τ^R e τ_3^R;

2. la regione artificiale sia caratterizzata da un'eterogeneità nota, con i rapporti degli L-momenti locali, $\tau^{(i)}$ e/o $\tau_3^{(i)}$, che variano linearmente dal sito 1 al sito k, con un range di variazione complessivo $\Delta\tau$ e $\Delta\tau_3$ (quando $\Delta\tau$ e $\Delta\tau_3$ valgono entrambi 0, la regione è omogenea);

3. per ogni sito nella regione si stimino i tre parametri della distribuzione generatrice $\mathcal{P}$ a partire dagli L-momenti locali, e un campione di lunghezza n è generato da $\mathcal{P}$ e normalizzato con la grandezza-indice;

4. si applichino i quattro test di omogeneità alla regione artificiale ottenuta, dopo aver selezionato un livello di significatività α per i test AD e DK, ed un equivalente limite di accettabilità per le misure di eterogeneità HW_1 e HW_2;

5. si generino 1000 repliche di regioni artificiali come indicato nei punti precedenti e per ogni replica si testi l'omogeneità della regione separatamente con ogni test. La potenza di ogni test (o l'errore di Tipo I) è stimata come percentuale delle 1000 repliche riconosciuta come eterogenea.

Il confronto tra i test deve essere il più generale possibile: valori differenti di k, n, $\mathcal{P}$, τ, τ_3, $\Delta\tau$, $\Delta\tau_3$, e α devono essere considerati, cosa che complica molto la simulazione numerica. In particolare, la dispersione e lo skewness medi dei campioni, τ^R e τ_3^R, influenzano in maniera rilevante la performance dei test. Lo stesso vale per gli altri parametri, ma gli effetti sui test della variazione, ad esempio, di n è molto più semplice da prevedere e, quindi, meno interessante da analizzare. Per questo motivo abbiamo deciso di considerare diversi valori di τ^R e τ_3^R, ovvero di esplorare con le simulazioni gran parte del diagramma $\tau - \tau_3$. Hosking and Wallis (1997) forniscono dei limiti numerici per τ e τ_3: $0 \leq \tau < 1$, $-1 < \tau_3 < 1$, e $2\tau - 1 < \tau_3$ (limiti validi per

variabili che possono assumere solo valori positivi). Lo spazio $\tau - \tau_3$ delimitato da questi limiti rimane però ancora troppo grande in una prospettiva operazionale.

Per scegliere limiti più restrittivi nello spazio $\tau - \tau_3$ si fa riferimento all'esperienza idrologica considerando il lavoro di Vogel and Wilson (1996), che usano i diagrammi degli L-momenti per selezionare una distribuzione di frequenza regionale per le variabili deflusso minimo, medio e massimo annuo. Vogel and Wilson (1996) costruiscono questi diagrammi per più di 1400 corsi d'acqua statunitensi. Tutti i valori di τ e τ_3, indipendentemente dal tipo di deflusso, occupano una banda diagonale del grafico esprimibile come $\tau_3 - 0.2 < \tau < \tau_3 + 0.4$ (si veda la Figura 5.1) e pochi punti hanno τ_3 maggiore di 0.5 o minore di -0.1. Si è quindi scelto di limitare

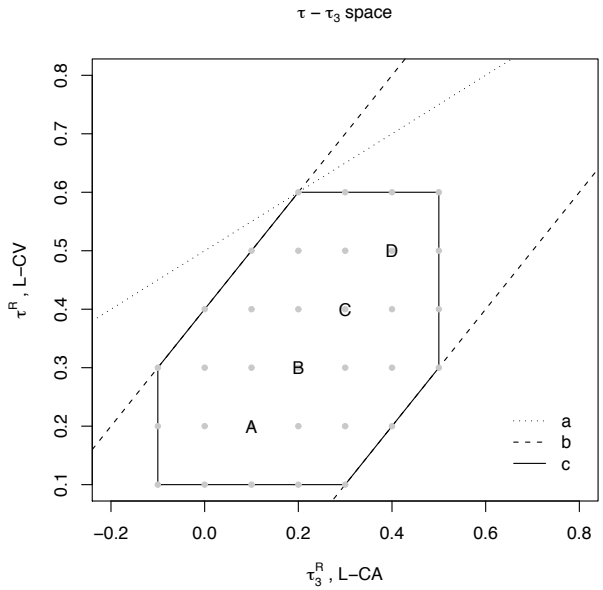


Figura 5.1: Spazio $\tau - \tau_3$ considerato per il confronto dei test (da Viglione et al., 2006b). Le linee sono: (a) limiti numerici forniti da Hosking and Wallis (1997); (b) banda diagonale individuata utilizzando i dati di Vogel and Wilson (1996); (c) la regione considerata nello studio. I punti in grigio sono i valori di τ^R e τ_3^R considerati nel caso studio principale (Paragrafo 5.3.1); i punti A, B, C e D sono considerati nell'analisi di sensitività del Paragrafo 5.3.2.

l'investigazione alla regione delimitata nel modo seguente (Figura 5.1):

$$\begin{cases} 0.1 < \tau < 0.6 \,, \\ -0.1 \leq \tau_3 < 0.5 \,, \\ \tau_3 - 0.2 < \tau < \tau_3 + 0.4 \,, \end{cases} \tag{5.12}$$

Tutte le coppie τ^R e τ_3^R all'interno della regione, su una griglia di lato 0.1 (punti in grigio della Figura 5.1) sono stati utilizzati per le simulazioni.

Per quanto riguarda le altre variabili coinvolte (k, n, $\mathcal{P}$, $\Delta\tau$, $\Delta\tau_3$, e α), la strategia di simulazione adottata prevede la costruzione di un caso studio principale, con valori dei parametri scelti ragionevolmente, e di effettuare una sorta di analisi di sensitività. I parametri selezionati per il caso studio principale sono: $k = 11$; $n = 30$; $\mathcal{P} \equiv$ distribuzione generalizzata del valore estremo (GEV, Appendice D); $\alpha = 5\%$ (o, equivalentemente, $\theta_{HW} \leq 2$); $\Delta\tau = 0$ e $\Delta\tau_3 = 0$ per la verifica dell'errore di Tipo I, o $\Delta\tau = 0.5\tau$ e $\Delta\tau_3 = 0$ per la verifica di potenza dei test (vedi Paragrafo 5.3.1). Il tipo ed il grado di eterogeneità, la lunghezza dei campioni, il numero di siti nella regione, il livello di significatività, e le distribuzioni generatrici sono fatte variare una per volta (vedi Paragrafo 5.3.2), ed i risultati sono analizzati in 4 punti nella parte centrale del diagramma $\tau - \tau_3$ (punti A, B, C e D di Figura 5.1).

5.3 Risultati

Un aspetto rilevante nell'analisi di frequenza regionale e legato al soggetto principale di questo capitolo, è la scelta della grandezza-indice, ovvero del parametro utilizzato per normalizzare i campioni. Come già discusso nel Paragrafo 2.1 riteniamo utile sollevare una discussione su questo argomento importante e spesso trascurato, tanto più che la scelta della grandezza-indice può condizionare la performance di alcuni test di omogeneità. In generale riteniamo che la Figura 2.1 mostri i vantaggi di utilizzare la mediana campionaria come grandezza-indice quando si ritiene che le distribuzioni generatrici siano particolarmente asimmetriche, come nell'analisi regionale delle piene. Nel confronto tra i test di omogeneità, la mediana campionaria verrà utilizzata come grandezza-indice.

5.3.1 Caso studio principale

Il caso studio principale corrisponde all'analisi completa della performance dei test per tutti i punti del diagramma $\tau - \tau_3$, con $k = 11$, $n = 30$, $\mathcal{P} \equiv$ distribuzione GEV e $\alpha = 5\%$ (o $\theta_{HW} \leq 2$). Prima di tutto viene considerato l'errore di Tipo I dei test, attraverso la simulazione di regioni omogenee, con $\Delta\tau = 0$ e $\Delta\tau_3 = 0$. La Figura 5.2 riporta sullo sfondo (numeri grigi) la percentuale di regioni considerate eterogenee da ogni test, ed in primo piano (linee nere) una "superficie di trend" che interpola i valori percentuali e permette di comprendere (attraverso isolinee) come varia l'errore di Tipo I nello spazio $\tau - \tau_3$. Si può notare che i valori medi campionari $< t^R >$ e $< t_3^R >$ (ovvero le medie di t^R e t_3^R sulle 1000 repliche) possono essere differenti dai loro corrispettivi teorici τ^R e τ_3^R; i numeri grigi in Figura 5.2 non giacciono precisamente sulla griglia definita in Figura 5.1. Questo è dovuto al fatto che per campioni poco numerosi t e t_3 non sono stimatori indistorti di τ e τ_3 (Hosking and Wallis, 1997).

Nessuno dei test ha l'errore di Tipo I atteso ovunque nello spazio $\tau - \tau_3$. In gran parte dello spazio $\tau - \tau_3$, la percentuale di regioni identificate come non-omogenee dalle misure di eterogeneità di Hosking e Wallis è $2 \div 4\%$; tale percentuale cresce a $8 \div 10\%$ per alti coefficienti di L-skewness ($t_3^R > 0.4$, Figura 5.2). I test basati sui ranghi hanno un errore di Tipo I corretto

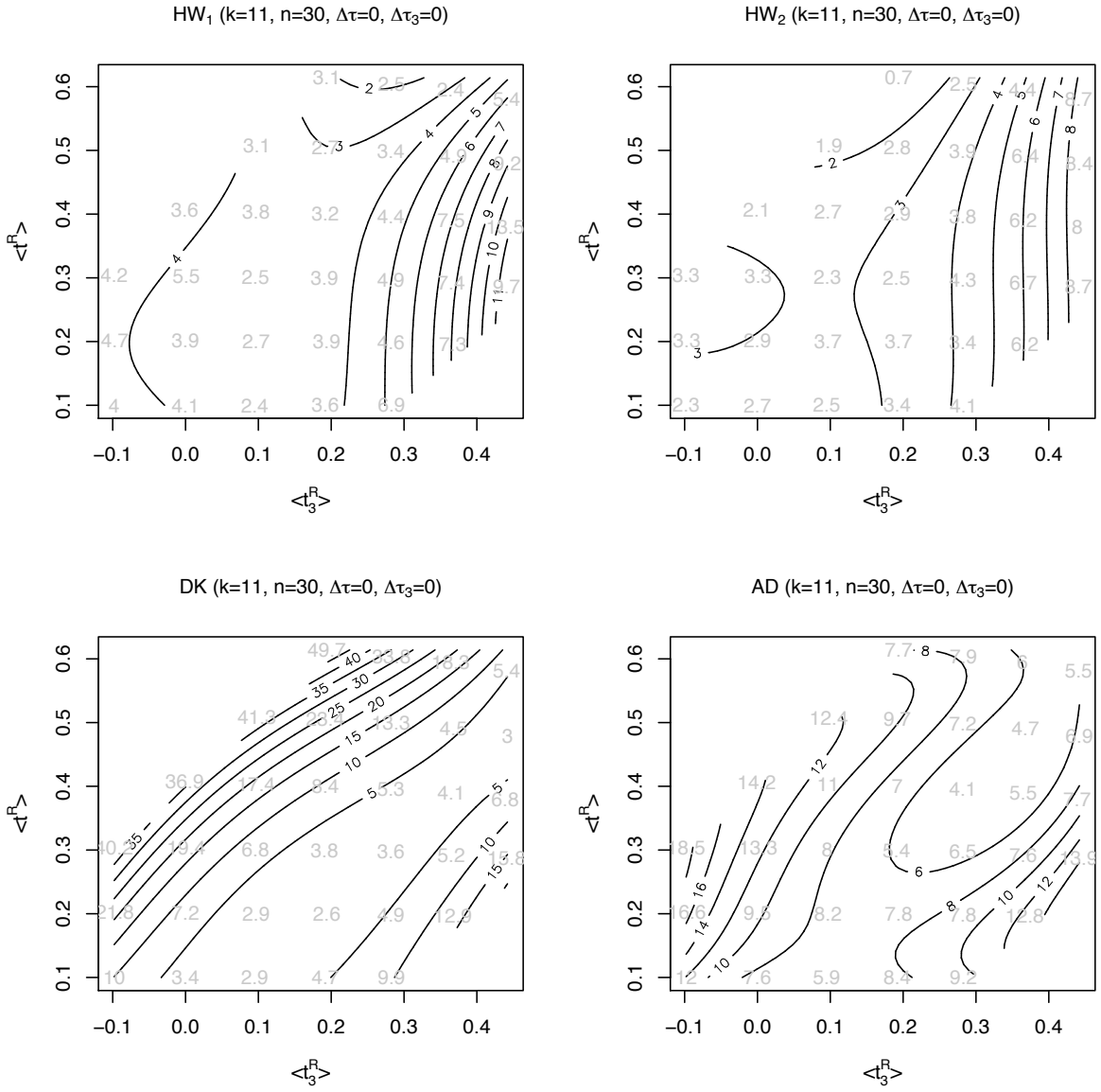


Figura 5.2: Percentuale di regioni erroneamente considerate non-omogenee dai test nello spazio $\tau - \tau_3$ (errore di Tipo I). Le regioni omogenee sono generate utilizzando la distribuzione generalizzata dei valori estremi (GEV) come distribuzione generatrice; i valori degli altri parametri sono riportati nel titolo di ogni sottofigura (da Viglione et al., 2006b).

nella parte diagonale-centrale dello spazio degli L-momenti, mentre la percentuale di regioni erroneamente assunte come eterogenee cresce verso i bordi (soprattutto per il test DK).

In Figura 5.3 sono riportati i risultati dei test per regioni simulate la cui eterogeneità è

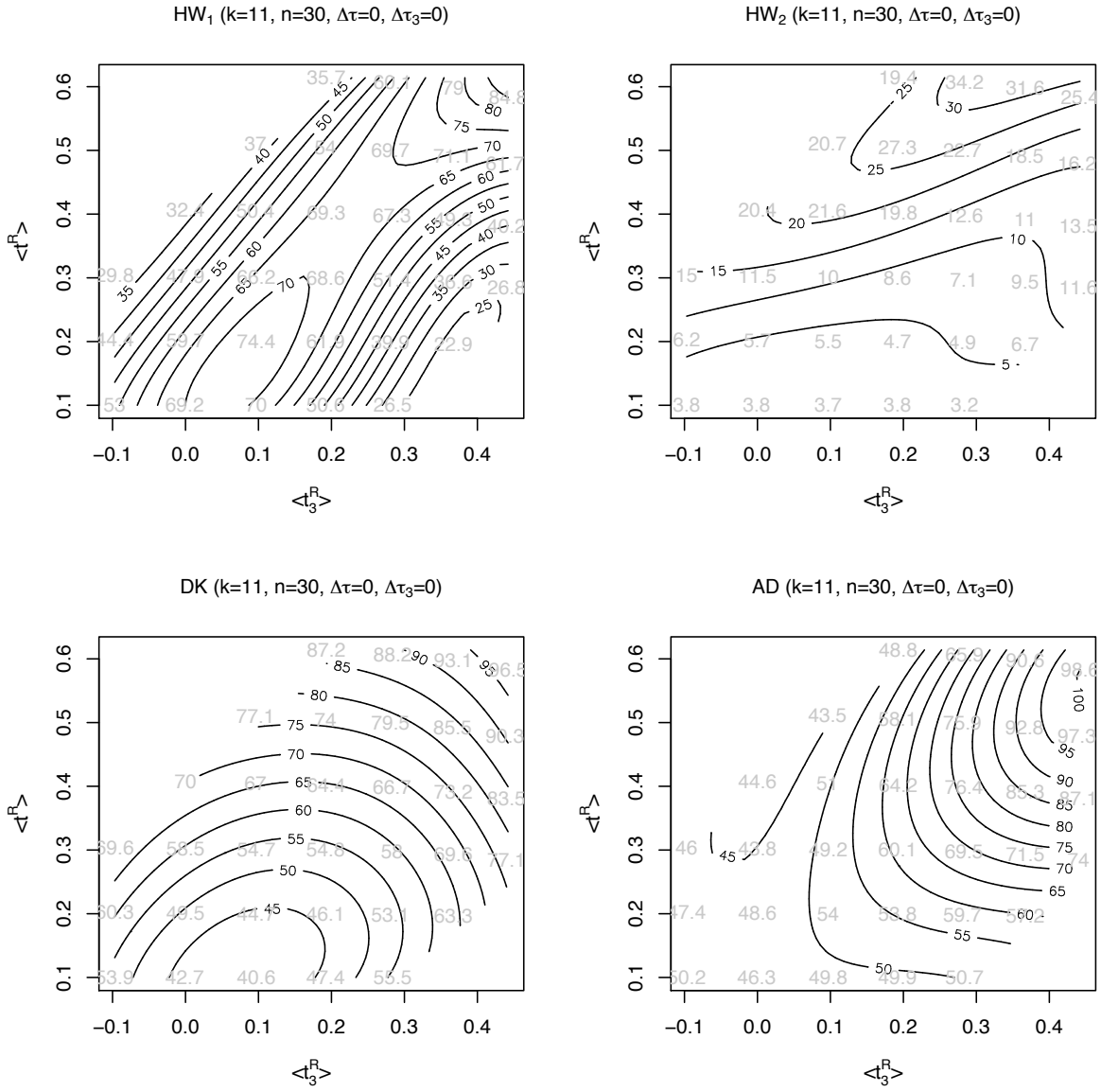


Figura 5.3: Potenza dei test nello spazio $\tau - \tau_3$ quando le regioni eterogenee sono generate utilizzando la distribuzione generalizzata dei valori estremi (GEV) come distribuzione generatrice. L'eterogeneità è dovuta alla variazione della dispersione delle distribuzioni di frequenza nei differenti siti: il range di variazione dell'L-CV ($\Delta\tau$) nella regione è 0.5 volte la media regionale dell'L-CV (τ^R); i valori degli altri parametri sono riportati nel titolo di ogni sottofigura (da Viglione et al., 2006b).

dovuta alla differente dispersione delle distribuzioni di frequenza nei diversi siti. Il range di variazione degli L-CV ($\Delta\tau$) nella regione è pari a 0.5 volte l'L-CV medio regionale (τ^R). Siccome $k = 11$, in una regione con $\tau^R = 0.2$ i campioni sono generati da distribuzioni caratterizzate da

valori di τ rispettivamente uguali a $0.15, 0.16, 0.17, ..., 0.25$. I numeri grigi e le linee di tendenza in Figura 5.3 mostrano la potenza dei test, ovvero in percentuale il numero di volte che il test riesce a riscontrare l'eterogeneità. È evidente la mancanza di potenza della misura HW_2, cosa già evidenziata dagli autori stessi (Hosking and Wallis, 1997). Per tutti gli altri test, la potenza tende ad essere maggiore sulla diagonale centrale del diagramma $\tau - \tau_3$ e a crescere verso l'angolo in alto a destra dello spazio investigato. HW_1, se paragonato ai test DK e AD, è più potente nella parte in basso a sinistra dello spazio degli L-momenti. Invece, per regioni molto asimmetriche ha una potenza considerevolmente inferiore a quella dei test basati sui ranghi, tra i quali il test AD è il migliore.

5.3.2 Analisi di sensitività

Come menzionato nel Paragrafo 5.2, gli effetti di una variazione di k, n, $\mathcal{P}$, $\Delta\tau$, $\Delta\tau_3$, e α è considerata in quattro punti (A, B, C e D) posizionati nella parte centrale del diagramma $\tau - \tau_3$ (Figura 5.1), e non sull'intero diagramma. Come esempio viene riportato in Figura 5.4 il comportamento dei test per regioni la cui eterogeneità è dovuta solamente al parametro di forma ($\Delta\tau = 0$, $\Delta\tau_3 \neq 0$). In questo caso i test non-parametrici, in particolare il test AD, e la misura di eterogeneità di Hosking e Wallis HW_2 sono (ovviamente) più potenti di HW_1. Questo fatto è particolarmente evidente quando il parametro di forma medio è piuttosto grande ($\tau_3^R \geq 0.2$), mentre per bassi valori di τ_3^R (punto A) tutti i test falliscono l'individuazione di eterogeneità. Come previsto, la potenza dei test aumenta all'aumentare del grado di eterogeneità, ovvero all'aumentare di $\Delta\tau_3$.

Come secondo esempio, in Figura 5.5 viene mostrata la potenza dei test per regioni estratte da distribuzioni generatrici differenti, quando l'eterogeneità è dovuta esclusivamente alla diversità nell'L-CV ($\Delta\tau = 0.5\tau^R$). Oltre alla distribuzione GEV, che è considerata nel caso studio principale, le altre distribuzioni a 3 parametri adottate sono la logistica generalizzata (GL), la lognormale a tre parametri (LN), la distribuzione di Pearson tipo III (P3) e la Pareto generalizzata (GP). Si veda l'Appendice D per la descrizione della parametrizzazione di queste distribuzioni e le relazioni tre i loro parametri e gli L-momenti. I quattro test si comportano in maniera molto simile al variare della distribuzione generatrice: nel punto A (bassa asimmetria) la misura di eterogeneità di Hosking e Wallis supera i test non-parametrici, mentre nel punto D (alta asimmetria) è vero il contrario. I punti B e C riflettono la transizione tra i due casi estremi, e sono caratterizzati da una sostanziale equivalenza di potenza dei diversi test. In tutti i casi la misura di eterogeneità HW_2 è caratterizzata da una bassa potenza di discriminazione tra regioni omogenee e regioni eterogenee.

Gli effetti della variazione degli altri parametri è più banale, e i diagrammi corrispondenti non sono stati riportati: la potenza dei test cresce all'aumentare del numero di siti k nelle regioni, e all'aumentare della lunghezza dei campioni n. I test sono molto più sensibili alla lunghezza delle serie (si è considerata la variazione di n tra 10 e 100) che dal numero di siti k (che si è fatto variare da 3 a 21). Per quanto riguarda l'aumento del grado di eterogeneità nel parametro di

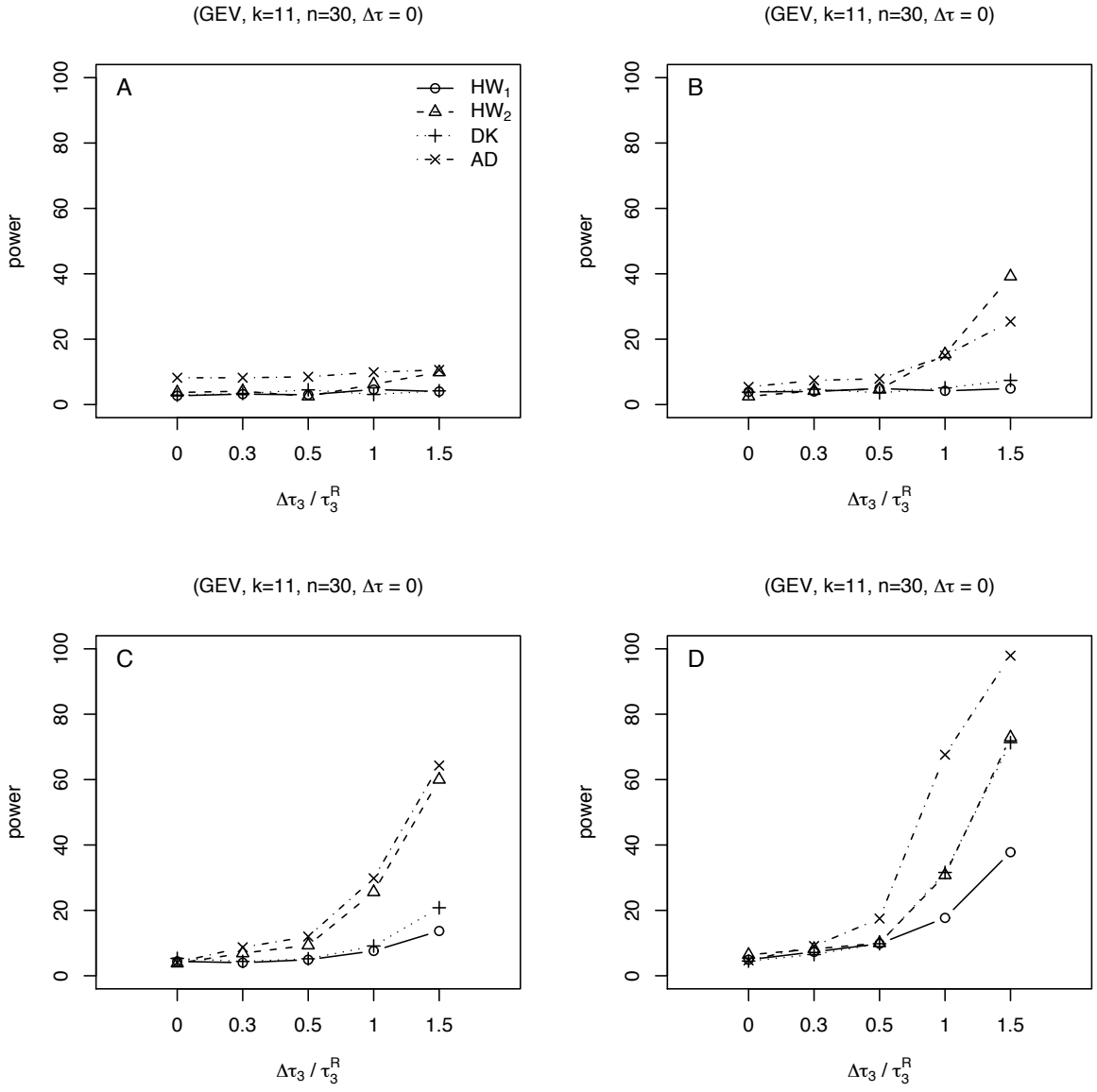


Figura 5.4: Potenza dei test nei punti A, B, C e D (Figura 5.1) quando l'eterogeneità è dovuta al solo parametro di forma τ_3 (vedi Paragrafo 5.3.2); i valori degli altri parametri sono riportati nel titolo di ogni sottofigura (da Viglione et al., 2006b).

dispersione ($\Delta\tau/\tau^R$), il suo effetto è ovviamente di incrementare la potenza dei test. La potenza raggiunge il valore massimo (100%) quando $\Delta\tau/\tau^R = 1$ (tranne che per HW_2). In tutti i casi considerati il test HW_1 è più potente nei punti A e B, mentre i test DK e AD sono più potenti nei punti C e D. Le differenze in potenza possono essere rilevanti, sotto un punto di vista pratico, specialmente per gradi di eterogeneità intermedi.

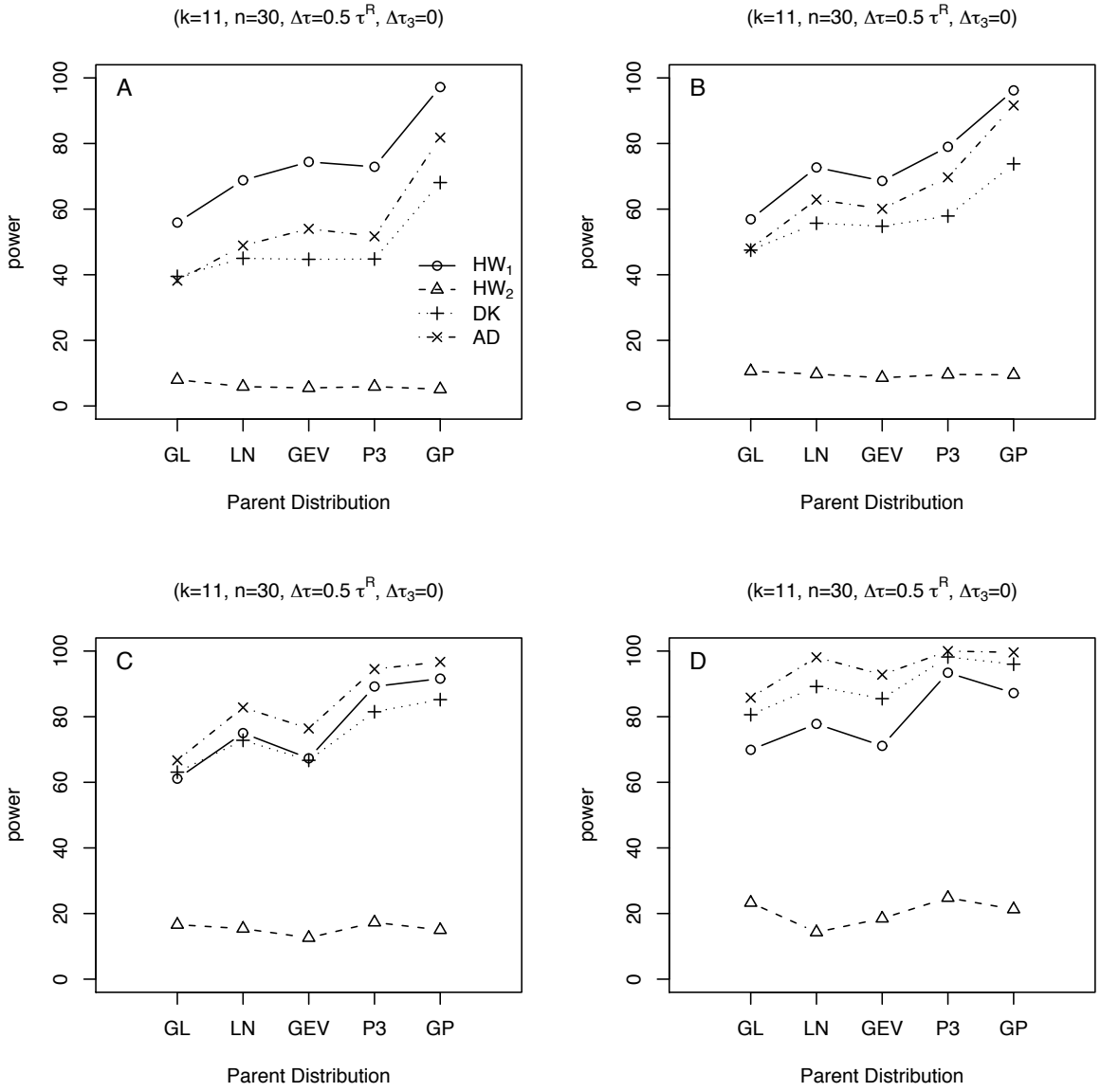


Figura 5.5: Potenza dei test nei punti A, B, C e D (Figura 5.1) al variare della distribuzione generatrice (vedi Paragrafo 5.3.2); i valori degli altri parametri sono riportati nel titolo di ogni sottofigura (da Viglione et al., 2006b).

5.4 Discussione dei risultati

Un problema pratico dell'analisi di frequenza regionale è la scelta di un test statistico per la valutazione dell'omogeneità delle regioni. In questo capitolo, le misure di eterogeneità di Hosking e Wallis (basate sui rapporti degli L-momenti) sono state confrontate con i test basati sui ranghi

di Anderson-Darling e di Durbin e Knott. Il confronto mostra come la misura di eterogeneità di Hosking e Wallis HW_1 (basata solamente sull'L-CV) sia preferibile nel caso di bassa asimmetria, mentre il test bootstrap di Anderson-Darling dovrebbe essere usato per regioni più asimmetriche. Per quanto riguarda HW_2, la misura di eterogeneità di Hosking e Wallis basata su L-CV e L-CA, questo lavoro dimostra ancora una volta quanto essa manchi di potenza.

Come suggerimento per la scelta del test da utilizzarsi, si propone li grafico di Figura 5.6 che è stato ottenuto come compromesso tra potenza ed errore di Tipo I dei test HW_1 e AD. Lo spazio degli L-momenti è diviso in due regioni: se il coefficiente t_3^R della regione analizzata

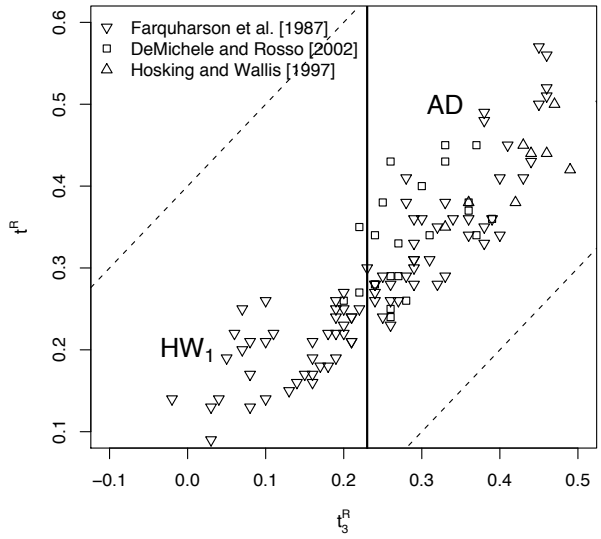


Figura 5.6: Regioni dello spazio $\tau - \tau_3$ dove i test considerati dovrebbero essere utilizzati; a sinistra della linea nera ($t_3^R = 0.23$) la misura di eterogeneità di Hosking e Wallis HW_1 è il test migliore (in base a potenza ed errore di Tipo I), a destra dovrebbe essere usato il test bootstrap di Anderson-Darling AD. Alcuni valori regionali desunti da casi studi reali sono riportati come punti sul grafico: Farquharson et al. (1987) ha calcolato questi valori considerando molte stazioni sparse per il mondo, De Michele and Rosso (2002) considerando l'Italia e Hosking and Wallis (1997) la regione degli Appalachi (da Viglione et al., 2006b).

è minore di 0.23, si propone di utilizzare la misura di eterogeneità di Hosking e Wallis HW_1; se $t_3^R > 0.23$, il test bootstrap di Anderson-Darling è preferibile. Ulteriori commenti sorgono dall'osservazione della Figura 5.6 che mostra alcuni punti (t^R, t_3^R) associati a regioni individuate da altri autori. Ognuno di questi punti rappresenta una regione omogenea considerata in tre studi di analisi regionale delle piene: Hosking and Wallis (1997) che fornisce i valori di t^R e t_3^R per alcune regioni nell'area dei monti Apalachi; De Michele and Rosso (2002) e Farquharson et al.

(1987) che forniscono i tre parametri (stimati a partire dagli L-momenti) della distribuzione GEV per molte regioni in Italia (De Michele and Rosso, 2002) e nel mondo (Farquharson et al., 1987). Si noti come queste regioni costruite empiricamente stiano nella parte dello spazio dei parametri considerata in questo studio, e che la maggior parte di questi punti appartenga alla parte dello spazio $\tau - \tau_3$ dove il test bootstrap di Anderson-Darling è più potente.

La buona performance della misura di eterogeneità di Hosking e Wallis HW_1, molto usata in idrologia, merita un commento ulteriore. Il test HW_1 è esclusivamente basato sul coefficiente L-CV (si vedano le Equazioni (5.5) and (5.6)), ed il fatto che si comporti così bene suggerisce che l'eterogeneità tra i siti sia principalmente dovuta alla variabilità della varianza campionaria. Invece le variazioni in skewness e kurtosis sono in molti casi mascherate dalla variabilità dei momenti, o L-momenti, di ordine superiore. Come conseguenza, altri test di costanza della varianza in differenti campioni potrebbero essere utilizzati come alternative a HW_1. Esempi di questo tipo sono i classici test di Levene e Barlett (Conover et al., 1981) che, comunque, in un primo caso studio considerato, si sono rivelati più deboli di HW_1.

Parte II

Valutazione della disponibilità idrica in Piemonte

Capitolo 6

Analisi Regionale del deflusso annuo

Per molti problemi pratici dell'idrologia delle acque superficiali, come la gestione delle risorse idriche o lo studio degli eventi di piena, è importante poter far affidamento su informazioni relative ai deflussi medi e di magra che siano nello stesso tempo accurate e diffuse sul territorio.

La variabile presa in considerazione in questo capitolo è il deflusso annuo, ossia il volume d'acqua che transita in una sezione di un corso d'acqua in un anno. Le applicazioni dell'analisi regionale a grandezze medie annue sono molto meno numerose di quelle relative alle piene. A riguardo, Vogel and Wilson (1996) danno una breve rassegna dei metodi, soffermandosi sui lavori effettuati negli Stati Uniti. Per quanto riguarda l'Italia ricordiamo i lavori di Ferraresi et al. (1988), di Claps and Mancino (2002) per la Basilicata e di Brath et al. (2004) per la Romagna.

In questo capitolo utilizzeremo il termine deflusso-indice per indicare il valore caratteristico del deflusso annuo. Da quanto detto nel Paragrafo 2.1, si evince che, per variabili aleatorie caratterizzate da asimmetria bassa, la stima della media è meno distorta di quella della mediana. È quindi preferibile usare la media campionaria come valore indice per il deflusso annuo, considerata la sua bassa asimmetria. Indicheremo con D_m la media teorica del deflusso annuo, con $\tilde{D}_m$ quella campionaria in sezioni monitorate e con $\hat{D}_m$ quella stimata in sezioni senza dati.

La curva di frequenza di D, adimensionalizzata rispetto al deflusso indice $q(F) = D(F)/D_m$, è detta curva di crescita (vedi Capitolo 3). Anche in questo caso distingueremo la curva teorica, quella campionaria e quella stimata utilizzando i simboli $q(F)$, $\tilde{q}(F)$ e $\hat{q}(F)$.

L'analisi di frequenza regionale del deflusso annuo viene suddivisa in:

- stima regionale del deflusso indice D_m;
- stima regionale della curva di crescita $q(F)$.

Per quanto riguarda la prima parte dello studio di regionalizzazione si è ricercato un modello che legasse D_m alle caratteristiche morfoclimatiche dei bacini per i quali sono disponibili misure idrometriche. A questo scopo si sono utilizzati i metodi di regressione lineare multipla descritti nel Capitolo 2. Per quanto riguarda la seconda parte i criteri oggettivi di raggruppamento dei bacini idrografici in regioni omogenee proposti nei Capitoli 3 e 4 vengono impiegati, sfruttando come variabili discriminanti alcune grandezze morfologiche e climatiche dei bacini idrografici.

L'analisi di frequenza del deflusso annuo è stata applicata nelle regioni Piemonte e Valle d'Aosta. L'eterogeneità che contraddistingue questo territorio rende particolarmente complicata, e nello stesso tempo interessante, la ricerca di modelli regionali di stima delle variabili idrologiche. In questo ambito spaziale relativamente limitato coesistono infatti conformazioni orografiche e situazioni climatiche estremamente differenti: in poche centinaia di chilometri si va dal clima appenninico-mediterraneo del sud-est collinare piemontese a quello alpino-continentale della montagnosa Valle d'Aosta, passando per tutte le condizioni intermedie.

6.1 Dati utilizzati

Per la stima dei modelli regionali si sono considerati 47 bacini idrografici Piemontesi e Valdostani sottesi da stazioni idrometriche del SIMN (Servizio Idrografico e Mareografico Nazionale) con superfici comprese tra 20 e 8000 km^2 (Figura 6.1).

I dati medi di afflusso e deflusso sono stati reperiti nella Pubblicazione n. 17 del Servizio Idrografico, che riporta i dati caratteristici dei corsi d'acqua italiani aggiornati all'anno 1970. Le serie storiche dei deflussi sono state integrate fino all'anno 1986, dove possibile, con i dati degli Annali Idrologici del Servizio Idrografico (Tabella E.1, Figure F.1 e F.2).

Su questi bacini sono state condotte in precedenza un'analisi morfometrica ed uno studio di stima dell'evapotraspirazione media mensile (Viglione et al., 2007), i risultati dei quali sono stati utilizzati in questo lavoro.

Le variabili morfoclimatiche dei bacini prese in considerazione per l'analisi regionale comprendono (i valori sono riportati in Tabella 6.1 per i 47 bacini):

- Afflusso medio annuo A_m [mm];
- Superficie S [km^2];
- Altitudine media H_m [m s.m.m.];
- Pendenza media P_m [%]: angolo alla base del triangolo rettangolo che ha per base la radice quadrata dell'area del bacino e per altezza il doppio dell'altitudine mediana (relativa alla sezione di chiusura) del bacino. In sostanza tale pendenza è calcolata rispetto ad un bacino di forma quadrata equivalente a quello reale, e non tiene conto della sua effettiva forma, che può essere più o meno allungata. Si è scelto di calcolare P_m in questo modo, piuttosto che con i classici strumenti di analisi del DEM (Digital Elevation Model), in modo che il suo valore non fosse influenzato dalla risoluzione del DEM stesso;
- Lunghezza del Longest Drainage Path L_{LDP} [km]: lunghezza del percorso tra la sezione di chiusura ed il punto più lontano da essa, sul bordo del bacino, seguendo le direzioni di drenaggio. Esso coincide sostanzialmente con l'asta principale;
- Pendenza media del Longest Drainage Path P_{LDP} [%]: valore medio delle pendenze associate ad ogni pixel del Longest Drainage Path;

Tabella 6.1: Parametri morfoclimatici considerati nello studio per i bacini idrografici. (1/2)

cod	nome	$\tilde{D}_m$ [mm]	A_m [mm]	S [km^2]	H_m [m s.l.m.]	P_m [%]
1	Toce a Cadarese	1571	1457	190	2137	22.10
2	Toce a Candoglia	1382	1519	1540	1674	7.70
3	Niguglia a Omegna	1353	1901	122	637	4.80
4	Ticino a Miorina	1395	1695	6692	1286	2.60
5	S.Bernardino a Santino	1730	2113	119	1251	17.90
6	Mastallone a Ponte Folle	1600	1936	147	1319	12.60
7	Cervo a Passobreve	1461	1803	75	1490	20.20
8	Sesia a Campertogno	1275	1427	170	2112	19.80
9	Sesia a Ponte Aranco	1428	1735	703	1491	8.30
10	Dora Baltea a Tavagnasco	918	949	3311	2090	6.60
11	Orco a Pont Canavese	1034	1263	615	1924	12.10
12	Stura di Lanzo a Lanzo	1090	1296	577	1773	10.60
13	Chisone a Soucheres Basses	819	966	92	2222	15.40
14	Chisone a S.Martino	694	1058	581	1730	11.20
15	Chisone a Fenestrelle	654	910	157	2144	15.90
16	Dora Riparia a Oulx	663	851	254	2165	13.20
17	Dora Riparia a S.Antonino	591	841	993	1867	9.90
18	Po a Crissolo	1254	1271	38	2261	28.80
19	Po a Moncalieri	507	952	5032	924	0.80
20	Grana a Monterosso	811	1135	103	1565	15.00
21	Stura di Demonte a Pianche	925	1112	180	2074	17.30
22	Rio Bagni ai Bagni di Vinadio	1241	1398	62	2138	19.10
23	Vermenagna a Limone	1128	1364	57	1677	17.60
24	Rio del Piz a Pietraporzio	1272	1273	21	2194	38.70
25	Stura di Demonte a Gaiola	1011	1219	560	1814	10.20
26	Gesso della Valletta a S.Lorenzo	1384	1392	110	2105	22.30
27	Gesso di Entracque ad Entracque	1404	1468	157	1894	17.00
28	Tanaro a Montecastello	501	997	8024	651	0.80
29	Tanaro a Ponte Nava	1030	1281	148	1576	11.30
30	Tanaro a Nucetto	902	1233	376	1222	7.20
31	Tanaro a Farigliano	776	1120	1516	938	2.70
32	Corsaglia a Molline	1068	1366	89	1513	17.80
33	Scrivia a Serravalle	827	1389	616	688	3.50
34	Bormida di Mallare a Ferrania	965	1228	50	602	5.90
35	Erro a Sassello	882	1200	83	605	5.30
36	Bormida a Cassine	510	971	1542	481	1.80
37	Borbera a Baracche	779	1220	202	867	6.40
38	Vobbia a Vobbietta	835	1461	57	727	9.70
39	Dora di Rhemes a Pelaud	1453	1041	54	2743	24.00
40	Grand'Eyvia a Cretaz	1109	940	179	2593	17.10
41	Dora Baltea a Aosta	898	952	1824	2267	8.40
42	Lys a Gressoney	1357	1191	91	2625	24.90
43	Rutor a Promise	1648	1314	46	2512	31.10
44	Artanavaz a St.Oyen	1023	1283	71	2229	22.30
45	Evancon a Champoluc	977	1048	105	2631	20.20
46	Ayasse a Champorcher	1258	1179	41	2352	30.40
47	Savara a Eau Rousse	1079	987	84	2723	22.90

Tabella 6.1: Parametri morfoclimatici considerati nello studio per i bacini idrografici. (2/2)

cod	L_{LDP} [km]	P_{LDP} [%]	S_{2000} [%]	EST	$NORD$	R_c	X_{bar} [deg]	Y_{bar} [deg]	I_T	I_B
1	31.6	18.20	66.0	−0.29	−0.96	0.52	8.397	46.375	1.52	0.65
2	82.4	10.20	36.4	0.63	−0.78	0.31	8.225	46.149	1.31	0.63
3	16.0	8.30	0.0	0.33	0.94	0.41	8.384	45.821	1.28	0.51
4	168.1	7.80	20.2	0.00	−1.00	0.30	8.652	46.169	1.32	0.56
5	22.6	26.30	2.4	0.51	−0.86	0.53	8.456	46.035	1.92	0.45
6	23.8	22.60	6.3	0.53	−0.85	0.49	8.206	45.888	1.69	0.50
7	14.4	22.90	13.5	0.70	−0.71	0.62	7.978	45.679	1.49	0.54
8	21.8	26.10	57.4	0.90	−0.44	0.49	7.936	45.838	1.10	0.77
9	62.2	16.20	21.9	0.75	−0.66	0.47	8.091	45.833	1.04	0.68
10	110.9	10.80	58.1	0.85	−0.52	0.39	7.395	45.728	0.50	1.04
11	47.9	18.60	46.7	0.93	−0.36	0.43	7.425	45.470	0.98	0.79
12	40.3	21.00	37.4	0.99	−0.17	0.54	7.287	45.290	0.90	0.77
13	17.0	17.60	73.3	0.25	0.97	0.49	6.938	44.974	0.48	1.06
14	56.6	13.70	36.9	0.87	−0.49	0.49	7.084	44.963	0.48	0.96
15	26.6	15.30	64.5	0.88	0.47	0.41	6.965	45.001	0.37	1.12
16	34.9	16.80	63.9	−0.09	1.00	0.46	6.851	44.932	0.24	1.20
17	78.0	11.80	46.3	0.99	0.16	0.24	6.912	45.070	0.16	1.20
18	8.4	29.30	73.7	0.97	0.25	0.74	7.115	44.693	1.03	0.83
19	114.0	5.40	14.5	0.61	0.79	0.39	7.398	44.736	0.18	1.10
20	19.0	19.50	20.5	0.99	0.13	0.54	7.240	44.403	0.67	0.93
21	26.8	16.10	61.8	0.83	−0.55	0.47	7.007	44.356	0.76	0.96
22	9.7	26.00	66.6	0.72	0.70	0.73	7.053	44.267	1.25	0.77
23	10.7	23.10	20.9	0.06	1.00	0.56	7.576	44.178	1.09	0.79
24	8.3	24.70	71.5	0.42	0.91	0.55	7.018	44.311	1.06	0.84
25	55.3	12.10	43.1	1.00	0.09	0.41	7.137	44.316	0.85	0.88
26	17.1	19.50	61.2	0.79	0.61	0.59	7.277	44.212	1.28	0.77
27	16.9	23.80	44.4	−0.10	0.99	0.61	7.407	44.182	1.31	0.73
28	209.8	6.40	6.0	0.75	0.66	0.28	8.064	44.548	0.18	1.07
29	19.5	23.80	17.6	1.00	−0.04	0.50	7.771	44.124	0.90	0.84
30	55.4	16.10	7.8	0.60	0.80	0.28	7.901	44.179	0.65	0.87
31	93.2	12.30	5.2	0.17	0.98	0.54	7.852	44.298	0.47	0.96
32	18.8	20.60	17.0	0.17	0.99	0.58	7.828	44.226	1.19	0.79
33	51.9	8.10	0.0	−0.80	0.60	0.51	9.040	44.628	0.77	0.76
34	18.0	9.60	0.0	0.26	0.97	0.39	8.300	44.297	0.38	0.87
35	17.6	6.40	0.0	0.00	1.00	0.36	8.458	44.447	0.30	0.88
36	131.1	5.80	0.0	0.50	0.87	0.35	8.322	44.500	0.04	1.09
37	25.3	13.40	0.0	−0.80	0.61	0.57	9.112	44.668	0.57	0.86
38	14.9	14.90	0.0	−0.81	0.58	0.55	9.046	44.605	0.88	0.72
39	12.6	19.60	97.8	0.36	0.93	0.57	7.091	45.514	1.09	0.97
40	15.3	25.80	86.4	−0.60	0.80	0.53	7.377	45.584	0.75	1.06
41	55.7	15.40	67.9	0.99	0.11	0.29	7.177	45.718	0.60	1.04
42	16.4	22.50	84.2	−0.03	−1.00	0.59	7.830	45.855	1.23	0.83
43	10.8	27.30	89.7	−0.19	0.98	0.53	6.970	45.672	1.26	0.75
44	11.9	22.10	71.8	0.98	−0.19	0.59	7.151	45.828	1.15	0.76
45	15.1	21.20	88.6	−0.31	−0.95	0.54	7.742	45.872	0.96	0.94
46	12.4	17.90	82.4	0.98	0.19	0.56	7.559	45.613	0.95	0.84
47	11.5	28.30	95.8	0.10	1.00	0.60	7.206	45.523	1.11	1.02

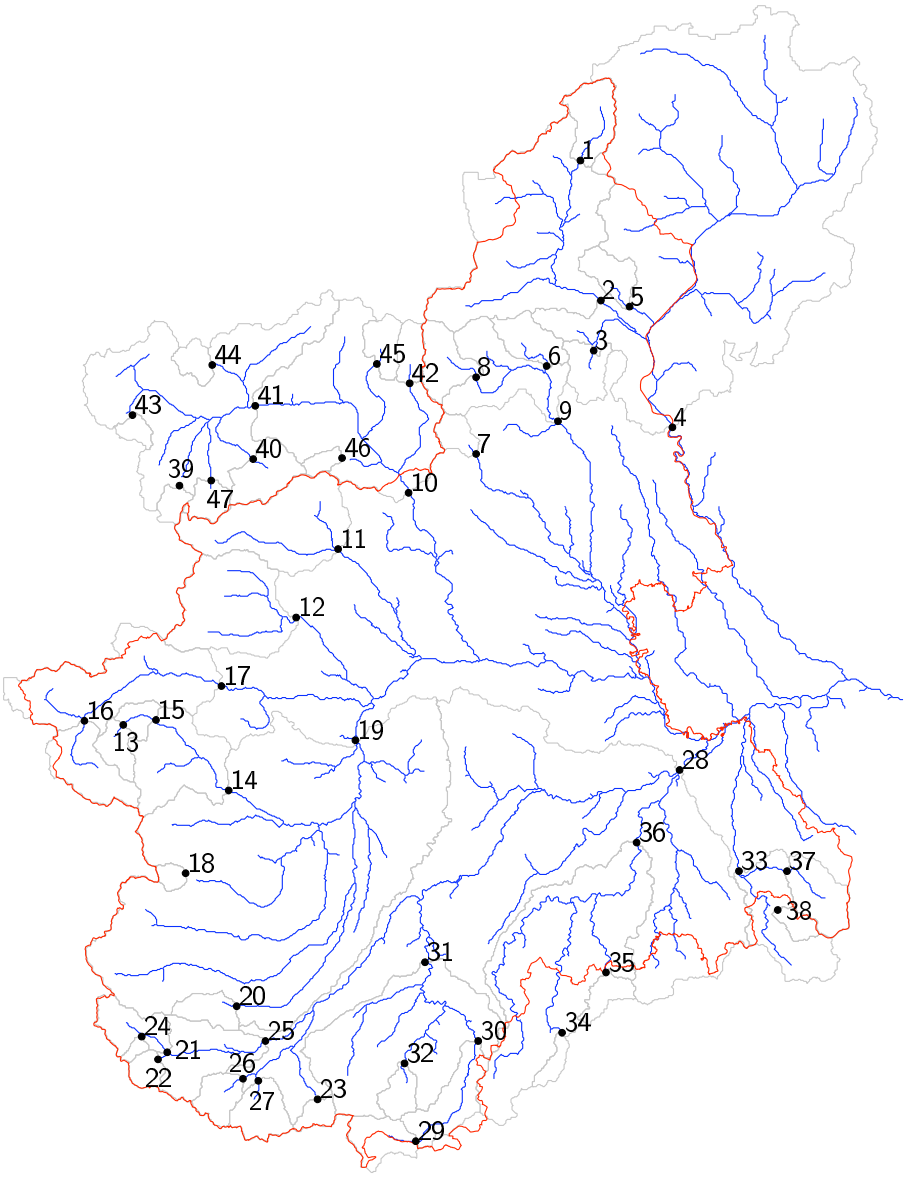


Figura 6.1: Bacini idrografici sottesi da stazioni idrometriche del Servizio Idrografico utilizzati nello studio (la numerazione corrisponde al codice dei bacini come indicato in Tabella 6.1).

- Percentuale d'area a quota superiore ai 2000 m s.m.m. S_{2000} [%];

- Easting EST: seno dell'angolo φ formato dal vettore di orientamento con il nord (Figura 6.2). Il vettore di orientamento è quel segmento che unisce il baricentro del bacino con la sezione di chiusura. Il parametro EST ha valore massimo uguale a 1 se il bacino è orientato verso est e valore minimo pari a -1 se è orientato verso ovest;

Figura 6.2: Esempio di calcolo dei parametri geometrici di bacino. S è la superficie del bacino, X_{bar} ed Y_{bar} le coordinate del baricentro del bacino e φ l'angolo del vettore di orientamento (che unisce il baricentro alla sezione di chiusura del bacino) con il nord N. Easting e northing sono, rispettivamente, $EST = \sin\varphi$ e $NORD = \cos\varphi$.

- Northing $NORD$: coseno dell'angolo φ formato dal vettore di orientamento con il nord che ha valore massimo uguale a 1 se il bacino è orientato verso nord e valore minimo pari a -1 se è orientato verso sud (Figura 6.2);

- Rapporto di circolarità R_c: rapporto tra l'area del bacino e l'area del cerchio avente lo stesso perimetro del bacino;

- Coordinate del baricentro del bacino X_{bar} e Y_{bar} [deg] espresse come longitudine e latitudine (nel sistema di riferimento di Greenwich) in gradi esadecimali (Figura 6.2);

- Indice di Thornthwaite I_T: indice di umidità globale che, nella forma più semplice, si presenta come un indice di bilancio idrico a scala annua:

$$I_T = \frac{A_m - ET_p}{ET_p} \ , \tag{6.1}$$

  dove A_m è la precipitazione media annua ed ET_p l'evapotraspirazione potenziale media annua relative al bacino. La seconda grandezza è stata stimata tramite la formulazione di Hargreaves (v.es. Viglione et al., 2007);

- Indice di Budyko I_B: indice di aridità radiazionale che si esprime come:

$$I_B = \frac{R_n}{\lambda A_m} \tag{6.2}$$

dove R_n è la radiazione netta media annua e λ è il calore latente di vaporizzazione. I valori assunti da I_B sono inferiori all'unità in regioni umide e superiori in regioni aride. La radiazione netta è stata stimata nel lavoro di Viglione et al. (2007).

6.2 Stima della grandezza-indice

Come si è detto, i metodi multi-regressivi sono i metodi più comunemente utilizzati per la stima della grandezza-indice in siti sprovvisti di dati misurati. Se si considera la variabile deflusso (deflusso annuo, portata di piena, ...), l'approccio multi-regressivo lega il deflusso-indice alle caratteristiche di bacino, quali gli indici climatici, i parametri geologici e morfometrici, la copertura del suolo, e così via.

Per la stima di D_m si sono valutati quattro diversi modelli di regressione lineare multipla:

$$D_m = \beta_0 + \beta_1 M_1 + \beta_2 M_2 + \ldots + \beta_{p-1} M_{p-1} + \varepsilon \ , \tag{6.3}$$

$$D_m^{1/2} = \beta_0 + \beta_1 M_1 + \beta_2 M_2 + \ldots + \beta_{p-1} M_{p-1} + \varepsilon \ , \tag{6.4}$$

$$D_m^{1/3} = \beta_0 + \beta_1 M_1 + \beta_2 M_2 + \ldots + \beta_{p-1} M_{p-1} + \varepsilon \ , \tag{6.5}$$

$$\ln(D_m) = \beta_0 + \beta_1 M_1 + \beta_2 M_2 + \ldots + \beta_{p-1} M_{p-1} + \varepsilon \ , \tag{6.6}$$

dove M_i sono parametri morfoclimatici e β_i sono i coefficienti della regressione. Per la stima dei coefficienti delle Equazioni (6.3)-(6.5) si utilizza la tecnica dei minimi quadrati ordinari (si veda il Paragrafo 2.2).

Considerando i quattro tipi di regressione, 14 variabili morfoclimatiche (Paragrafo 6.1) e, per dare maggiore peso alle differenze nelle piccole scale, la trasformazione logaritmica di 4 di esse ($\ln(A_m)$, $\ln(S)$, $\ln(H_m)$ e $\ln(P_m)$), si sono confrontati in tutto più di un milione di modelli (esattamente $4 \cdot 2^{18}$).

Innanzitutto si sono esclusi quei modelli per i quali anche solo una delle variabili esplicative risultasse non significativa in base al test della t di Student all'1% (vedi Paragrafo 2.3.1). Successivamente si è valutata la capacità descrittiva di ogni regressione tramite il coefficiente di determinazione corretto R^2_{adj}. Il coefficiente di determinazione R^2_{adj} è utile per scegliere il miglior modello tra quelli di una delle quattro classi (Equazioni (6.3)-(6.5)) ma non può essere usato per confrontare modelli di differente natura. A questo scopo è stato applicato un metodo di cross-validazione, calcolando la radice dell'errore quadratico medio dei residui $\mathrm{RMSE_{cv}}$ come spiegato nel Paragrafo 2.3.1.

Tabella 6.2: Migliori regressioni tra D_m e le sue trasformate (Dip) e le variabili morfoclimatiche (Ind); sono riportati R^2_{adj} (riferito alla variabile trasformata), RMSE e RMSE_{cv} (riferiti alla variabile originale D_m).

Dip	Ind				R^2_{adj}	RMSE	RMSE_{cv}
D_m	S_{2000}	$\ln(Am)$			0.877	108.7	116.6
	A_m	S_{2000}			0.876	109.3	116.9
	H_m	$\ln(A_m)$			0.865	114.1	122.2
	S_{2000}	$\ln(I_B)$			0.862	115.2	123.0
	NORD	Y_{bar}	$\ln(A_m)$	$\ln(H_m)$	0.862	112.9	127.8
	NORD	$\ln(A_m)$	$\ln(H_m)$	$\ln(Y_{bar})$	0.861	113.0	127.9
$D_m^{1/2}$	S_{2000}	$\ln(A_m)$			0.888	106.0	113.5
	H_m	NORD	$\ln(I_B)$		0.887	104.5	114.6
	H_m	$\ln(A_m)$			0.880	109.2	116.6
	H_m	I_B			0.875	112.8	120.3
	A_m	S_{2000}			0.874	110.5	118.5
	S_{2000}	I_B			0.870	116.0	124.2
$D_m^{1/3}$	S_{2000}	$\ln(A_m)$			0.888	105.7	113.1
	H_m	NORD	$\ln(I_B)$		0.888	104.7	114.9
	H_m	$\ln(A_m)$			0.883	108.5	115.8
	H_m	I_B			0.879	111.9	119.2
	S_{2000}	I_B			0.873	116.0	124.1
	A_m	S_{2000}			0.870	111.8	120.3
$\ln(D_m)$	H_m	NORD	I_B		0.900	101.8	110.5
	A_m	H_m	NORD	$\ln(X_{bar})$	0.888	102.1	116.2
	H_m	NORD	$\ln(I_B)$		0.884	107.3	118.1
	S_{2000}	$\ln(A_m)$			0.884	106.2	113.5
	A_m	S_{2000}	$\ln(I_T)$		0.883	104.6	114.2
	H_m	$\ln(A_m)$			0.883	108.7	116.2

Per ogni classe (Equazioni (6.3)-(6.5)) si sono scelti i 5 migliori modelli multiregressivi, in base al coefficiente di determinazione corretto R^2_{adj} (Tabella 6.2). Tra questi si sono scelti infine due modelli: quello con minore RMSE_{cv} (il migliore), ed il modello che fa uso dei parametri morfoclimatici più facilmente disponibili (il più semplice).

La regressione risultata migliore a tali criteri è la seguente:

$$\ln(\hat{D}_m) = 7.86 + 2.91 \cdot 10^{-4} \cdot H_m + 7.22 \cdot 10^{-2} \cdot NORD - 1.70 \cdot I_B \ , \tag{6.7}$$

caratterizzata da un coefficiente di determinazione $R^2_{adj} = 0.900$ e da $\text{RMSE}_{\text{cv}} = 110.5$ mm (riferito alla variabile non trasformata D_m). Delle variabili utilizzate per la scrittura dell'Equazione (6.7) l'indice di Budyko I_B non è di facile stima. La determinazione della radiazione solare netta R_n sul bacino (si veda l'Equazione (6.2)) richiede la conoscenza delle distribuzioni spaziali di temperatura, umidità relativa e nuvolosità media (o stime di esse). Per questo motivo si è deciso di considerare anche modelli i cui parametri fossero di più semplice determinazione. Il migliore tra questi risulta essere:

$$\hat{D}_m^{1/3} = -22.7 + 4.37 \cdot \ln(A_m) + 10^{-3} \cdot H_m \ , \tag{6.8}$$

caratterizzato da un coefficiente di determinazione $R^2_{adj} = 0.883$ e da $\text{RMSE}_{\text{cv}} = 115.8$ mm. Una relazione analoga alla (6.8) è stata ottenuta nella regionalizzazione del deflusso annuo in Basilicata (Claps et al., 1998).

Le Figure 6.3 e 6.4 riproducono alcuni grafici diagnostici delle due regressioni considerate. Procedendo per righe, il primo grafico rappresenta la matrice dei coefficienti di correlazione tra le variabili indipendenti del modello. La presenza di correlazione tra di essi, quindi valori che si avvicinano a ± 1 (cosa che non avviene nel nostro caso), è da ritenersi problematica perché indice di multicollinearità (vedi Paragrafo 2.3.2). Oltre ai coefficienti di correlazione è stato calcolato l'indice VIF (vedi Paragrafo 2.3.2): per la Regressione (6.7) i valori dell'indice sono 1.15 per H_m, 1.33 per $NORD$ e 1.34 per I_B; per la regressione (6.8) sono 1.09 sia per H_m che per $\ln(A_m)$. In tutti i casi il valore del VIF è ampiamente inferiore a 5, valore sopra il quale è possibile riscontrare problemi di multicollinearità.

Il secondo grafico rappresenta i residui nei confronti dei valori stimati corrispondenti (valutati per la variabile trasformata $\ln(D_m)$ in Figura 6.3 e $D_m^{1/3}$ in Figura 6.4). Come spiegato nel Paragrafo 2.3.2 la presenza di particolari pattern nella disposizione dei punti può essere indice di eteroschedasticità (diversità nella varianza) dei residui. In questo caso i residui sembrano non dipendere dal valore stimato della variabile dipendente. È stata anche calcolata la probabilità "p-omosk" associata al test di omoschedasticità di Harrison and McCabe (1979) (vedi Paragrafo 2.3.2). Abbiamo deciso che si sarebbe dovuta rigettare l'ipotesi di omoschedasticità se p-omosk < 0.05. Dal momento che per i due modelli i valori di p-omosk sono 0.74 e 0.70 rispettivamente, i loro residui possono tranquillamente essere considerati omoschedastici.

Il terzo grafico è la rappresentazione dei residui in carta probabilistica normale. Il complemento ad 1 della probabilità associata al test di normalità di Anderson-Darling (vedi Paragrafo 2.3.2), indicata con "p-norm", è riportato anch'esso sul grafico. Abbiamo deciso che l'ipotesi di normalità dei residui debba essere rigettata se p-norm < 0.05. In questo caso p-norm vale 0.12 per la Regressione (6.7) e 0.10 per la Regressione (6.8).

Il quarto ed ultimo grafico riporta il risultato delle cross-validazioni: il deflusso stimato in ogni bacino è stato ottenuto escludendo il bacino stesso dalla taratura delle Regressioni (6.7) e (6.8); le linee tratteggiate rappresentano l'intervallo di previsione del 95% (vedi Paragrafo 2.3.1), ovvero la fascia entro la quale dovrebbe ricadere il 95% dei valori stimati con il modello se le ipotesi fatte fossero corrette. Le stazioni idrometriche utilizzate nella calibrazione dei modelli le cui stime sono meno buone sono state indicate in figura.

I diagrammi riportati nelle Figure 6.3 e 6.4 consentono quindi di ritenere le Regressioni (6.7) e (6.8) appropriate alla stima del deflusso-indice. Per evidenziare le differenze esistenti tra i 2 modelli, in Figura 6.5 si sono rappresentate le stime ottenute nei siti monitorati con la Regressione (6.7) in funzione di quelle ottenute con la Regressione (6.8). Se si escludono pochi casi, il più critico dei quali è quello dell'Orco a Pont Canavese, i due modelli forniscono essenzialmente la stessa stima.

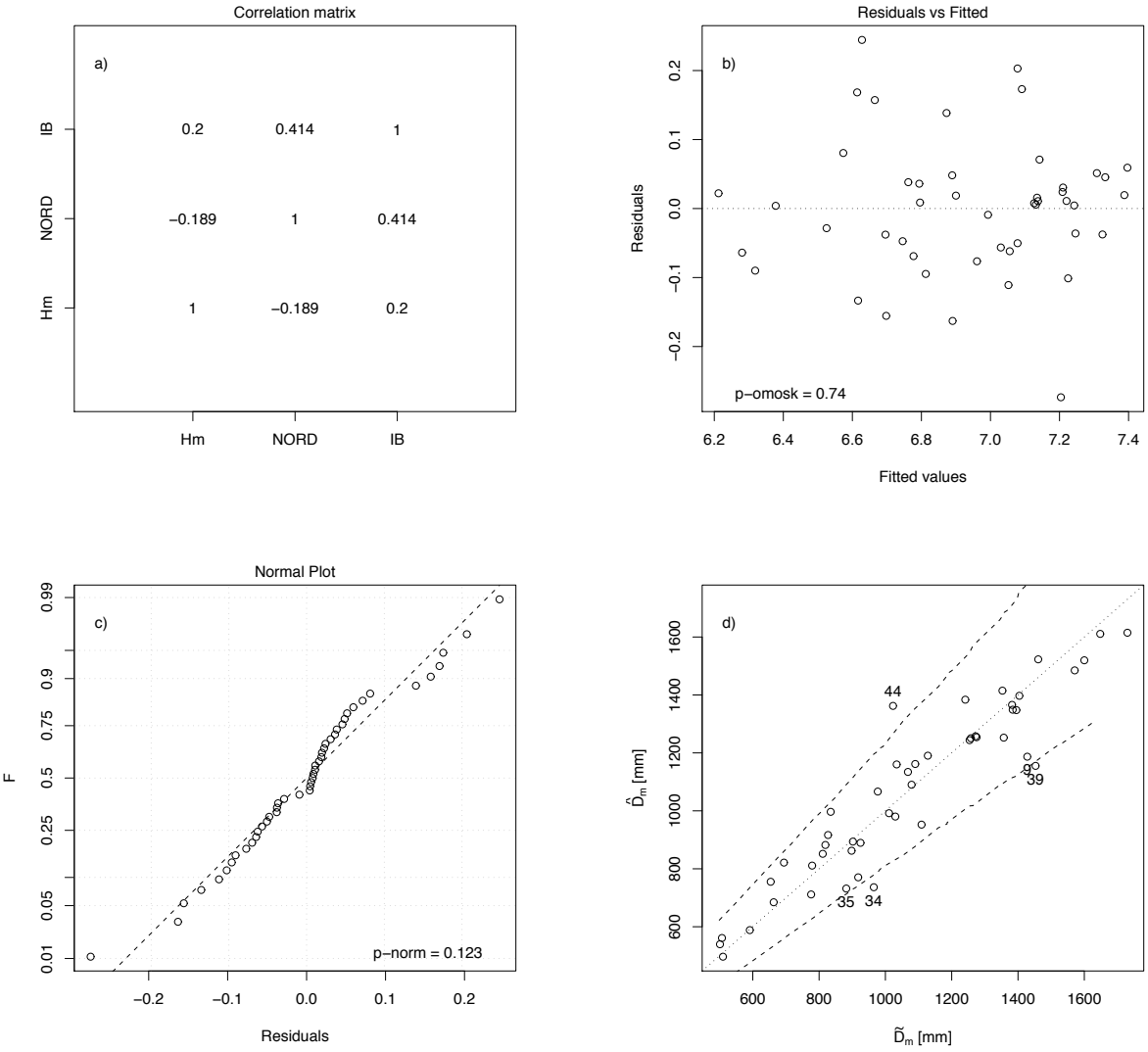


Figura 6.3: Grafici diagnostici della Regressione (6.7) del deflusso medio annuo D_m (da Viglione et al., 2007): a) coefficienti di correlazione tra le variabili indipendenti; b) rappresentazione stime-residui (variabile trasformata) e probabilità associata al test di omoschedasticità di Harrison-McCabe; c) rappresentazione dei residui in carta probabilistica normale e probabilità associata al test di normalità di Anderson-Darling; d) risultato della cross validazione ed intervalli di predizione di D_m (si sono indicati i siti caratterizzati dagli errori maggiori: Sesia a Ponte Aranco (9), Bormida di Mallare a Ferrania (34), Erro a Sassello (35), Dora di Rhemes a Pelaud (39) e Artavanaz a St.Oyen (44)).

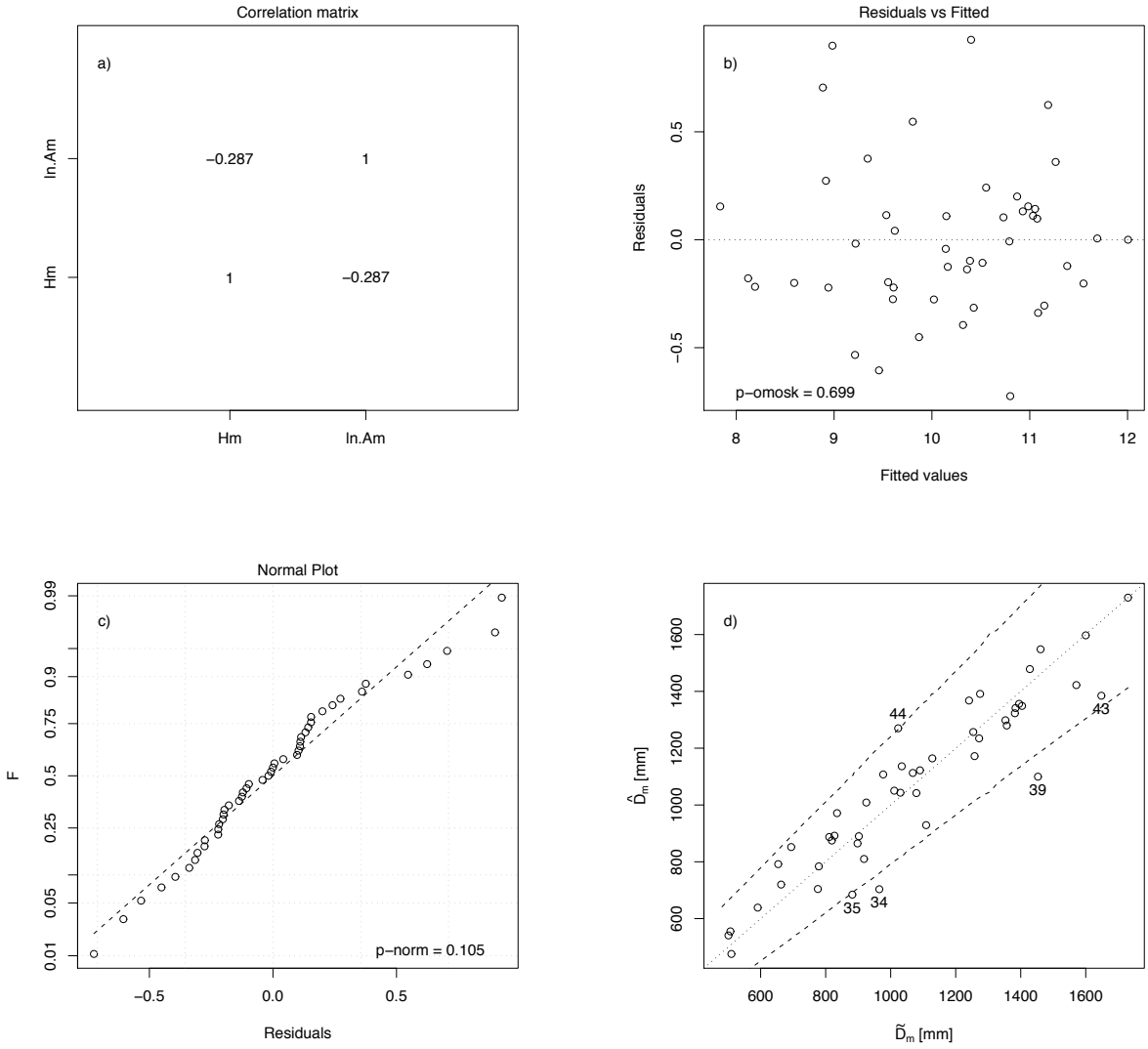


Figura 6.4: Grafici diagnostici della Regressione (6.8) del deflusso medio annuo D_m (da Viglione et al., 2007): a) coefficienti di correlazione tra le variabili indipendenti; b) rappresentazione stime-residui (variabile trasformata) e probabilità associata al test di omoschedasticità di Harrison-McCabe; c) rappresentazione dei residui in carta probabilistica normale e probabilità associata al test di normalità di Anderson-Darling; d) risultato della cross validazione ed intervalli di predizione di D_m (si sono indicati i siti caratterizzati dagli errori maggiori: Bormida di Mallare a Ferrania (34), Erro a Sassello (35), Dora di Rhemes a Pelaud (39), Rutor a Promise (43) e Artavanaz a St.Oyen (44)).

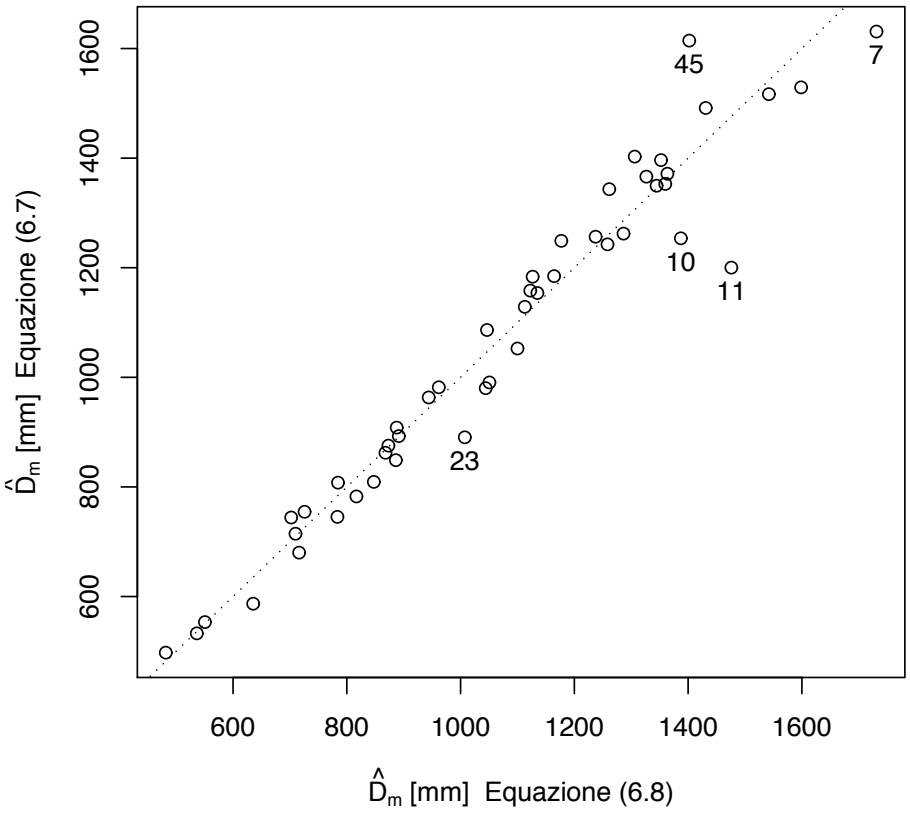


Figura 6.5: Confronto tra le Regressioni (6.7) e (6.8): il risultato delle stime nei 47 siti del SIMN con il Modello (6.7) è rappresentato in funzione dell'analogo risultato ottenuto dal Modello (6.8). Si sono indicate le stazioni in cui la differenza delle stime è superiore a 100 mm: Cervo a Passobreve (7), Dora Baltea a Tavagnasco (10), Orco a Pont Canavese (11), Vermenagna a Limone (23) e Evancon a Champoluc (45).

6.3 Regionalizzazione della curva di crescita

La fase più complessa dell'analisi di frequenza regionale è la stima della curva di crescita. Il metodo che si è utilizzato in questo caso è quello della formazione di regioni omogenee disgiunte (vedi Capitolo 3). Si è ricercata una volta per tutte la migliore suddivisione dei siti strumentati in gruppi omogenei, i cui elementi presentassero curve di crescita campionarie simili. Tali curve sono state ottenute dalle stazioni idrometriche la cui serie storica supera i 14 anni di osservazioni. La consistenza delle serie storiche delle 47 stazioni idrometriche del SIMN è rappresentata in Figura 6.6. Solo 38 stazioni hanno almeno 15 dati di deflusso annuo (in Tabella 6.3 sono riportate

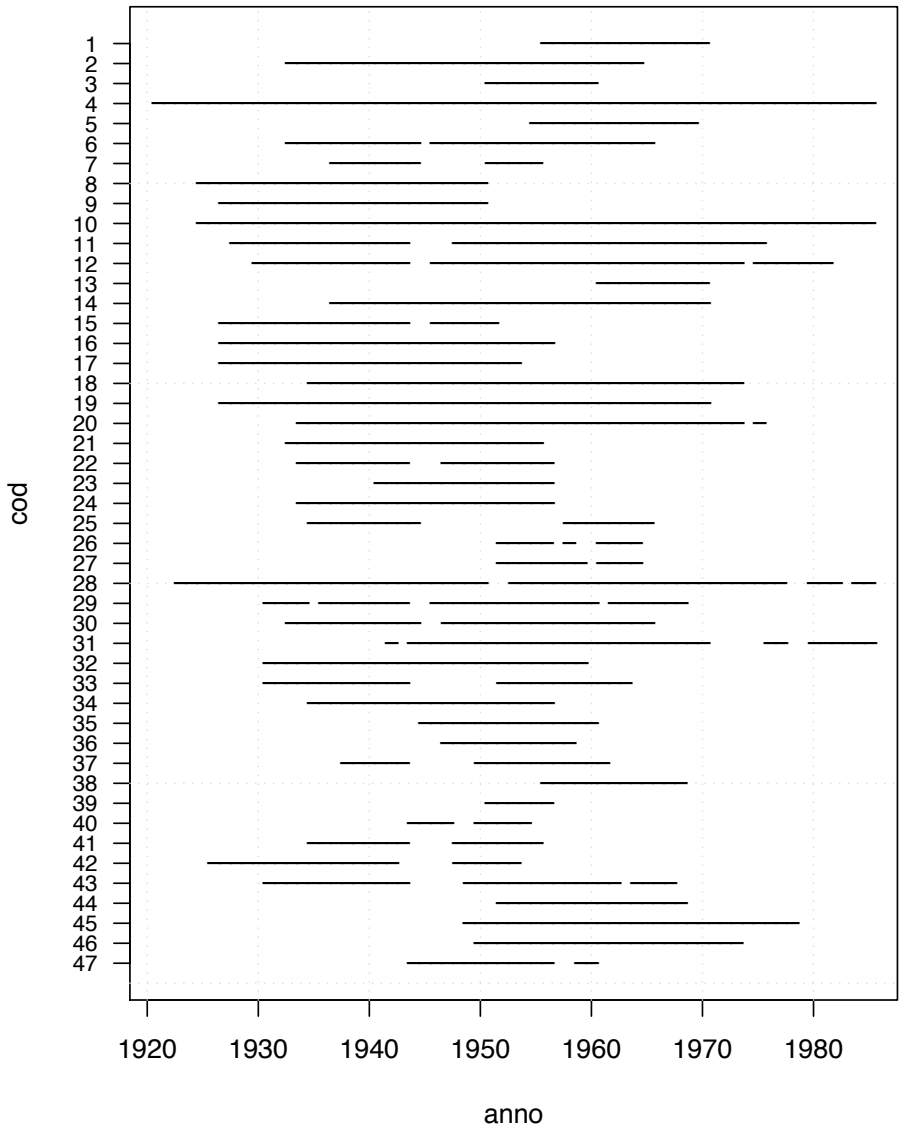


Figura 6.6: Consistenza delle serie storiche delle 47 stazioni idrometriche del SIMN.

alcune statistiche).

Per la scelta delle variabili di classificazione da utilizzarsi nella formazione delle regioni si è proceduto come indicato nel Capitolo 4. Per valutare la distanza tra le curve di crescita campionarie $\tilde{q}(F)$ si è utilizzata la differenza tra gli L-CV campionari delle serie, il che equivale ad utilizzare la statistica test di Hosking e Wallis (Paragrafo 5.1.1). In questo caso l'utilizzo del-

Tabella 6.3: Momenti ed L-momenti campionari delle serie storiche dei deflussi annui nelle 38 sezioni idrometriche considerate: numerosità del campione (num), media campionaria ($\hat{\mu}$), scarto quadratico medio ($\hat{\sigma}$), coefficiente di L-variazione (L-CV), L-skewness (L-CA) ed L-kurtosi (L-kur). Le differenze tra $\hat{\mu}$ e $\tilde{D}_m$ di Tabella 6.1 è dovuta al fatto che $\tilde{D}_m$ è il deflusso medio annuo riportato nella Pubblicazione 17 (dati fino al 1970), mentre per calcolare $\hat{\mu}$, dove disponibili, si sono utilizzati anche dati di anni successivi (fino al 1986).

cod	num	$\hat{\mu}$ [mm]	$\hat{\sigma}$ [mm]	L-CV	L-CA	L-kur
1	15	1570	197	0.074	0.029	0.018
2	32	1380	361	0.149	0.180	0.061
4	65	1409	361	0.142	0.147	0.146
5	15	1728	475	0.153	0.128	0.292
6	32	1590	571	0.208	0.066	0.082
8	26	1271	259	0.118	0.092	0.049
9	24	1427	328	0.134	−0.091	−0.001
10	61	925	201	0.116	0.257	0.161
11	44	1043	273	0.149	0.124	0.101
12	49	1093	311	0.158	0.116	0.140
14	34	694	231	0.192	0.071	0.071
15	23	654	211	0.179	0.203	0.182
16	30	662	185	0.158	0.152	0.071
17	27	590	163	0.157	0.149	0.079
18	39	1273	339	0.154	0.094	0.049
19	44	506	186	0.207	0.130	0.133
20	41	830	278	0.191	0.135	0.108
21	23	925	261	0.155	0.251	0.183
22	20	1241	334	0.153	0.182	0.123
23	16	1128	350	0.171	0.118	0.298
24	23	1272	259	0.119	0.007	0.005
25	18	1012	324	0.179	0.188	0.172
28	58	516	188	0.201	0.223	0.130
29	34	1032	353	0.190	0.236	0.089
30	31	901	338	0.207	0.265	0.114
31	36	780	235	0.168	0.139	0.175
32	29	1066	343	0.180	0.125	0.211
33	25	828	272	0.183	0.191	0.154
34	22	965	389	0.214	0.325	0.217
35	16	882	296	0.198	−0.011	0.013
37	18	784	411	0.285	0.269	0.215
41	17	897	172	0.107	0.205	0.194
42	23	1351	221	0.094	0.053	0.125
43	31	1649	248	0.084	0.103	0.194
44	17	1023	188	0.107	0.045	0.138
45	30	991	192	0.104	0.170	0.278
46	24	1260	339	0.150	0.233	0.142
47	15	1078	269	0.138	0.246	0.206

le matrici delle distanze non è indispensabile, essendo possibile anche procedere con un'analisi regressiva tra gli L-CV campionari e le variabili morfoclimatiche (cosa che è stata fatta otte-

nendo gli stessi risultati). È stata però utilizzata la metodologia descritta nel Paragrafo 4.2 per dimostrarne la validità e per la sua maggiore generalità: nel caso in cui risultasse conveniente utilizzare un altro test di omogeneità (Viglione et al., 2006b, Capitolo 5), ad esempio nell'analisi regionale delle piene, il ricorso all'analisi regressiva classica non sarebbe possibile.

Le grandezze morfoclimatiche utilizzate sono ancora quelle di Tabella 6.1. Si sono quindi ottenute 14 matrici delle distanze $\mathbf{\Delta}_{A_m}, \mathbf{\Delta}_S, \mathbf{\Delta}_{H_m}, \ldots$, da confontarsi, a mezzo di regressioni lineari, con la matrice delle distanze tra gli L-CV, $\mathbf{\Delta}_{L-\mathrm{CV}}$. Analogamente al Paragrafo 6.2 si sono escluse tutte quelle regressioni in cui anche solo una delle matrici non risultasse significativa in base al test di Mantel descritto nel Capitolo 4, e le rimanenti sono state ordinate in funzione dell'R^2_{adj} in senso decrescente. La migliore regressione lineare multipla tra $\mathbf{\Delta}_{L-\mathrm{CV}}$ e le matrici delle distanze delle grandezze morfoclimatiche è risultata essere

$$\mathbf{\Delta}_{L-\mathrm{CV}} = 0.46 + 3 \cdot 10^{-4} \cdot \mathbf{\Delta}_{H_m} + 0.18 \cdot \mathbf{\Delta}_{Y_{bar}} \ .$$

Il test di Mantel dei coefficienti delle variabili indipendenti, applicato con l'1% di significatività, permette di considerare significativa la correlazione tra le distanze delle curve di crescita campionarie e le distanze tra i bacini idrografici in quota media (H_m) e latitudine del baricentro (Y_{bar}). Quindi questi due descrittori dei bacini sono stati scelti come variabili di classificazione per suddividere in gruppi i bacini del SIMN.

In Figura 6.7 si sono rappresentati i "passi" della procedura mista di cluster analysis descritta nel Paragrafo 3.1. Considerare un'unica regione non è corretto, in quanto la misura di eterogeneità di Hosking e Wallis (Paragrafo 5.1.1) vale 8.57, valore molto superiore a 2, limite di accettabilità che abbiamo scelto. Si è quindi proceduto a suddividere i siti in 2, 3 ed infine 4 regioni con l'algoritmo di Ward e la conseguente riallocazione degli elementi (Paragrafo 3.1), arrestando la procedura al superamento del test di omogeneità di Hosking and Wallis (1993) in tutti i gruppi. Per due delle regioni individuate i valori della statistica θ_{HW_1} (indicata con H in figura) sono di poco inferiori a 2, per cui tali regioni dovrebbero ritenersi "possibilmente eterogenee", ma si è deciso di accettare questo raggruppamento per evitare di dover utilizzare gruppi troppo piccoli. L'utilizzo della misura di eterogeneità di Hosking e Wallis è da preferirsi rispetto al test bootstrap di Anderson-Darling in quanto la variabile deflusso annuo è, per sua natura, poco asimmetrica. A conferma di quanto fatto, le quattro regioni individuate possono essere rappresentate, come si vede in Figura 6.8, sul piano degli L-momenti L-CA ed L-CV, nella parte in cui il test di Hosking e Wallis è più potente (Capitolo 5). In Figura 6.9 le regioni omogenee sono state rappresentate geograficamente. Come si può notare le regioni risultano essere particolarmente compatte, anche in conseguenza del fatto che la latitudine del baricentro del bacino è stata impiegata per formare le regioni: la Regione 1 comprende i bacini valdostani, due bacini limitrofi (Orco a Pont Canavese e Sesia a Campertogno) ed il Toce a Cadarese; la Regione 2 raggruppa le zone del Toce e del Sesia (escludendo i due bacini che ricadono nella Regione 1); la Regione 3 comprende i bacini alpini di torinese e cuneese; infine i bacini della pianura e bassa montagna cuneese e dell'appennino alessandrino fanno parte della Regione 4.

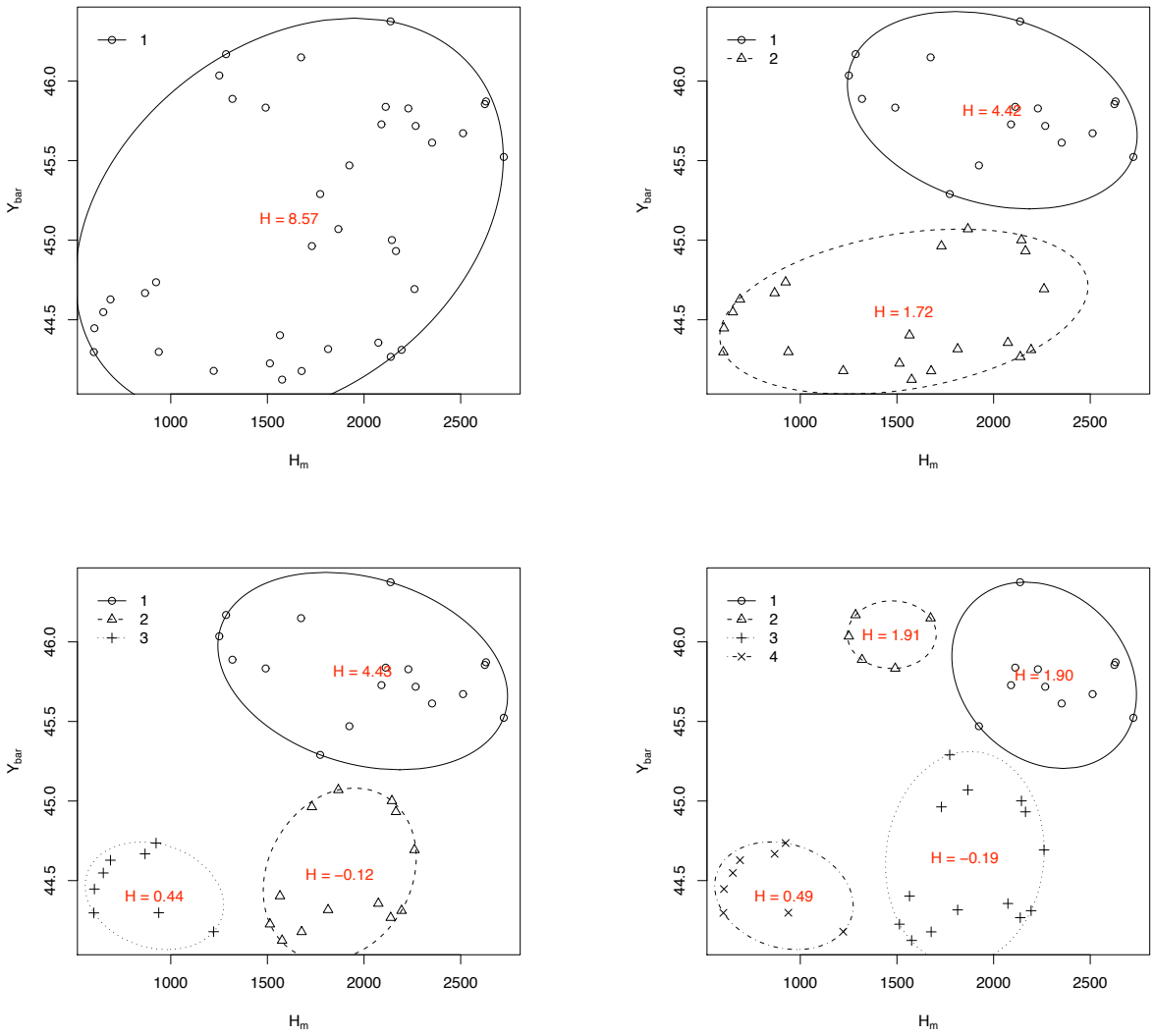


Figura 6.7: Suddivisione dei bacini in 4 regioni omogenee sul piano $H_m - Y_{bar}$. Si sono riportate le quattro fasi della cluster analysis: per ogni gruppo è stato indicato il valore della statistica di omogeneità di Hosking e Wallis (Equazione (5.6)). Si veda Figura 6.9 per la rappresentazione geografica della suddivisione dei bacini idrografici in 4 cluster.

La scelta della distribuzione di probabilità caratteristica di ogni gruppo è stata effettuata considerando distribuzioni a 3 parametri (v.es. Basson et al., 1994) per la stima dei quali il numero elevato di osservazioni disponibili per ogni regione determina adeguate condizioni di robustezza. La tecnica di "model selection" descritta nel Paragrafo 3.2 è stata applicata sui quattro raggruppamenti definiti in precedenza, considerando le seguenti distribuzioni di probabilità,

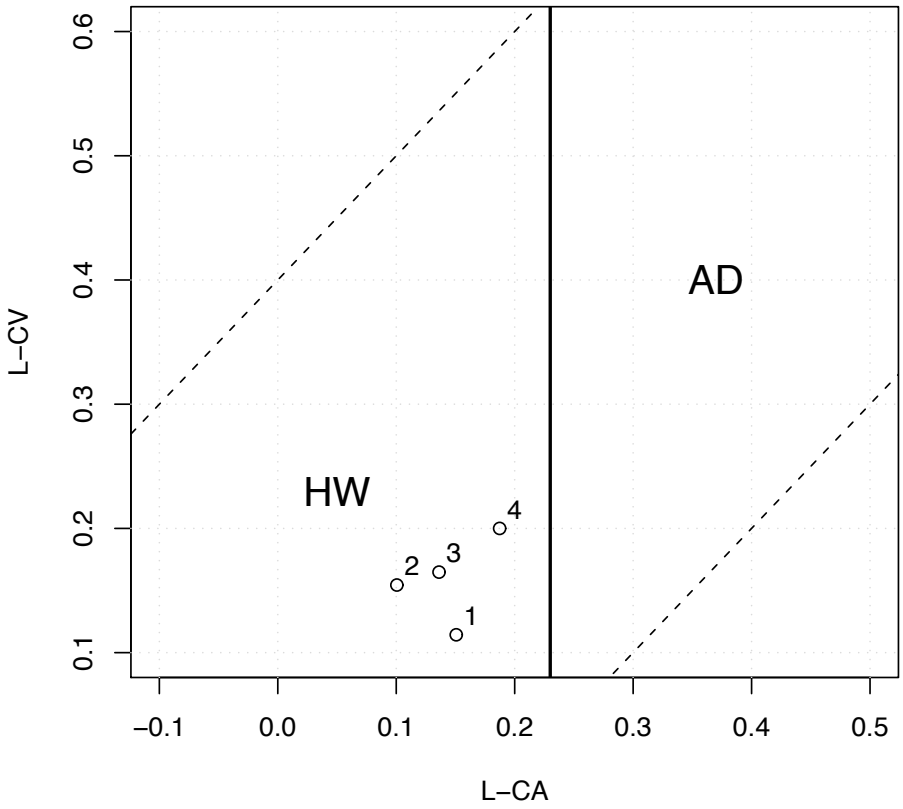


Figura 6.8: Rappresentazione delle quattro regioni sul piano degli L-momenti (L-CA, L-CV) per la decisione del test di omogeneità da utilizzare (vedi Paragrafo 5.4). La misura di eterogeneità di Hosking e Wallis, in questo caso, è da preferirsi rispetto al test bootstrap di Anderson-Darlyng.

descritte in dettaglio in Appendice D:

- distribuzione di Pareto generalizzata (GP);
- distribuzione generalizzata dei valori estremi (GEV);
- distribuzione logistica generalizzata (GL);
- distribuzione log-normale a 3 parametri (LN3);
- distribuzione di Pearson tipo III (P3);

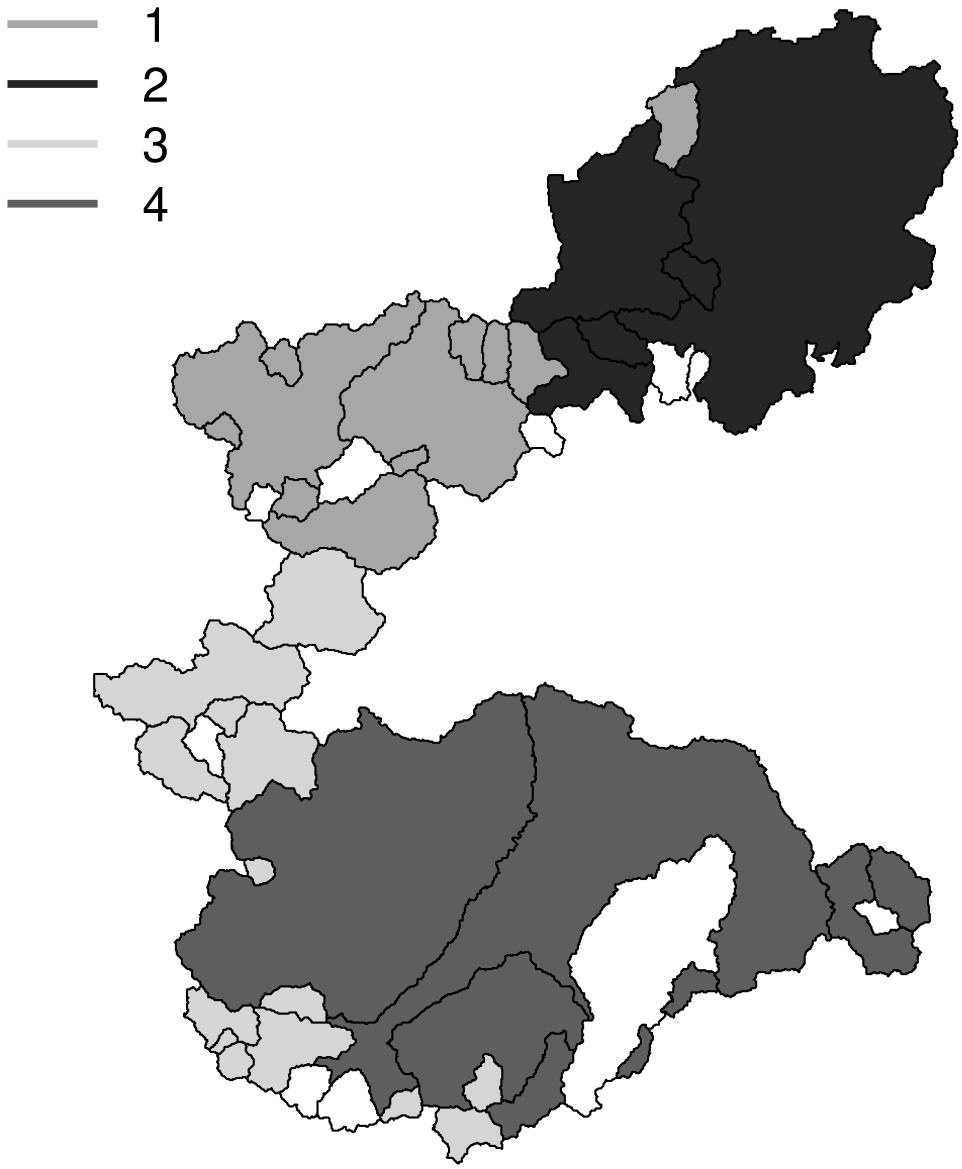


Figura 6.9: Rappresentazione geografica dei bacini appartenenti alle 4 regioni omogenee, che risultano essere particolarmente compatte (se si escludono pochi casi come, ad esempio, quello del Toce a Cadarese). La Regione 1 comprende i bacini Valdostani e limitrofi, la Regione 2 quelli dell'area Toce-Sesia, la Regione 3 i bacini alpini del torinese e del cuneese, mentre la Regione 4 i bacini di pianura e dell'appennino piemontese. I bacini non inseriti nei gruppi (rappresentati in bianco) sono quelli con una serie storica di deflussi annui di numerosità non superiore a 15.

delle quali solo le ultime due sono comunemente proposte per la descrizione dei deflussi annui (v.es. Vogel and Wilson, 1996). I parametri delle distribuzioni sono stati stimati con il metodo

degli L-momenti (Hosking and Wallis, 1997) utilizzando il campione ottenuto in ogni regione raggruppando le singole curve di crescita campionarie. In Tabella 6.4 sono riportati i valori della probabilità $\hat{G}(A^2)$, associata alla statistica di Anderson-Darling di Equazione (3.5): tanto più vicino a zero è il valore ottenuto, tanto migliore può ritenersi l'adattamento della distribuzione al campione. Una rappresentazione grafica dell'adattamento delle distribuzioni ai dati è fornita in

Tabella 6.4: Stima della probabilità $G(A^2)$, associata alla statistica di Anderson-Darling di Equazione (3.5); valori superiori a 0.9 comportano il rigetto della distribuzione ipotetica.

	REGIONE			
	1	2	3	4
GP	1.00	1.00	1.00	1.00
GEV	0.172	0.390	0.917	0.849
GL	0.474	0.848	0.999	0.986
LN3	0.300	0.425	0.924	0.867
P3	0.589	0.388	0.863	0.816

Figura F.3. Dal momento che tutte le distribuzioni prese in considerazione sono a 3 parametri, il valore di $\hat{G}(A^2)$ può essere effettivamente utilizzato per confronto. Poiché si è scelto di utilizzare un solo tipo di distribuzione per tutto il territorio considerato, si è scelta la distribuzione di Pearson (o Gamma a 3 parametri) che, nel caso del terzo gruppo di bacini (Regione 3), è l'unica che non viene rigettata dal test con significatività 10%. La distribuzione di probabilità di Pearson tipo III è definita come:

$$f(q) = \frac{(x-\xi)^{\alpha-1} e^{-(q-\xi)/\beta}}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} \ , \ F(q) = G\left(\alpha, \frac{q-\xi}{\beta}\right)/\Gamma(\alpha) \ , \tag{6.9}$$

dove $f(q)$ è la funzione densità di probabilità, $F(q)$ è la distribuzione cumulata, ξ è il parametro di posizione, β quello di scala, α quello di forma, Γ è la funzione gamma e G la funzione gamma incompleta (v.es. Kottegoda and Rosso, 1998).

Il risultato della model selection è confermato dal diagramma dei rapporti tra gli L-momenti di Figura 6.10 (Appendice C), in cui gli L-momenti regionali L-CA ed L-kur per le regioni formate vengono confrontati con i range di L-momenti che alcune distribuzioni possono assumere. Nel piano L-CA/L-kur le distribuzioni a due parametri sono rappresentate da un punto, mentre quelle a tre parametri da una curva (data la loro maggiore flessibilità). Tre delle regioni identificate si dispongono bene intorno alla linea relativa alla distribuzione Pearson tipo III, mentre la Regione 3 è un po' più distante, cosa che conferma il risultato del test di adattamento (vedi Tabella 6.4).

La curva di crescita viene quindi definita come:

$$q(F) = \xi + \beta \cdot \Theta(F, \alpha) \ , \tag{6.10}$$

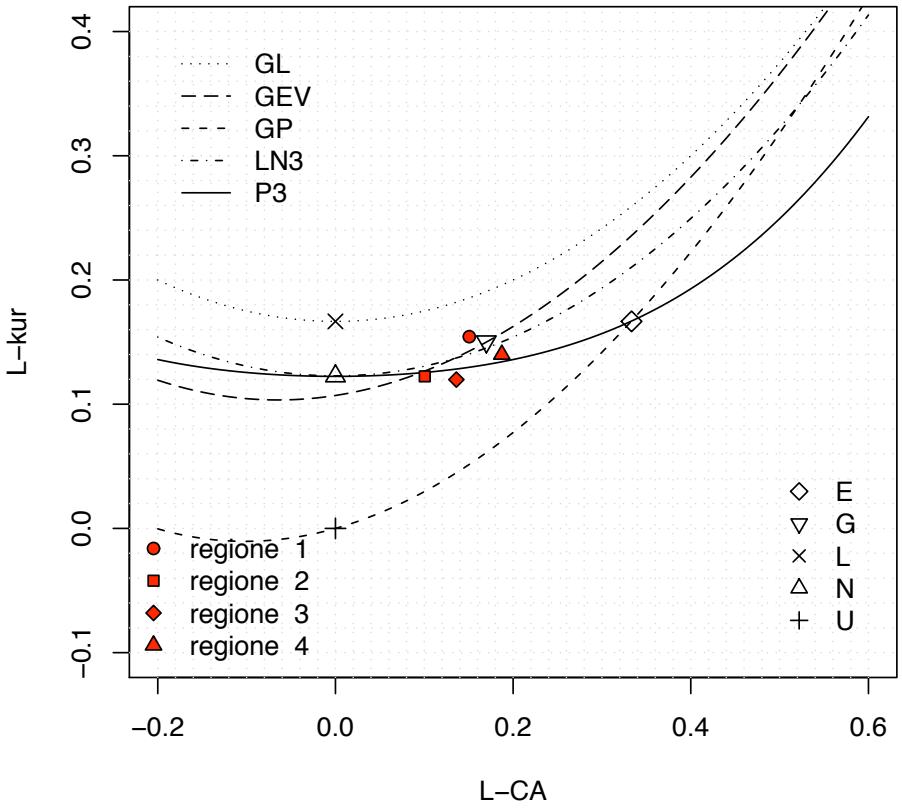


Figura 6.10: Rappresentazione delle quattro regioni e delle distribuzioni di probabilità a due ed a tre parametri sul diagramma degli L-momenti. Le distribuzioni a due parametri sono: esponenziale (E), Gumbel (G), lognormale (L), normale (N) ed uniforme (U); quelle a tre parametri sono: logistica generalizzata (GL), generalizzata del valore estremo (GEV), Pareto generalizzata (GP), lognormale a 3 parametri (LN3) e Pearson tipo III (P3).

dove $\Theta(F, \alpha)$ è l'inversa della funzione gamma generalizzata. Per le quattro regioni individuate si sono ottenuti i seguenti valori dei parametri:

$$\begin{array}{lll} \alpha_1 = 4.764 & \beta_1 = 9.534 \cdot 10^{-2} & \xi_1 = 0.5458 \\ \alpha_2 = 10.60 & \beta_2 = 8.508 \cdot 10^{-2} & \xi_2 = 9.843 \cdot 10^{-2} \\ \alpha_3 = 5.817 & \beta_3 = 0.1237 & \xi_3 = 0.2801 \\ \alpha_4 = 3.107 & \beta_4 = 0.2093 & \xi_4 = 0.3496 \end{array} \tag{6.11}$$

In Figura 6.11 sono rappresentate le curve di crescita regionali sovrapposte a quelle campionarie

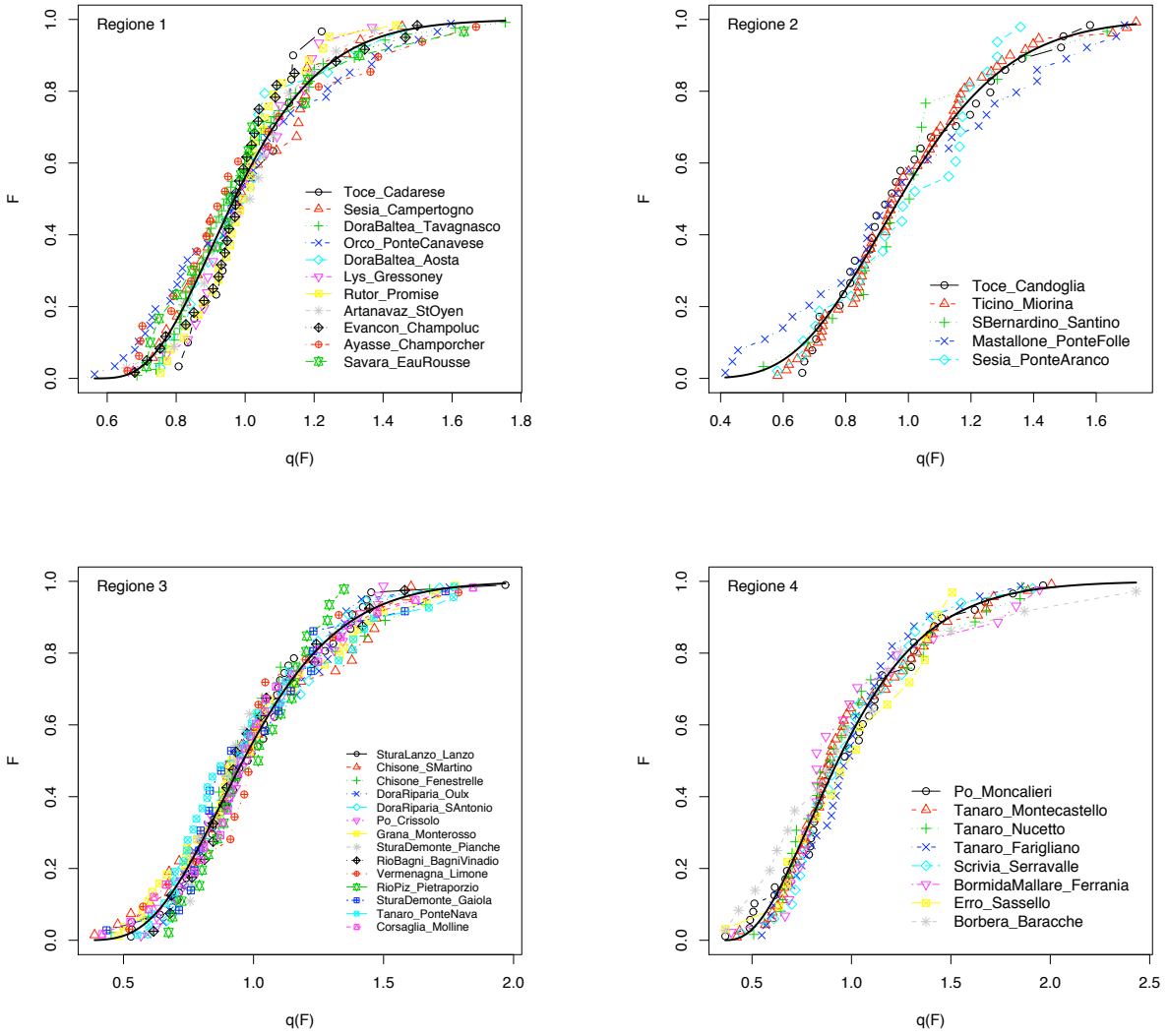


Figura 6.11: Curve di crescita campionarie (punti uniti da spezzate) e curva di crescita regionale (linea nera continua) per le regioni omogenee individuate (da Viglione et al., 2006a).

relative alle singole stazioni. Osservando i grafici relativi alle Regioni 1 e 2 si comprende perché la misura di eterogeneità di Hosking e Wallis si avvicina al valore di non accettazione.

In Figura 6.12 le quattro curve regionali sono state rappresentate tutte insieme in carta probabilistica lognormale in modo da farne risaltare le differenze. Si noti come le curve di crescita siano significativamente asimmetriche (non-normali), presentando i seguenti coefficienti

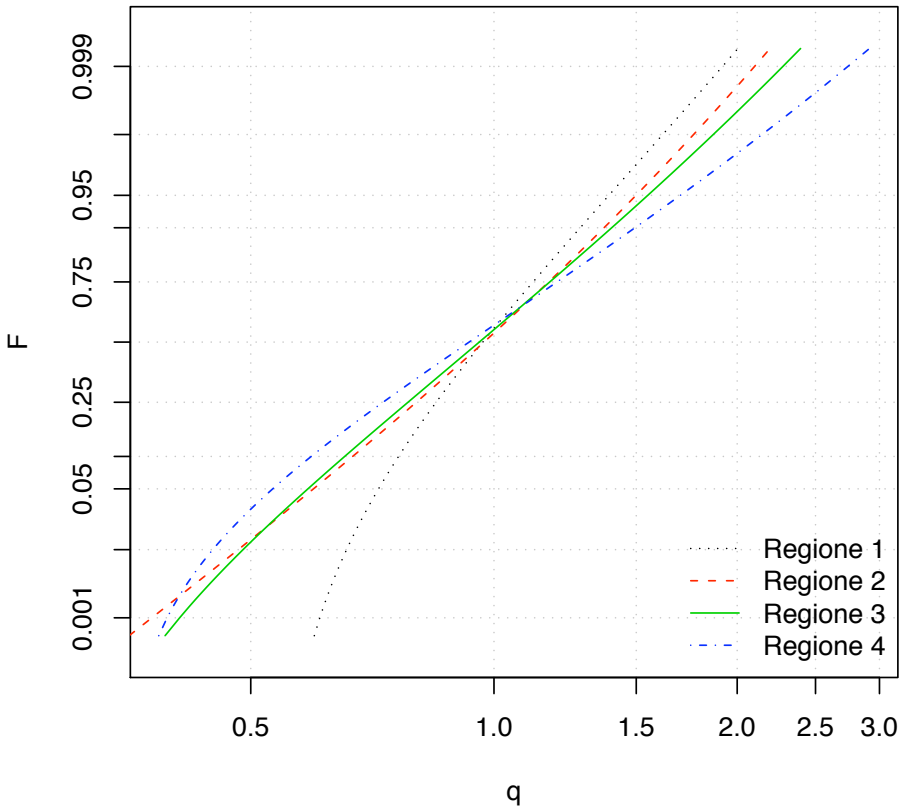


Figura 6.12: Rappresentazione delle curve di crescita regionali in carta probablistica lognormale (da Viglione et al., 2006a). Si evidenziano in questo modo le differenze delle distribuzioni, soprattutto per quanto riguarda la coda inferiore, di maggiore interesse nelle analisi di disponibilità idrica (e quindi anche del deflusso annuo).

di asimmetria:

$$\gamma_1 = 0.974 \ , \quad \gamma_2 = 0.624 \ , \quad \gamma_3 = 0.803 \ , \quad \gamma_4 = 1.106 \ .$$

La densità di probabilità associata alle quattro curve di crescita regionali è riportata in Figura 6.13. Si noti come il coefficiente di variazione dalla Regione 1 sia sensibilmente inferiore a quello delle altre regioni. La ragione di questo comportamento può essere individuata nel fatto che la Regione 1 comprende bacini nivoglaciali (comprende infatti tutti i bacini valdostani), che presentano un andamento più regolare dei deflussi grazie all'apporto di acqua di scioglimento dei ghiacciai. La Regione 4, caratterizzata da variabilità ed asimmetria più alta, deve queste caratteristiche al fatto di comprendere praticamente tutti i bacini del settore appenninico piemontese,

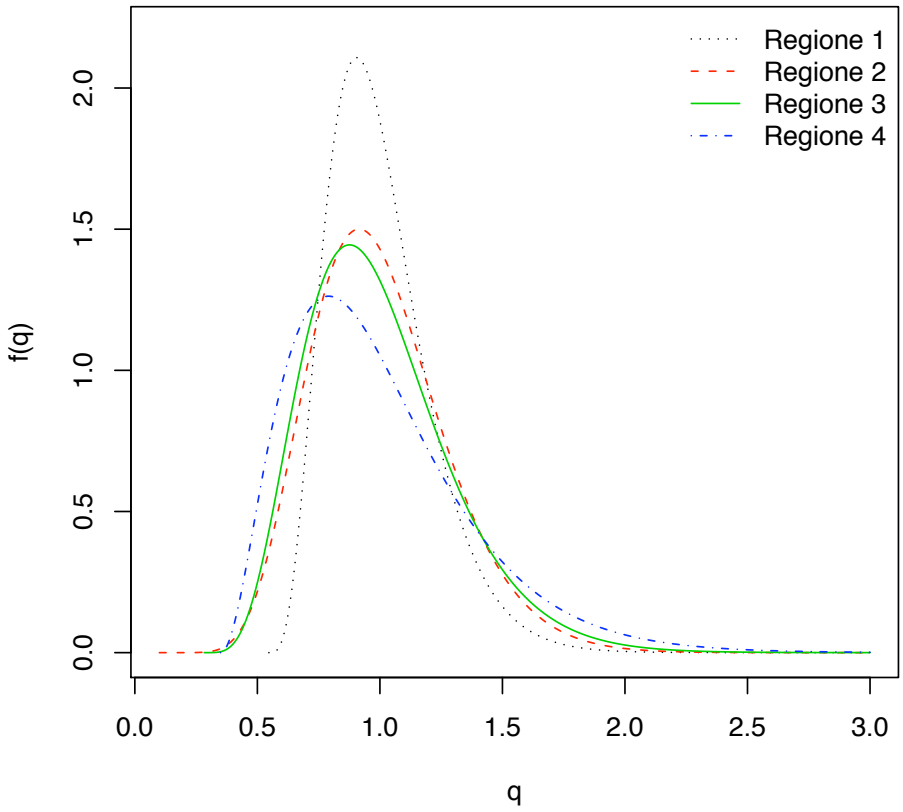


Figura 6.13: Densità di probabilità $f(q)$ associata alle quatto curve di crescita regionali.

soggetti ad una condizione climatica diametralmente opposta a quella valdostana.

6.3.1 Confronto con le formule SIMPO

Le formule SIMPO derivano da uno studio fatto per il bacino del Po nel 1982 denominato "Studio e progettazione di massima delle sistemazioni idrauliche dell'asta principale del Po, dalle sorgenti alla foce, finalizzate alla difesa e alla conservazione del suolo e utilizzazione delle risorse idriche" (Hydrodata, 1982). Si tratta di una serie di equazioni i cui coefficienti sono ottenuti con tecniche di regressione multipla, per la regionalizzazione di alcuni valori caratteristici di portata a partire da fattori fisico-climatici, nell'ambito geografico dei bacini padani.

Il valore di portata media annua, corrispondente al deflusso indice D_m, viene stimato con la

relazione:

$$q_{MEDA} = -24.5694 + 0.00860 \cdot H + 0.03416 \cdot A \ , \tag{6.12}$$

dove, q_{MEDA} è la portata media annua [ls^{-1}km^{-2}], H è l'altitudine media del bacino [m s.m.m.] ed A è l'afflusso meteorico medio annuo [mm]. L'Equazione (6.12) può essere riscritta, con la notazione usata in questo lavoro, nel seguente modo:

$$D_m = -775 + 1.08 \cdot A_m + 0.271 \cdot H_m \ , \tag{6.13}$$

dove D_m è il deflusso medio annuo [mm].

Dal momento che l'Equazione (6.12) è stata utilizzata nella predisposizione del Piano di Tutela delle Acque della Regione Piemonte, ci è sembrato opportuno fare un confronto con le formule che abbiamo ottenuto considerando più parametri morfoclimatici e solamente dati Piemontesi e Valdostani.

Il confronto tra le formulazioni viene eseguito a mezzo dell'RMSE. Gli RMSE così calcolati sono riportati in Tabella 6.5. Il confronto tra i modelli è rappresentato dall'RMSE di "cross-validation" (Equazione (2.25), Tabella 6.6).

Tabella 6.5: Confronto dell'RMSE delle formule di stima del deflusso medio annuo D_m.

	RMSE [mm]
Eq. 6.7	101.8
Eq. 6.8	108.5
Eq. 6.13	121.7

Tabella 6.6: Confronto dell'RMSE di cross-validation dei modelli di stima del deflusso medio annuo D_m.

	RMSE$_{cv}$ [mm]
Eq. 6.7	110.5
Eq. 6.8	115.8
Eq. 6.13	124.9

Dalle tabelle si può rilevare che le formule regressive proposte in questo lavoro, almeno per i bacini Piemontesi, risultano essere migliori di quelle SIMPO. Inoltre occorre sottolineare che quello che differenzia di più il presente lavoro da quello che nel 1980 portò alla scrittura delle formule SIMPO, è che in questo caso si vuole arrivare alla stima della curva di frequenza dei deflussi annui $D(F)$ e, conseguentemente, del valore di progetto $D(T)$. I risultati dello studio di regionalizzazione effettuato sono utili a quantificare, oltre che al valore atteso, l'incertezza associata a D_m.

6.4 Utilizzo del modello regionale

Volendo esemplificare la procedura, se si vuole stimare il deflusso annuo $D(T)$ che non viene raggiunto, in media, una volta ogni T anni ($T = 1/F$) si procede come segue:

- se nel sito di interesse è disponibile una serie storica con numerosità sufficiente (almeno $n > 2T$), $D(T)$ può essere stimato con un'analisi di frequenza locale senza ricorrere alla tecnica di regionalizzazione;

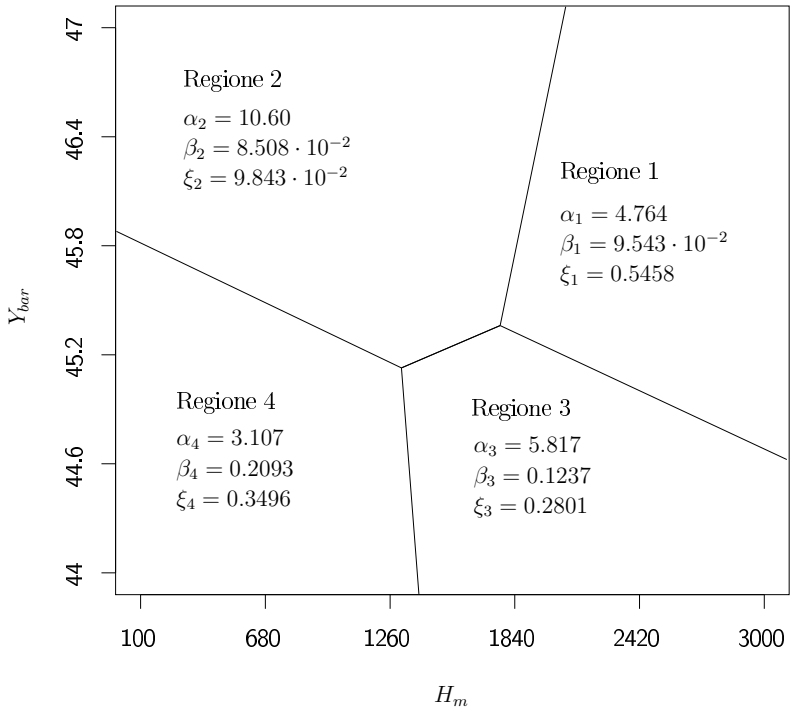


Figura 6.14: Suddivisione del piano $H_m - Y_{bar}$ nelle 4 regioni omogenee (da Viglione et al., 2006a); per ognuna di esse sono stati indicati i parametri della curva di crescita regionale (distribuzione Tipo III di Pearson, vedi Appendice D).

- se sono disponibili solo pochi dati, ad esempio 5-10, D_m viene stimato come media aritmetica dei deflussi annui misurati, mentre per $q(T)$ si determina quale tra le quattro curve di crescita individuate nel Paragrafo 6.3 sia da utilizzare. La scelta è fatta in base all'assegnazione del bacino idrografico sotteso dalla sezione considerata ad una delle quattro regioni omogenee, entrando nel diagramma rappresentato in Figura 6.14 con i valori delle variabili quota media H_m e latitudine del baricentro del bacino Y_{bar}. Le linee di separazione nel diagramma di Figura 6.14 sono state ricavate con il criterio della minima distanza tra il

baricentro delle regioni omogenee (rappresentate in Figura 6.7) e i punti dello spazio delle variabili morfoclimatiche;

- per una sezione sprovvista di misure, D_m viene stimato tramite uno dei modelli regressivi proposti (Equazioni (6.7) o (6.8)) mentre per $q(T)$ si procede come nel caso precedente. Anche in questo caso i parametri necessari all'applicazione del modello regionale sono pochi e di facile determinazione: se si utilizza il modello regressivo più semplice (Equazione (6.8)) i parametri richiesti sono solamente l'afflusso medio annuo A_m, la quota media H_m e la latitudine del baricentro del bacino Y_{bar}.

Una volta stimati il deflusso indice e la curva di crescita, il deflusso annuo corrispondente al tempo di ritorno T sarà ottenuto come $\hat{D}(T) = \hat{D}_m \cdot \hat{q}(T)$.

Per avvalorare la procedura, i modelli sono stati applicati alle sezioni idrografiche corrispondenti alle 47 stazioni idrometriche del SIMN. Le distribuzioni di probabilità $\hat{D}(T)$ ottenute (la media è stata stimata con l'Equazione (6.7)) sono state messe a confronto con le funzioni di frequenza empiriche $\tilde{D}(T)$. La bontà dell'adattamento è stata valutata con il test di Andeson-Darling per distribuzioni completamente specificate, dal momento che i parametri della gamma vengono considerati noti a priori, Parametri (6.11), e non vengono stimati dai campioni. In questo caso non occorre derivare la distribuzione della statistica A^2, ma si possono usare i punti percentuali relativi a diversi livelli di significatività di letteratura (v.es. D'Agostino and Stephens, 1986, Tabella 4.2, pag. 105). Applicando il test al 5% di significatività, le distribuzioni di probabilità stimate risultano adatte (o, più precisamente, non si può rigettare l'ipotesi di buon adattamento) per 36 campioni su 47.

La performance del modello regionale, valutata con il test di adattamento, è particolarmente sensibile agli errori di stima della media. In Figura 6.15 si riportano i valori della statistica A^2 per le 47 stazioni rappresentati con gli errori relativi di stima della media $|(\hat{D}_m - \tilde{D}_m)/\tilde{D}_m|$. Come si può notare, esiste una forte correlazione tra errori di stima della media e risultato del test. Le sezioni che non superano il test al 1% di significatività sono caratterizzate tutte da una stima della media errata di più del 10% del valore osservato. Per questo motivo, come si è detto, se sono disponibili anche solo pochi dati, D_m deve essere stimato come media aritmetica dei deflussi annui misurati, piuttosto che con un modello regionale.

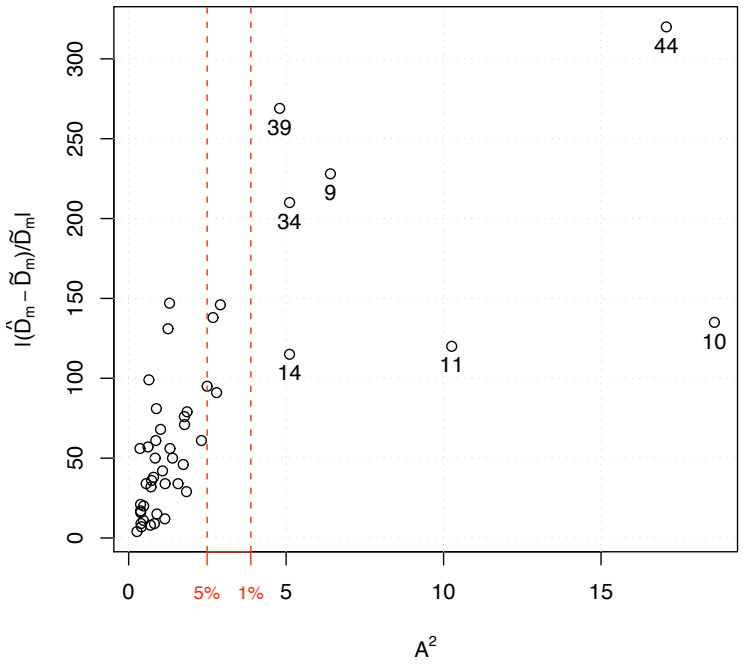


Figura 6.15: Legame tra la statistica di Anderson-Darling A^2 di bontà di adattamento delle distribuzioni $\hat{D}(F)$ alle distribuzioni empiriche $\tilde{D}(F)$ e l'errore relativo di stima della media $|(\hat{D}_m - \tilde{D}_m)/\tilde{D}_m|$. Si sono indicati in figura i limiti percentuali corrispondenti alla significatività 5% ($A^2 = 2.492$) e 1% ($A^2 = 3.880$) del test di Anderson-Darling per distribuzioni completamente specificate. Il test all'1% di significatività rigetta l'ipotesi di adattamento di $\hat{D}(F)$ a $\tilde{D}(F)$ nelle sezioni: Sesia a Ponte Aranco (9), Dora Baltea a Tavagnasco (10), Orco a Pont Canavese (11), Chisone a S.Martino (14), Bormida di Mallare a Ferrania (34), Dora di Rhemes a Pelaud (39) e Artavanaz a St.Oyen (44).

Capitolo 7

Regionalizzazione dei regimi idrologici

In questo capitolo ci si propone di analizzare il comportamento dei deflussi a scala temporale intra-annuale. A questo scopo si è condotta un'analisi regionale del così detto "regime idrologico" del corso d'acqua. Il regime idrologico riflette la dinamica dei deflussi e la risposta del bacino alla climatologia, all'occupazione del suolo ed alla geologia della regione. É prima di tutto uno strumento di sintesi che, senza occultare i processi idrologici fondamentali, cerca di estrarre delle caratteristiche globali che qualificano il comportamento del corso d'acqua.

In questo lavoro, per regime idrologico si intende la successione dei 12 deflussi medi mensili e non ci si preoccuperà di attribuire i corsi d'acqua considerati a tipologie (pluviale, nivale, ...) di carattere qualitativo.

7.1 Regimi idrometrici e pluviometrici in Piemonte

I valori medi dei deflussi e degli afflussi mensili sono stati tratti dalla Pubblicazione n. 17 del Servizio Idrografico (i dati sono riportati nelle Tabelle E.2 e E.3 in Appendice E). La complessità del territorio Piemontese e Valdostano, dal punto di vista idrologico, si ripercuote nella differenzazione dei regimi idrologici presenti in una regione non così vasta. In Figura 7.1 sono rappresentati i valori dei deflussi mensili adimensionalizzati $d_i/\bar{d}$ dove $\bar{d} = D_m/12$ per due zone geograficamente (ma non solo) agli estremi del territorio in esame: la Valle d'Aosta e l'Appennino Ligure. Come si può vedere, in Valle d'Aosta il picco di portata è in estate, nei mesi di luglio o agosto, mentre le magre caratterizzano tutto l'inverno; il regime è tipicamente nivo-glaciale in quanto i massimi di portata sono dovuti principalmente a fenomeni di scioglimento mentre le magre corrispondono ai periodi in cui la precipitazione è esclusivamente di tipo nevoso. Al contrario nella zona appenninica delle province di Asti e Alessandria il regime idrometrico

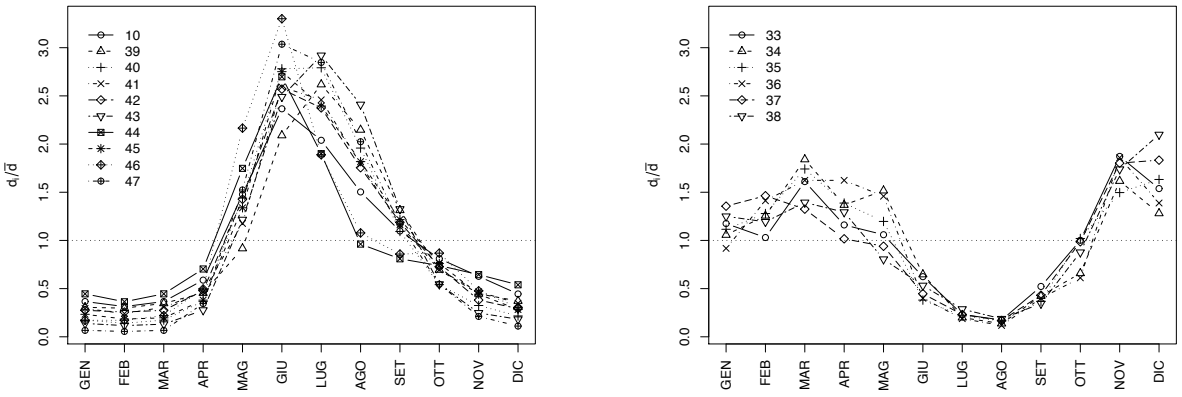


Figura 7.1: Regimi idrometrici adimensionalizzati ($d_i/\bar{d}$) sovrapposti per la zona geografica della Valle d'Aosta (a sinistra) e dell'Appennino Ligure (a destra); i numeri sono i codici delle stazioni idrometriche di Tabella 6.1.

presenta la configurazione opposta, con un minimo estivo ed un massimo invernale, regime che viene detto di tipo appenninico.

Nelle Figure F.4 in Appendice F sono riportati grafici come quello di Figura 7.1 per 5 zone "geografiche" del territorio regionale per le quali il regime idrometrico e pluviometrico è paragonabile (i regimi di Figura 7.1 sono gli estremi, gli altri possono essere considerati regimi intermedi). Questo tipo di suddivisione è del tutto soggettivo ed esula dalle analisi che verranno effettuate in seguito.

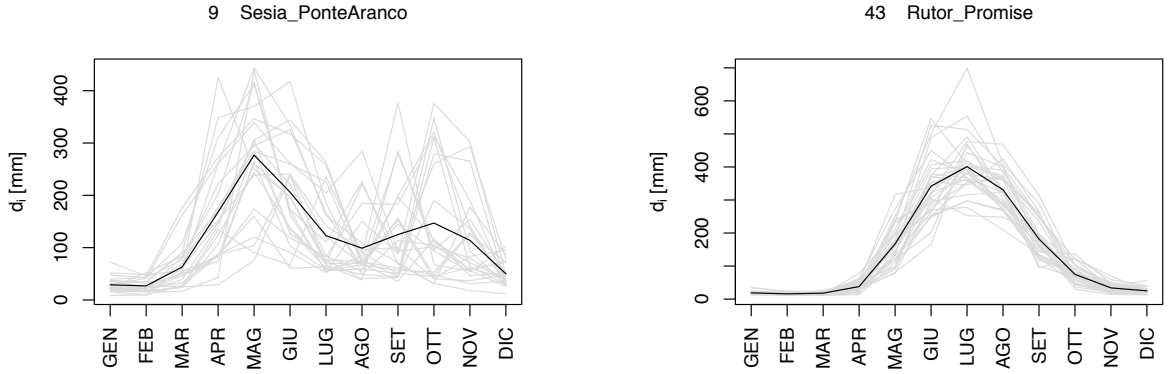


Figura 7.2: Regime idrometrico medio e serie dei mensili per due dei bacini considerati nello studio.

In Figura 7.2 è stato rappresentato, per due casi, l'andamento medio dei deflussi mensili sovrapposto agli andamenti dei singoli anni. La regolarità dell'andamento dei deflussi mensili è molto variabile, come si può evincere dalla differenza della situazione per il Sesia a Ponte Aranco da quella del Rutor a Promise. Lo stesso tipo di grafici sono stati prodotti per tutte le sezioni di cui è conosciuta la serie storica dei deflussi mensili in Figura F.5.

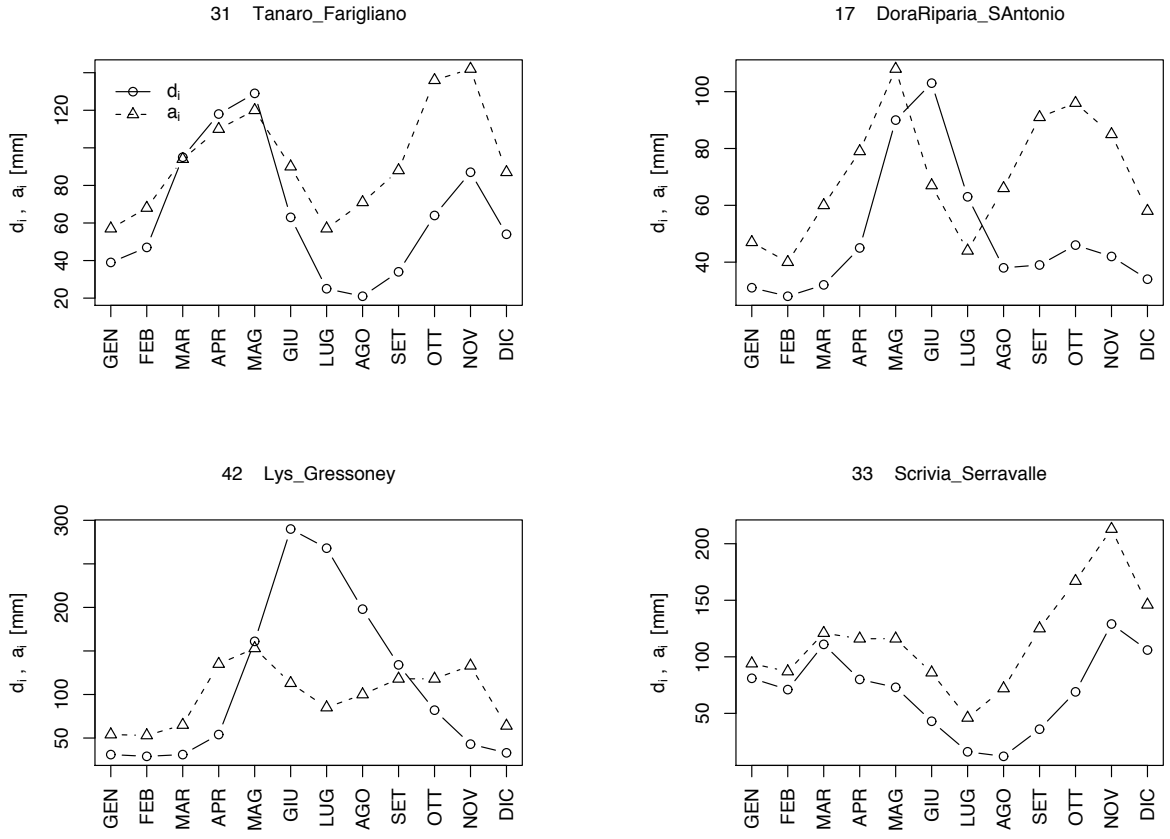


Figura 7.3: Regime idrometrico e pluviometrico per 4 bacini; d_i sono i deflussi medi mensili di Tabella E.2, a_i sono gli afflussi medi mensili di Tabella E.3.

L'obbiettivo che ci siamo posti in questo capitolo è la regionalizzazione del regime dei deflussi e, a questo fine, è naturale valutare quali relazioni sussistano tra di esso ed il regime degli afflussi. In Figura 7.3 sono state rappresentate 4 situazioni alternative. Nel caso del Tanaro a Farigliano i picchi delle piogge e quelli delle portate coincidono temporalmente, mentre quantitativamente, in autunno, il deflusso è visibilmente inferiore all'afflusso a causa della mancanza di apporto dovuto allo scioglimento nivale nella parte alta del bacino che in primavera si fa sentire (anche se non dà luogo a ritardi). Il ritardo dovuto a fenomeni di scioglimento c'é invece, ed è evidente, nel

caso della Dora Riparia a S.Antonino. Il Lys a Gressoney è invece caratterizzato da un grande deflusso estivo dovuto allo scioglimento di nevi e ghiacciai. Lo Scrivia a Serravalle, infine, si differenzia dagli altri perché il contributo nivale è ininfluente e perché il picco maggiore è in autunno invece che in primavera (tipicità del clima Appenninico). Le Figure F.6 in Appendice F riportano i regimi idrometrico e pluviometrico sovrapposti di tutti e 47 i bacini considerati. Oltre ai legami con il regime pluviometrico si prenderanno in considerazione anche i parametri morfoclimatici elencati nel Paragrafo 6.1 già utilizzati per l'analisi regionale del deflusso annuo.

7.2 Serie di Fourier

Come abbiamo visto il regime idrometrico è completamente definito dai 12 valori di deflusso medio mensile, per cui la sua regionalizzazione potrebbe essere condotta attraverso la stima regionale di questi valori. A nostro avviso, però, l'utilizzo di 12 relazioni è eccessivo. Il modo più semplice per ridurre il numero dei parametri da regionalizzare, considerate le forme assunte dai regimi idrometrici, consiste nell'utilizzare la rappresentazione in Serie di Fourier.

L'onda armonica ha la capacità di descrivere con buona approssimazione fenomeni sinusoidali. Per il Teorema di Fourier, un'onda armonica di periodo τ, e dunque di pulsazione $\omega = 2\pi/\tau$, e di forma qualunque, sotto opportune ipotesi può essere espressa nella seguente forma:

$$f(t) = A_0 + \sum_{i=1}^{N} A_i \cos(i\omega t + \phi_i) \ , \tag{7.1}$$

dove t indica il tempo, A_0 è la media di $f(t)$ sul periodo t, N è il numero di armoniche, A_i la loro ampiezza e ϕ_i la fase. Lo sviluppo in serie di Fourier viene definito "Analisi Armonica" della funzione $f(t)$.

Serie di Fourier a 1 armonica

Nel caso di una sola armonica, la serie può essere scritta come:

$$f(t) = A_0 + A_1 \cos\left(\frac{2\pi}{\tau}t + \phi_1\right) \ , \tag{7.2}$$

da cui si ottiene:

$$f(t) = A_0 + A_1 \cos\left(\frac{2\pi}{\tau}t\right) \cdot \cos(\phi_1) - A_1 \sin\left(\frac{2\pi}{\tau}t\right) \cdot \sin(\phi_1) \ .$$

Se si separano le grandezze dipendenti da t chiamandole:

$$B_1 = A_1 \cos(\phi_1) \ ,$$
$$C_1 = -A_1 \sin(\phi_1) \ ,$$

da quelle che ne dipendono:

$$X_1(t) = \cos\left(\frac{2\pi}{\tau}t\right) \ ,$$
$$Y_1(t) = \sin\left(\frac{2\pi}{\tau}t\right) \ ,$$

si può riscrivere la Serie di Fourier come:

$$f(t) = A_0 + B_1 \cdot X_1(t) + C_1 \cdot Y_1(t) \ . \tag{7.3}$$

Questa notazione è utile perché se si vuole adattare l'armonica ad una $f(t)$ conosciuta, è sufficiente stimare i coefficienti A_0, B_1 e C_1 con il metodo dei minimi quadrati (Paragrafo 2.2). L'ampiezza e la fase dell'armonica possono essere ottenute dai coefficienti secondo le relazioni:

$$A_1 = \sqrt{B_1^2 + C_1^2} \ , \quad \phi_1 = \text{sign}\left(-\frac{C_1}{A_1}\right) \cdot \arccos\left(\frac{B_1}{A_1}\right) \ . \tag{7.4}$$

Serie di Fourier a 2 armoniche

Nel caso in cui si considerano due sole armoniche, la serie di Fourier diventa:

$$f(t) = A_0 + A_1 \cos\left(\frac{2\pi}{\tau}t + \phi_1\right) + A_2 \cos\left(\frac{4\pi}{\tau}t + \phi_2\right) \ , \tag{7.5}$$

da cui si ottiene, con semplici passaggi trigonometrici:

$$\begin{aligned} f(t) =& A_0 + A_1 \cos\left(\frac{2\pi}{\tau}t\right) \cdot \cos(\phi_1) - A_1 \sin\left(\frac{2\pi}{\tau}t\right) \cdot \sin(\phi_1) + \\ &+ A_2 \cos\left(\frac{4\pi}{\tau}t\right) \cdot \cos(\phi_2) - A_2 \sin\left(\frac{4\pi}{\tau}t\right) \cdot \sin(\phi_2) \ . \end{aligned}$$

Se si separano le grandezze dipendenti da t chiamandole:

$$B_1 = A_1 \cos(\phi_1) \ , \ B_2 = A_2 \cos(\phi_2) \ ,$$
$$C_1 = -A_1 \sin(\phi_1) \ , \ C_2 = -A_2 \sin(\phi_2) \ ,$$

da quelle che ne dipendono:

$$X_1(t) = \cos\left(\frac{2\pi}{\tau}t\right) \ , \ X_2(t) = \cos\left(\frac{4\pi}{\tau}t\right) \ ,$$
$$Y_1(t) = \sin\left(\frac{2\pi}{\tau}t\right) \ , \ Y_2(t) = \sin\left(\frac{4\pi}{\tau}t\right) \ ,$$

si può riscrivere la Serie di Fourier come:

$$f(t) = A_0 + B_1 \cdot X_1(t) + C_1 \cdot Y_1(t) + B_2 \cdot X_2(t) + C_2 \cdot Y_2(t) \ . \tag{7.6}$$

Ampiezza e fase delle due armoniche possono essere ottenute a partire dai coefficienti dell'Equazione (7.6) con le relazioni già citate (Equazione (7.4)). Si può dimostrare che i coefficienti A_0, B_1 e C_1 stimati con il metodo dei minimi quadrati per l'Equazione (7.3) coincidono con quelli stimati per l'Equazione (7.6): B_1 e C_1 definiscono completamente la prima armonica, B_2 e C_2 la seconda (avente lunghezza d'onda metà di quella della prima armonica).

7.2.1 Stima dei coefficienti della serie per gli afflussi e i deflussi mensili

Nel nostro caso la funzione $f(t)$ dell'Equazione (7.1) è l'andamento dei deflussi (o afflussi) mensili adimensionalizzati in modo da avere media nulla, t indica il generico mese $(1 \div 12)$ e il periodo τ vale 12, numero di mesi in un anno. L'adimensionalizzazione dei valori di deflusso $(d_i - \bar{d})$ e di afflusso $(a_i - \bar{a})$ fa sì che A_0 dell'Equazione (7.1) sia nullo. Le Serie di Fourier rappresentanti i regimi idrologici saranno quindi:

$$(d_i - \bar{d}) = B_{D,1} \cdot X_1(t) + C_{D,1} \cdot Y_1(t) + B_{D,2} \cdot X_2(t) + C_{D,2} \cdot Y_2(t) \ , \tag{7.7}$$

e

$$(a_i - \bar{a}) = B_{A,1} \cdot X_1(t) + C_{A,1} \cdot Y_1(t) + B_{A,2} \cdot X_2(t) + C_{A,2} \cdot Y_2(t) \ . \tag{7.8}$$

In primo luogo occorre adattare le funzioni espresse dalle Equazioni (7.7) e (7.8) ai dati misurati per i 47 bacini della Pubblicazione 17.

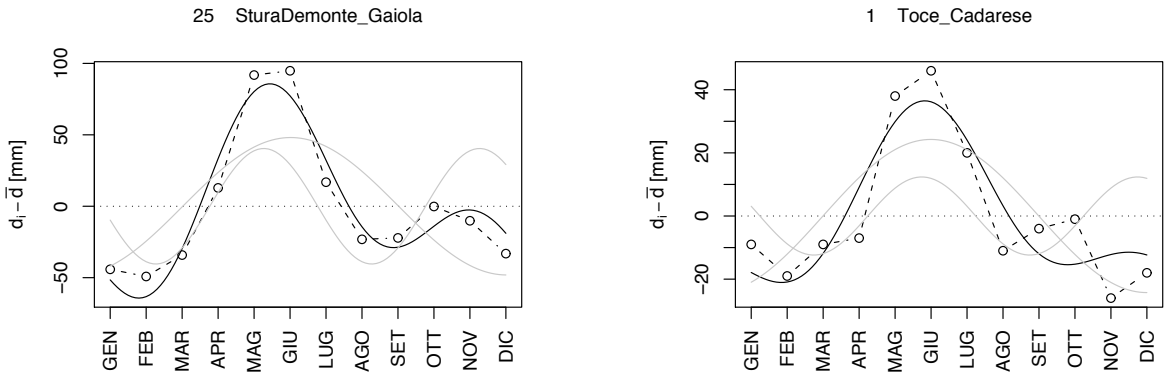


Figura 7.4: Regime idrometrico adimensionalizzato $(d_i - \bar{d})$ e Serie di Fourier a 2 armoniche per le sezioni di Gaiola e Cadarese; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio.

Si sono considerati i dati di deflusso e afflusso medi mensili sui bacini riportati nella Pubblicazione n. 17 (Tabelle E.2 e E.3) e si sono stimati i coefficienti delle Equazioni (7.7) e (7.8) con

il metodo dei minimi quadrati ordinari. In Figura 7.4 sono state rappresentate separatamente le 2 armoniche delle Serie di Fourier adattate ai dati delle stazioni idrometriche di Gaiola e Cadarese. Nel primo caso la Serie di Fourier è caratterizzata da $R^2 = 0.886$ e si adatta molto bene a quello che è l'andamento del regime idrometrico, se si esclude un lieve ritardo nel verificarsi del picco minore; nel secondo caso ($R^2 = 0.677$) la Serie di Fourier non riesce a riprodurre il regime osservato nei mesi autunnali. Questi esempi giustificano la necessità di utilizzare Serie di Fourier a 2 armoniche, infatti, se si ricorresse ad una sola armonica, si otterrebbe una delle due curve in grigio. Mentre per quanto riguarda i deflussi le Serie di Fourier si adattano sempre

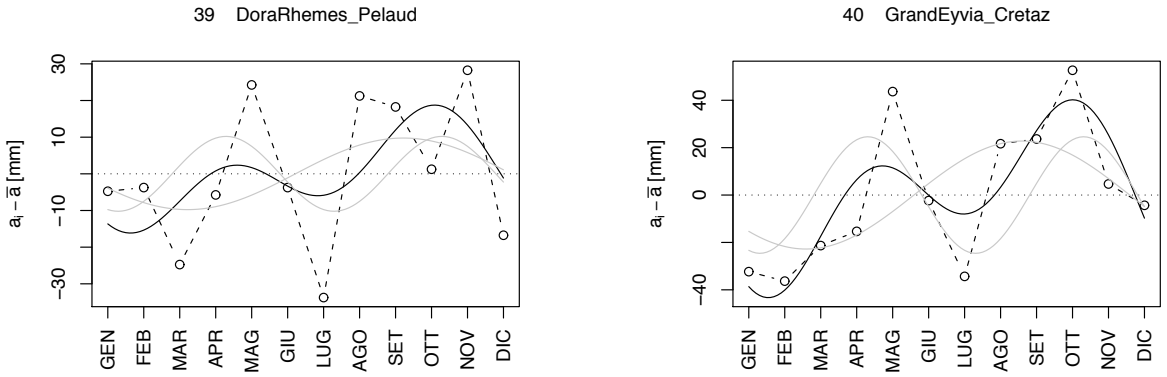


Figura 7.5: Regime pluviometrico adimensionalizzato ($a_i - \bar{a}$) e Serie di Fourier a 2 armoniche per le sezioni di Pelaud e Cretaz.

bene ai dati misurati (il caso di Cadarese è il peggiore), per gli afflussi si hanno situazioni molto più complesse. In Figura 7.5 sono riportati due casi particolarmente emblematici di afflussi ragguagliati a due dei bacini Valdostani che, come si è mostrato in Figura F.4, presentano dei problemi di misurazione della precipitazione, probabilmente dovuti al mal funzionamento delle stazioni in quota.

Nelle Figure F.7 e F.8 in Appendice F sono riportati questi grafici per tutte le 47 stazioni considerate nello studio. Ampiezza e la fase delle armoniche individuate sono state riportate nelle Tabelle E.4 e E.5, mentre i coefficienti B_1, C_1, B_2 e C_2 nelle tabelle E.6 e E.7 in Appendice E.

7.2.2 Regionalizzazione dei coefficienti della serie per i deflussi mensili

L'analisi eseguita (Paragrafo 7.2.1) ci ha permesso di descrivere i regimi idrometrici e pluviometrici per i 47 bacini del SIMN con Serie di Fourier a due armoniche riducendo a 4 i parametri caratteristici di ognuna di esse. In questo paragrafo ci occupiamo invece della regionalizzazione dei quattro parametri del regime idrometrico, ovvero nella ricerca di quattro relazioni che li leghino a grandezze facilmente misurabili per i bacini idrografici.

Per quanto riguarda i quattro parametri dei regimi idrometrici e pluviometrici, invece dell'ampiezza e la fase delle armoniche di Fourier (A_1, ϕ_1, A_2 e ϕ_2) si è preferito lavorare con i coefficienti B_1, C_1, B_2 e C_2. Il motivo è molto semplice: benché tali coefficienti abbiano un'interpretazione poco immediata, risultano più adatti all'analisi lineare in quanto una grandezza angolare come la fase ϕ è difficilmente trattabile (basti pensare che i valori 0 e $2\pi = 6.283$ indicano la stessa cosa, mentre π l'opposto).

Siccome per alcuni bacini la serie di Fourier non spiega sufficientemente bene l'andamento degli afflussi, si sono prima ricavate le regressioni con i soli parametri morfoclimatici utilizzando tutti i 47 bacini. Si è deciso di confrontare le regressioni che hanno l'R^2_{adj} più alto con un' alternativa che richiede un minor numero di informazioni. Il modello che, presi singolarmente i coefficienti della serie di Fourier, ha i coerfficienti di determinazione più alti è:

$$\text{(7.9)} \qquad \begin{cases} B_{D,1} &= 128 - 0.0461 \cdot A_m - 0.00369 \cdot S - 0.0668 \cdot H_m & (R^2_{adj} = 0.829) \\ B_{D,2} &= 361 + 0.483 \cdot S_{2000} - 7.28 \cdot Y_{bar} - 33.0 \cdot I_B & (R^2_{adj} = 0.735) \\ C_{D,1} &= 842 - 0.0180 \cdot A_m - 0.655 \cdot S_{2000} - 17.8 \cdot Y_{bar} & (R^2_{adj} = 0.778) \\ C_{D,2} &= -754 - 0.0541 \cdot A_m + 0.345 \cdot S_{2000} + 17.5 \cdot Y_{bar} & (R^2_{adj} = 0.655) \end{cases}$$

Per cui occorre avere la stima di 6 parametri (A_m, H_m, S, S_{2000}, Y_{bar} e I_B). In realtà il numero di parametri necessari può essere ridotto a 3 (A_m, S_{2000} e Y_{bar}) utilizzando:

$$\text{(7.10)} \qquad \begin{cases} B_{D,1} &= 79.8 - 0.0580 \cdot A_m - 1.31 \cdot S_{2000} & (R^2_{adj} = 0.768) \\ B_{D,2} &= 311 + 0.0215 \cdot A_m + 0.509 \cdot S_{2000} - 7.44 \cdot Y_{bar} & (R^2_{adj} = 0.734) \\ C_{D,1} &= 842 - 0.0180 \cdot A_m - 0.655 \cdot S_{2000} - 17.8 \cdot Y_{bar} & (R^2_{adj} = 0.778) \\ C_{D,2} &= -754 - 0.0541 \cdot A_m + 0.345 \cdot S_{2000} + 17.5 \cdot Y_{bar} & (R^2_{adj} = 0.655) \end{cases}$$

Per i modelli delle Equazioni (7.9) e (7.10) non si sono utilizzate informazioni sull'andamento mensile delle precipitazioni. Per far ciò si sono esclusi dall'analisi quei bacini per cui la significatività della serie di Fourier degli afflussi è molto bassa (il Chisone a Fenestrelle, la Dora di Rhemes a Pelaud, il Grand Eyvia a Cretaz, la Dora Baltea ad Aosta, l'Artanavaz a St. Oyen e l'Evancon a Champoluc, vedi Figura F.8), e si sono ricavati modelli lineari di qualità inferiore (in termini di R^2_{adj}) ai Modelli (7.9) e (7.10).

In Figura 7.6 sono riportati i regimi idrometrici misurati $d_i - \bar{d}$ e quelli stimati con le quattro formulazioni proposte per quattro bacini. Nel caso della Stura di Demonte a Gaiola la stima è buona da parte di tutti i modelli mentre per la Stura di Lanzo a Lanzo i picchi primaverile e autunnale sono sottostimati. Per il Niguglia a Omegna i modelli sono discordi nella valutazione dell'ampiezza del picco primaverile mentre per il Toce a Cadarese le stime sono concordi tra di loro, ma estremamente scorrette soprattutto per quanto riguarda la loro ampiezza. Per tutti i

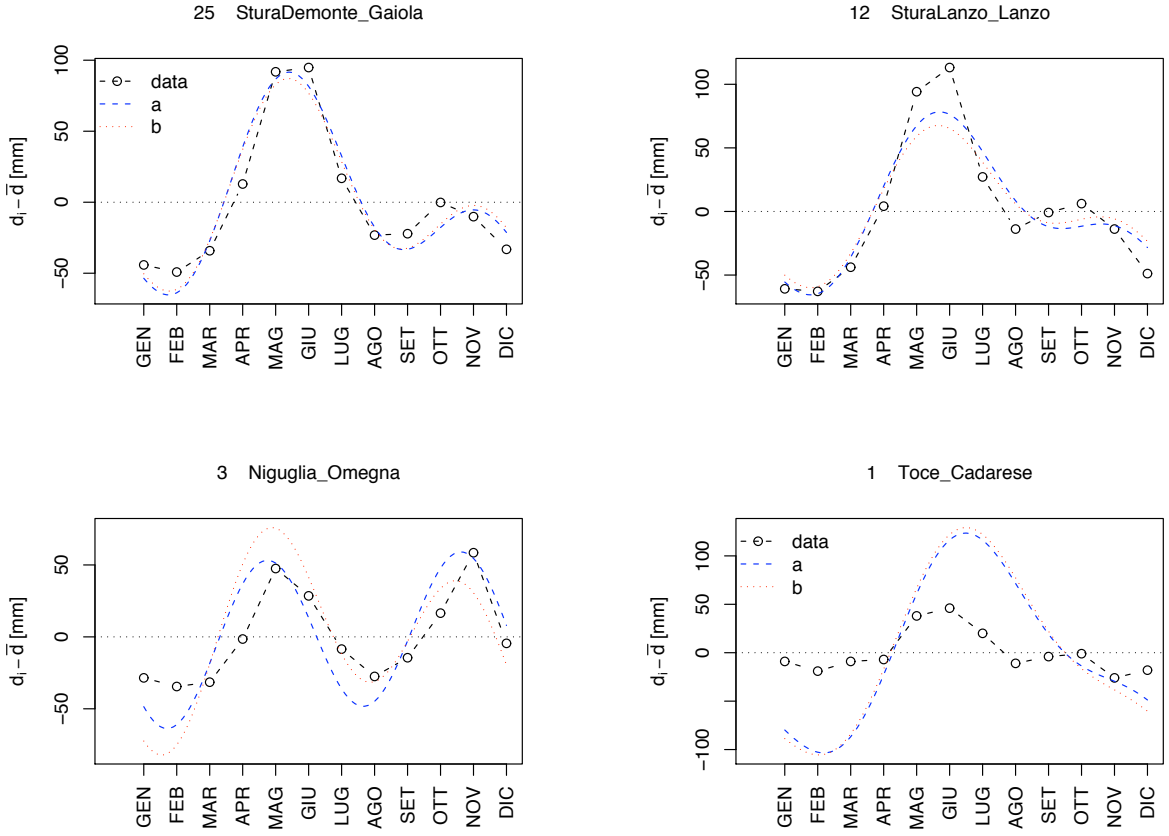


Figura 7.6: Esempio di regimi idrometrici ottenuti per quattro siti tramite il Modello (7.9) (a) che richiede la stima di 5 parametri, e il Modello (7.10) (b) che ne richiede soltanto 3.

47 bacini si sono generati grafici come quelli di Figura 7.6 (Appendice F, Figura F.10).

Per poter confrontare le due formulazioni, non è sufficiente l'analisi dell'R^2_{adj} delle regressioni dei parametri della serie di Fourier, anzi, in alcuni casi, ciò può essere addirittura fuorviante. Per ogni bacino, e per ogni formulazione, è stato calcolato l'errore quadratico medio del regime

($RMSE_{reg}$) definito come:

$$RMSE_{reg} = \sqrt{\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12}(\hat{r}_i - r_i)^2} \ , \tag{7.11}$$

dove $\hat{r}_i$ e r_i sono rispettivamente il valore stimato e quello reale del regime dei deflussi ($r_i = d_i - \bar{d}$ media dei deflussi medi mensili sottratta al deflusso medio mensile). In Tabella E.8 sono elencati i valori di $RMSE_{reg}$ per le Serie di Fourier adattate ai dati di deflusso e per i regimi stimati con le 4 formulazioni proposte. In Tabella 7.1 è stata riportata la media degli $RMSE_{reg}$ sui 47

Tabella 7.1: $RMSE_{reg}$ medio dei regimi idrologici stimati con Fourier sui dati misurati e con le quattro formulazioni del Paragrafo 7.2.2 per i bacini della Pubblicazione 17.

	$RMSE_{reg}$ [mm]
Fourier	14.77
Eq. (7.9)	23.65
Eq. (7.10)	24.70

bacini. Come si può vedere l'$RMSE_{reg}$ medio delle Serie di Fourier ottenute dai dati di deflusso con l'Equazione (7.7) vale 14.77 mm, per cui una parte dell'errore di stima è dovuto al fatto che la rappresentazione del regime idrometrico con Fourier è un'approssimazione.

7.3 Stima dei deflussi mensili in sezioni sprovviste di dati

Immaginiamo di avere una sezione idrometrica completamente sprovvista di misure. La stima dei deflussi mensili in tale sezione può essere fatta attraverso la stima del deflusso medio annuo con una delle relazioni ricavate nel Paragrafo 6.2 accoppiata alla stima del regime idrometrico con una delle relazioni ricavate nel Paragrafo 7.2.2:

$$d_i = \frac{D_m}{12}(d_i - \bar{d}) \ . \tag{7.12}$$

Per testare il funzionamento della tipologia di modelli che sono stati messi a punto, si sono confrontati i dati misurati (le medie mensili nelle 47 stazioni) con i valori ottenuti dal modello più complesso e completo (Equazioni (6.7) e (7.7) con i coefficienti dati dall'Equazione (7.9)) e dal modello più semplice possibile (Equazioni (6.8) e (7.7) con i coefficienti dati dall'Equazione (7.10)).

Come si può evincere dai grafici di Figura 7.7, sebbene in molti casi i modelli approssimino abbastanza bene le osservazioni (come nel caso dello Stura di Demonte a Gaiola), in altri casi

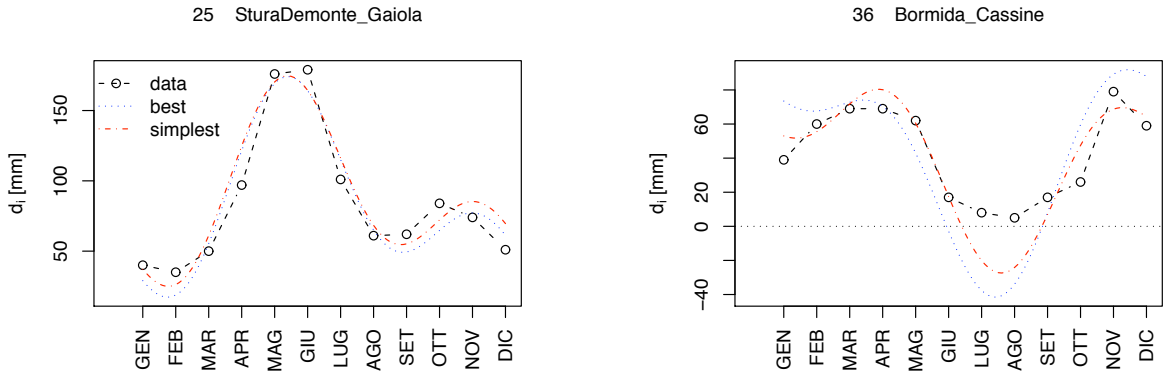


Figura 7.7: Applicazione del modello più completo (Equazioni (6.7) e (7.9)) e di quello più semplice (Equazioni (6.8) e (7.10)) su due sezioni monitorate.

l'errore è notevole e può portare alla stima di deflussi negativi (come per il Bormida a Cassine). I risultati ottenuti con i due modelli per tutte le sezioni considerate sono riportati in Figura F.12, mentre in Figura F.13 sono riportati i grafici diagnostici analoghi a quelli descritti nel Paragrafo 7.2.2 (l'$RMSE_{reg}$ dei due modelli vale, rispettivamente, 25.01 e 26.11). I risultati ottenuti assumendo nulli i deflussi la cui stima è minore di 0 sono riportati in Figura F.14, mentre in Figura F.15 sono riportati i grafici diagnostici (l'$RMSE_{reg}$ dei due modelli vale, rispettivamente, 24.69 e 25.89).

Dall'analisi dei grafici di Figura F.12 appare che, anche se in alcuni casi la stima dei deflussi mensili è molto distorta in ampiezza (si vedano ad esempio il Toce a Cadarese o il Niguglia a Omegna), la fase dei picchi, sia massimi che minimi, è sostanzialmente rispettata. Questo risultato è di fondamentale importanza per il fine dell'analisi dei regimi annui dei deflussi nell'ambito di questo lavoro, ovvero l'individuazione del periodo dell'anno in cui avvengono i minimi.

7.3.1 Confronto con le formule SIMPO

Le formule SIMPO, già introdotte nel Paragrafo 6.3.1, sono state ricavate anche per il "regime idrologico ordinario". Se per la portata annua vale l'Equazione (6.12), per quelle mensili occorre fare la distinzione tra tre zone:

- zona A: dal Ticino al Tanaro compresa l'asta di monte del Po;
- zona B: asta di valle del Po;
- zona C: Belbo, Bormida, Orba, Scrivia e Curone.

Ne consegue che i bacini presi in considerazione in questo lavoro sono quasi tutti di classe A (ad eccezione di quelli appenninici). Le formule SIMPO per la zona alpina A sono:

$$\begin{cases} q_{GEN}=14.16232-0.00683\cdot H+0.36918\cdot DS \\ q_{FEB}=16.49263-0.00824\cdot H+0.37478\cdot DS \\ q_{MAR}=22.74646-0.01111\cdot H+0.46902\cdot DS \\ q_{APR}=13.85406-0.01101\cdot H+1.15662\cdot DS \\ q_{MAG}=-9.83665+0.00797\cdot H+1.63288\cdot DS \\ q_{GIU}=-34.9228+0.02826\cdot H+1.62190\cdot DS \\ q_{LUG}=-24.4942+0.02066\cdot H+1.04446\cdot DS \\ q_{AGO}=-16.0687+0.00955\cdot H+0.95881\cdot DS \\ q_{SET}=-13.0179+0.00232\cdot H+1.21272\cdot DS \\ q_{OTT}=-4.54832-0.00479\cdot H+1.33784\cdot DS \\ q_{NOV}=16.50714-0.01604\cdot H+1.25843\cdot DS \\ q_{DIC}=18.06197-0.01030\cdot H+0.56036\cdot DS \end{cases} , \tag{7.13}$$

mentre per la zona C:

$$\begin{cases} q_{GEN}=-9.22903+0.01393\cdot H+1.07292\cdot DS \\ q_{FEB}=1.31092-0.01554\cdot H+1.61386\cdot DS \\ q_{MAR}=25.89552-0.01898\cdot H+1.20959\cdot DS \\ q_{APR}=4.76336-0.00860\cdot H+1.32368\cdot DS \\ q_{MAG}=-0.27352+0.03265\cdot H+0.33043\cdot DS \\ q_{GIU}=-11.5468+0.02965\cdot H+0.21325\cdot DS \\ q_{LUG}=-4.60293+0.00332\cdot H+0.30438\cdot DS \\ q_{AGO}=-5.71950+0.00479\cdot H+0.26477\cdot DS \\ q_{SET}=-9.25502+0.01354\cdot H+0.41700\cdot DS \\ q_{OTT}=-9.07111+0.01729\cdot H+0.78930\cdot DS \\ q_{NOV}=17.99109-0.02025\cdot H+1.74324\cdot DS \\ q_{DIC}=0.52727-0.05347\cdot H+2.75737\cdot DS \end{cases} \tag{7.14}$$

dove H è l'altitudine media del bacino [m s.m.m.] e DS è il deflusso medio unitario [ls^{-1}km^{-2}] dato dalla q_{MEDA} dell'Equazione (6.12). Naturalmente le portate mensili ricavate in questo modo sono espresse in [ls^{-1}km^{-2}].

Nella Figura F.17 le stime da noi ottenute sono state sovrapposte a quelle SIMPO. I diagrammi diagnostici e gli $RMSE_{reg}$ (calcolati, in questo caso, come $\sqrt{(1/12)\sum(\hat{d}_i-d_i)^2}$) sono riportati in Figura F.18. L'$RMSE_{reg}$ del modello SIMPO è il maggiore di tutti ma se si considera l'$MAE_{\%}$ di Figura F.19 calcolato come:

$$MAE_{\%}=\sqrt{\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12}\left|\frac{\hat{d}_i-d_i}{d_i}\right|}\,, \tag{7.15}$$

il modello SIMPO risulta essere il migliore. L'$MAE_{\%}$ valuta gli scostamenti percentuali tra stime e osservazioni in modo che gli scarti sui minimi abbiano peso confrontabile con lo scarto

sui massimi. Questa statistica può però essere fuorviante perché, per valori di d_i vicini a 0, piccoli errori possono comportare $MAE_{\%}$ molto alti. Per questo motivo si preferisce considerare $RMSE_{reg}$ come più attendibile.

Una sintesi dei risultati è riportata in Tabella 7.2.

Tabella 7.2: $RMSE_{reg}$ e $MAE_{\%}$ per le formulazioni proposte e le formule SIMPO.

	$RMSE_{reg}$ [mm]	$MAE_{\%}$ [%]
Best (Eq. (6.7) e (7.9))	24.69	55
Simplest (Eq. (6.8) e (7.10))	25.89	55
SIMPO (Eq. (6.12), (7.13) e (7.14))	26.45	51

7.4 Rappresentatività del regime idrometrico medio

In questo capitolo ci siamo occupati della regionalizzazione del regime idrometrico e dei deflussi medi mensili. Quello che più ci interessa, ai fini della valutazione dei deflussi nei periodi critici dell'anno (Capitolo 8), è riprodurre con la massima accuratezza l'occorrenza dei minimi. Diventa dunque importante valutare la rappresentatività del regime idrometrico medio nei confronti della serie storica dei regimi misurati. Nei diagrammi di Figura F.21 è riportato, nel grafico polare in alto, il posizionamento e l'entità dei deflussi minimi [mm/mese] di durata 1, 2, 3, 4, 5, 6 mesi valutati dall'andamento medio mensile del regime idrometrico per le 37 stazioni storiche di cui si dispone delle serie storiche dei deflussi mensili. Sono stati rappresentati anche altri 12 grafici che rappresentano, in forma di istogramma di frequenza, l'entità (i 6 grafici a sinistra) ed il posizionamento (i 6 grafici adestra) tratti dalla serie storica dei deflussi minimi di durata 1, 2, 3, 4, 5, 6 mesi. Tali serie storiche sono state rappresentate in carta probabilistica normale in Figura F.22.

Dall'analisi effettuata si può concludere che il regime idrometrico medio dà una buona rappresentazione della ripartizione dei deflussi nell'anno, soprattutto per quanto riguarda il posizionamento dei minimi, requisito fondamentale in questo lavoro.

Capitolo 8

Regionalizzazione dei deflussi nei perodi critici dell'anno

La conoscenza del deflusso annuo è utile per stabilire l'ammontare della disponibilità idrica in una sezione di un corso d'acqua. Il volume d'acqua necessario alle utenze, però, è ripartito nei mesi dell'anno in maniera non uniforme, secondo le necessità di ognuna. L'utenza industriale e quella potabile possono essere considerate costanti, mentre quella irrigua dipende dalle tipologie colturali presenti nel territorio. La risorsa idrica è sufficiente a soddisfare le utenze se la portata disponibile supera in ogni periodo dell'anno la portata richiesta, anche negli anni e nei periodi di minimo deflusso. Spesso, però, questo non è il caso. I periodi critici sono quei periodi in cui la portata disponibile non è sufficiente a soddisfare le richieste (Figura 8.1). Per definizione i

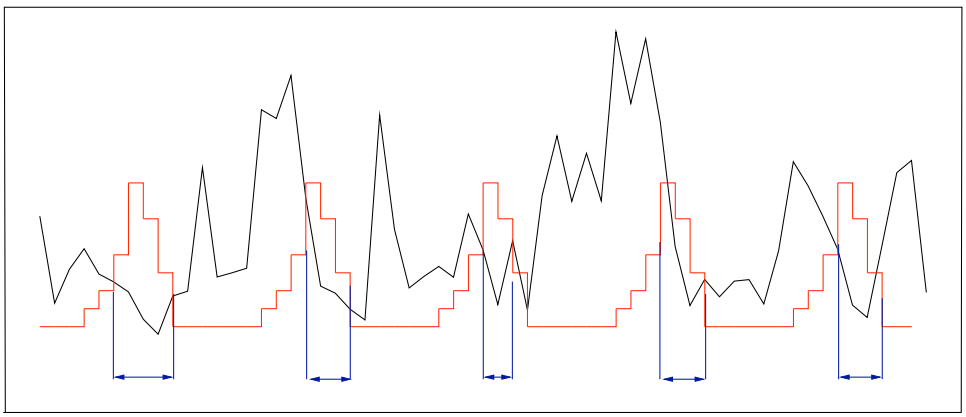


Figura 8.1: Confronto tra la serie storica della disponibilità idrica e la serie storica delle richieste da parte delle utenze: individuazione dei periodi critici.

periodi critici sono determinati non solo dalla forzante idrologica, la successione temporale dei deflussi, ma anche dalla successione temporale delle richieste.

I deflussi (che considereremo a scala temporale mensile) nei periodi critici non sono pertanto i deflussi minimi assoluti, bensì i deflussi nei periodi in cui è massimo il deficit nei confronti dell'utenza. Per caratterizzare tale variabile idrologica si sono fatte le seguenti semplificazioni:

- si è considerato un numero finito di tipi di utilizzazione (vedi Paragrafo 8.1);
- si sono considerate, per ogni tipo di utilizzazione, 6 variabili: il deflusso nel mese, bimestre, ..., semestre mediamente più critici nei confronti di tale utilizzazione.

Si consideri, ad esempio, il caso rappresentato in Figura 8.2. Nel grafico sono rappresentati il

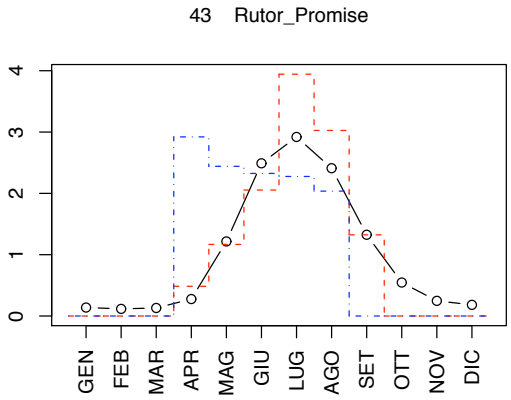


Figura 8.2: Due alternative curve di richiesta (rosso e blu) sovrapposte al regime idrometrico (nero) di una stazione del SIMN. La rappresentazione è a scala adimensionale: l'integrale delle tre curve vale 12.

regime idrometrico, ovvero la successione dei dodici deflussi medi mensili, e le curve di richiesta di due tipi di utenza. La rappresentazione è stata fatta in termini adimensionali (l'integrale delle 3 curve vale 12), per cui è come se, su base annua, la richiesta fosse pari al deflusso medio annuo. Come si può vedere i periodi critici sono diversi per i due tipi di utenza. Nel caso dell'utenza rappresentata con la linea rossa il mese più critico è luglio, il bimestre è luglio-agosto, il trimestre è luglio-settembre, ..., il semestre è aprile-settembre. La variabile deflusso nel mese critico nei confronti di quell'utenza sarà, per il Rutor a Promise, il deflusso nel mese di luglio, la variabile deflusso nel bimestre critico sarà il deflusso nel bimestre luglio-agosto e così via. Naturalmente le variabili così definite possono essere riferite ad altri mesi se si considera un'altra stazione oppure un altro tipo di utenza. Nel caso dell'utenza rappresentata con la linea blu, infatti, il

mese più critico è aprile, il bimestre è aprile-maggio, il trimestre è marzo-maggio, ..., il semestre è gennaio-maggio.

Naturalmente l'avere considerato l'ammontare della richiesta annua pari al deflusso medio annuo introduce una approssimazione alla procedura. Per richieste volumetriche molto inferiori i periodi critici andrebbero a coincidere con i periodi di minimo deflusso (e non sarebbero così critici). Se, però, si considerano richieste significative, si può ragionevolmente supporre che la situazione rispecchi quella ipotizzata, che è la peggiore possibile (si noti che non è possibile erogare volumi superiori al deflusso medio annuo).

Come si è fatto notare, nella definizione dei deflussi nei periodi critici entra in gioco un elemento "artificiale", ovvero la domanda dell'utenza della risorsa idrica. Prima di passare alla regionalizzazione delle variabili (deflussi nel mese, bimestre, ..., semestre critici) occorre decidere quali tipologie di utenza considerare. La scelta è stata condotta tra utenze di tipo irriguo, in quanto il principale scopo della maggior parte delle dighe in progetto è quello di rifornimento idrico all'agricoltura. In realtà, come vedremo, sotto opportune ipotesi i periodi critici per l'utenza irrigua corrispondono ai periodi critici per l'utenza promiscua (irrigua + costante) anche per quote elevate dedicate all'uso costante (industriale, potabile, deflusso minimo vitale).

8.1 Identificazione dei periodi critici

Come si è detto, in questa fase si è deciso di prendere in considerazione l'utenza irrigua. Tale utenza è caratterizzata dall'essere ripartita in maniera non omogenea nell'anno. La richiesta d'acqua è alta nei mesi estivi mentre è nulla in quelli invernali. Naturalmente l'andamento stagionale delle richieste si differenzia secondo i tipi di colture inpiantate sul territorio.

Per valutare l'andamento stagionale del fabbisogno irriguo netto delle colture si è considerato il lavoro di Merlo et al. (Regione Piemonte, 2001) in cui si dà una stima di tale fabbisogno per alcune colture (prato, mais, frutteto e riso) sul territorio piemontese.

8.1.1 Bilanci idrici

Nella pubblicazione di Merlo (Regione Piemonte, 2001) viene eseguita un'analisi dei fabbisogni netti parcellari d'acqua irrigua su scala regionale mediante il metodo dei bilanci idrici. Per far ciò si sono utilizzati i valori mensili di temperatura media dell'aria e di precipitazione atmosferica, estesi per una lunga serie di anni, di 20 stazioni termo-pluviometriche situate nella parte di pianura e di collina del territorio piemontese, oppure nelle immediate vicinanze. Dette stazioni (Figura 8.3) presentano un numero di anni di osservazione variabile da un minimo di 24 ad un massimo di 35 (media pari a 33) nel periodo 1931-1986.

Figura 8.3: Stazioni termo-pluviometriche con serie storiche di conveniente durata utilizzate da Merlo (Regione Piemonte, 2001) per il calcolo dell'evapotraspirazione potenziale e dei bilanci idrici.

I risultati delle elaborazioni, effettuate sulle 20 stazioni termo-pluviometriche di Figura 8.3, da Merlo et al. (Regione Piemonte, 2001) relative ai fabbisogni idrici netti (FN) delle diverse colture sono riportati in Figura F.23. Con riferimento a singoli mesi dell'anno sono riportati sia i valori medi sia quelli aventi frequenza di superamento pari al 20%. Il periodo aprile-settembre corrisponde al cosiddetto "semestre estivo", entro il quale si situa la quasi totalità degli interventi irrigui per le colture agrarie in Piemonte. Nei mesi da maggio ad agosto ricade la stragrande maggioranza degli interventi irrigui per le colture annuali a ciclo estivo o primaverile-estivo, salvo il caso del riso irrigato con il metodo della sommersione permanente per il quale la stagione irrigua corrisponde approssimativamente al periodo aprile-agosto.

Si vede chiaramente che, sia in termini quantitativi che qualitativi, le curve di richiesta per l'irrigazione del riso sono molto differenti dalle altre per cui si è deciso di basare le analisi successive su due "casi tipo": curva di richiesta per irrigazioni umettanti e curva di richiesta per irrigazioni a sommersione. Le due curve corrispondenti alla frequenza del 20% sono riportate in Figura 8.4 (la curva di richiesta per irrigazioni umettanti è ottenuta mediando quelle delle colture prato, mais e frutteto; quella per irrigazioni a sommersione mediando quelle del riso nelle condizioni estreme di permeabilità del suolo ipotizzate da Merlo).

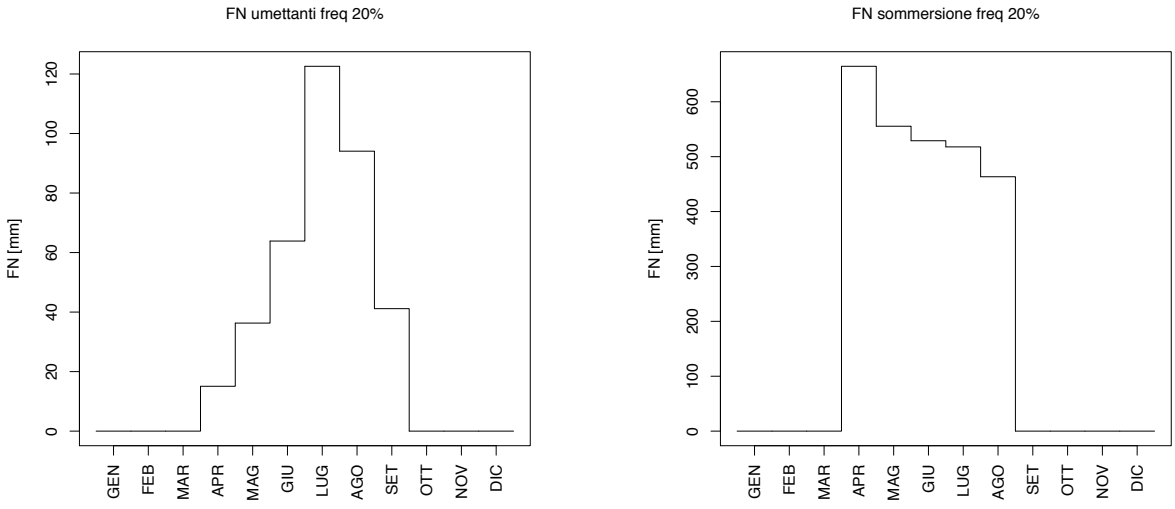


Figura 8.4: Curve di richiesta "tipo" per due diverse tipologie di irrigazione: umettante e a sommersione.

8.1.2 Confronto tra curve di richiesta e di disponibilità

Per individuare quali sono i mesi critici nei confronti dell'utenza irrigua si sono confrontate le curve di richiesta tipo di Figura 8.4 con i regimi idrometrici delle stazioni del SIMN opportunamente adimensionalizzati ($FN_i/\overline{FN}_i$, $d_i/\bar{d}_i$). In Figura 8.5 è riportato un esempio della sovrapposizione tra le curve di richiesta e quelle di disponibilità adimensionali per due bacini caratterizzati da regimi molto differenti. Considerando l'irrigazione a sommersione, per il Chisone a Soucheres Basses si avrebbero due periodi critici distinti, uno nel mese di adacquamento delle risaie (aprile) e uno a fine stagione (luglio-agosto) (naturalmente si tratta di un discorso ipotetico dato che non vi sono risaie in quella zona), mentre per lo Scrivia a Serravalle si protrarrebbe per tutta l'estate. La differenza tra le curve è riportata in Figura 8.6. Ai valori positivi corrispondono

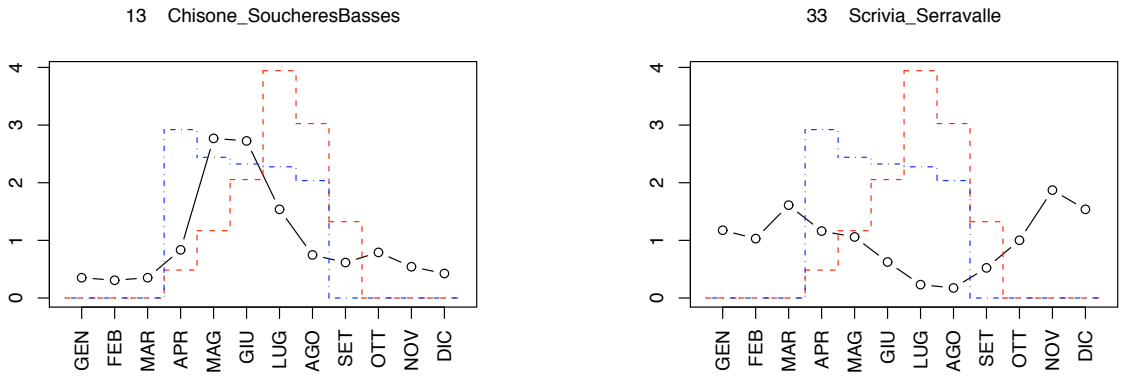


Figura 8.5: Curve "tipo" di richiesta e regime idrometrico per due stazioni del SIMN.

periodi in cui, mediamente, la richiesta supera la disponibilità. Come si può vedere, in media il mese più critico nei confronti dell'irrigazione umettante per il Chisone a Soucheres Basses è luglio, il bimestre è luglio-agosto, il trimestre è luglio-settembre e così via. I massimi deficit per aggregazioni temporali mensili, bimestrali, ..., semestrali sono riportati come diagrammi polari in Figura 8.7.

Tali diagrammi sono stati ottenuti per tutti i 47 bacini del SIMN considerati nello studio e sono riportati in Appendice F con le Figure F.24, F.25, F.26, F.27 e F.28.

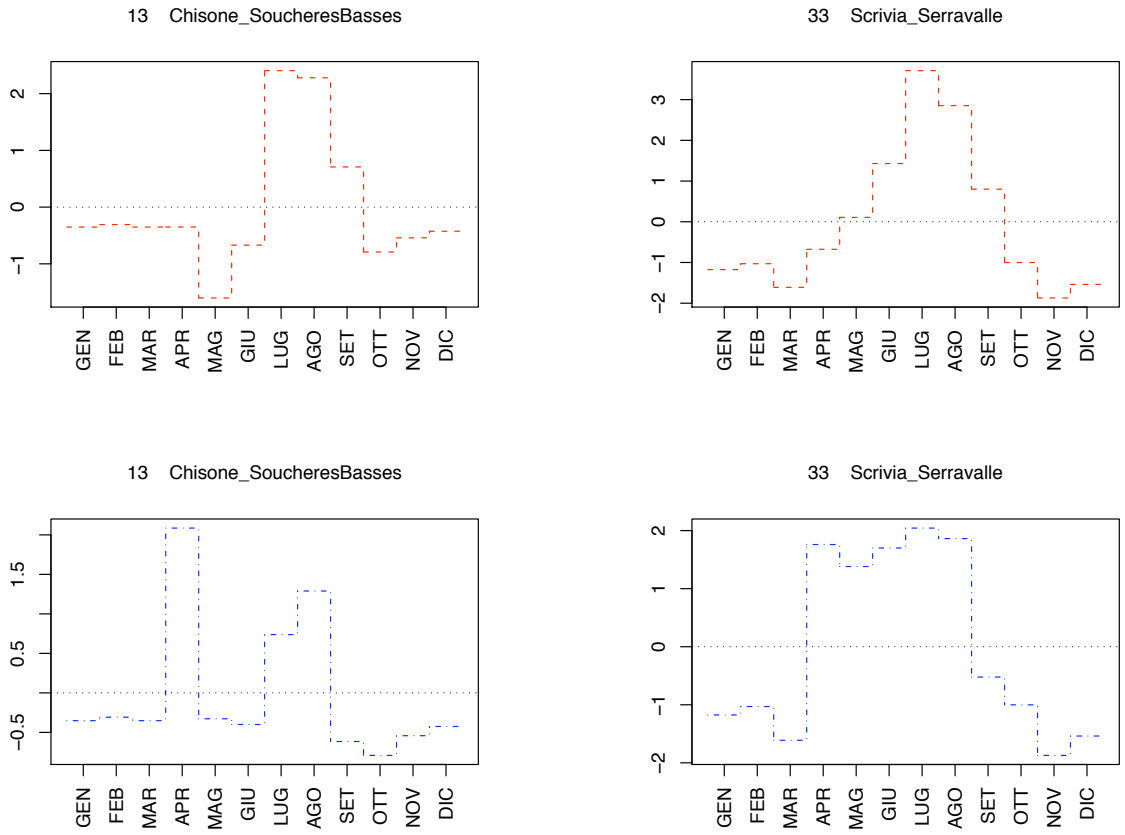


Figura 8.6: Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti (in alto) e a sommersione (in basso) ed il regime idrometrico adimensionalizzati per due stazioni del SIMN.

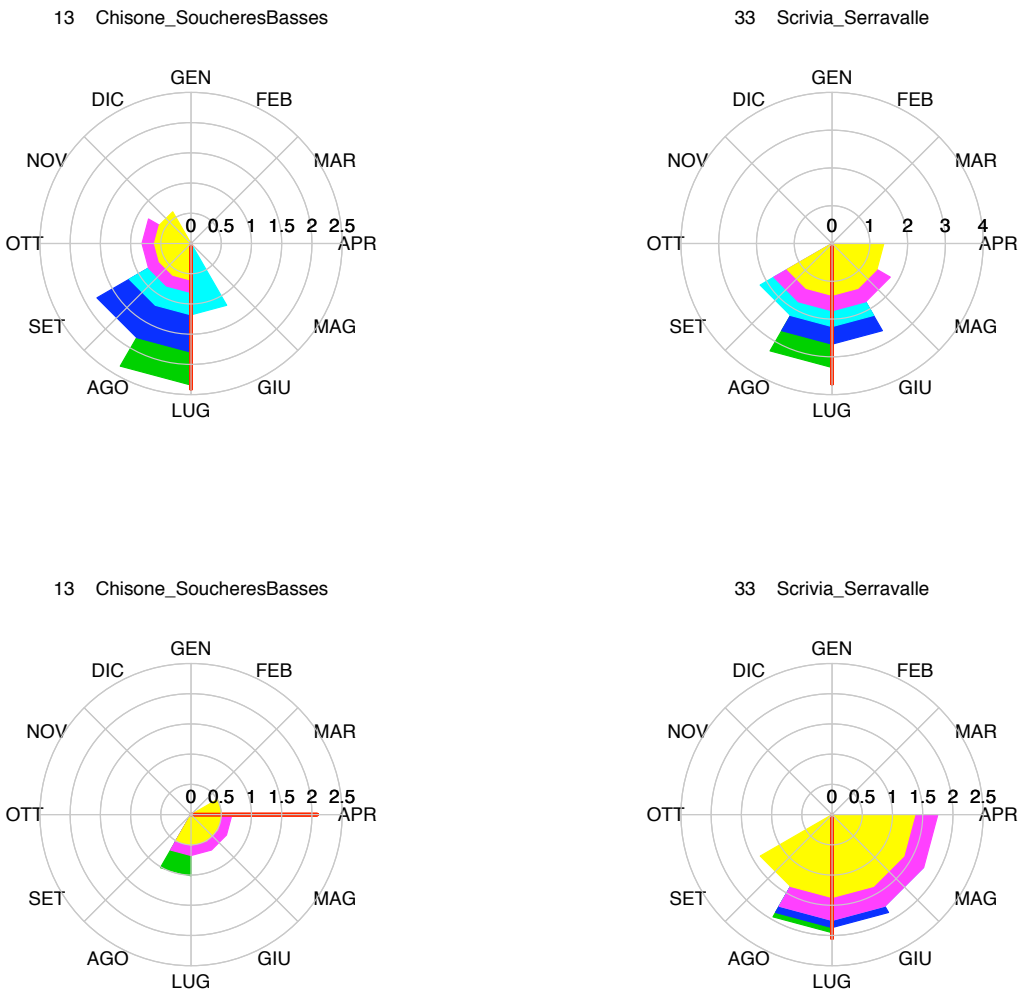


Figura 8.7: Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti (in alto) e a sommersione (in basso) ed il regime idrometrico adimensionalizzati per due stazioni del SIMN.

8.1.3 Deflussi nei periodi critici

Dal confronto tra curve di richiesta e curve di disponibilità si possono individuare i periodi mediamente critici (mese, bimestre, ..., semestre critico) per ogni stazione idrometrica, per le due tipologie di utenza ipotizzate. I periodi mediamente critici per le 47 stazioni idrometriche del SIMN sono riportati in Tabella E.10 per l'utenza irrigua umettante ed in Tabella E.11 per l'utenza irrigua a sommersione. Per quanto riguarda l'utenza umettante il mese mediamente più critico è praticamente sempre luglio (se si esclude l'Artanavaz a St. Oyen dov'è agosto), il bimestre è sempre luglio-agosto, e così via fino al semestre dove la variabilità è maggiore (gli estremi sono aprile-settembre e luglio-dicembre). Per l'utenza a sommersione il mese più critico è in molti casi aprile (a causa dell'adacquamento delle risaie), in alcuni luglio o agosto (soprattutto i bacini del sud-est piemontese, caratterizzati da un regime di tipo appenninico, con deflussi molto bassi in estate). Il semestre critico è quasi ovunque aprile-settembre o marzo-agosto (dal momento che il periodo irriguo va da aprile ad agosto).

Le variabili che si vogliono regionalizzare sono i deflussi in questi periodi. Ad esempio la variabile deflusso nel mese critico, per irrigazione a sommersione, è il deflusso mensile di luglio per il Tanaro a Montecastello e di aprile per il Sesia a Ponte Aranco. La variabile deflusso nel trimestre critico, per irrigazioni umettanti, è la media dei deflussi mensili di giugno-agosto per il Mastallone a Ponte Folle, la media dei deflussi mensili di luglio-settembre per il Po a Crissolo.

Si è scelto di regionalizzare queste variabili, e non ad esempio la variabile deficit (richiesta meno disponibilità), perché, sotto alcune ipotesi, possono essere considerate invarianti al variare del volume effettivamente richiesto e al variare della tipologia d'utenza da irrigua a promiscua. Si consideri ad esempio il caso dell'irrigazione umettante come richiesta a due sezioni idrometriche in cui sono disponibili misure (Figura 8.8, Tabella 8.1). Si tratta di due sezioni con un regime idrometrico estremamente diverso, di tipo appenninico quello del Tanaro a Montecastello, di tipo alpino quello della Dora Baltea ad Aosta. Se si varia il volume erogato annualmente E, dal valore massimo corrispondente al volume disponibile V alla sezione, a valori inferiori (0.8, 0.5, fino a 0.2 volte V, si veda Tabella 8.1), i periodi mediamente critici varieranno anch'essi. É incoraggiante, però, il fatto che queste variazioni siano minime, se si esclude il caso di un'erogazione estremamente inferiore al volume disponibile ($E = 0.2 \cdot V$ nel caso della Dora Baltea a Tavagnasco). Per questo motivo si ritiene essere lecita la semplificazione utilizzata nella valutazione dei periodi critici, ovvero l'ipotesi di considerare l'erogazione massima possibile (pari al deflusso disponibile).

Le due sezioni sul Tanaro e sulla Dora Baltea sono state utilizzate anche per indagare la variabilità dei periodi critici al variare del tipo di utenza. Per variazione del tipo di utenza si

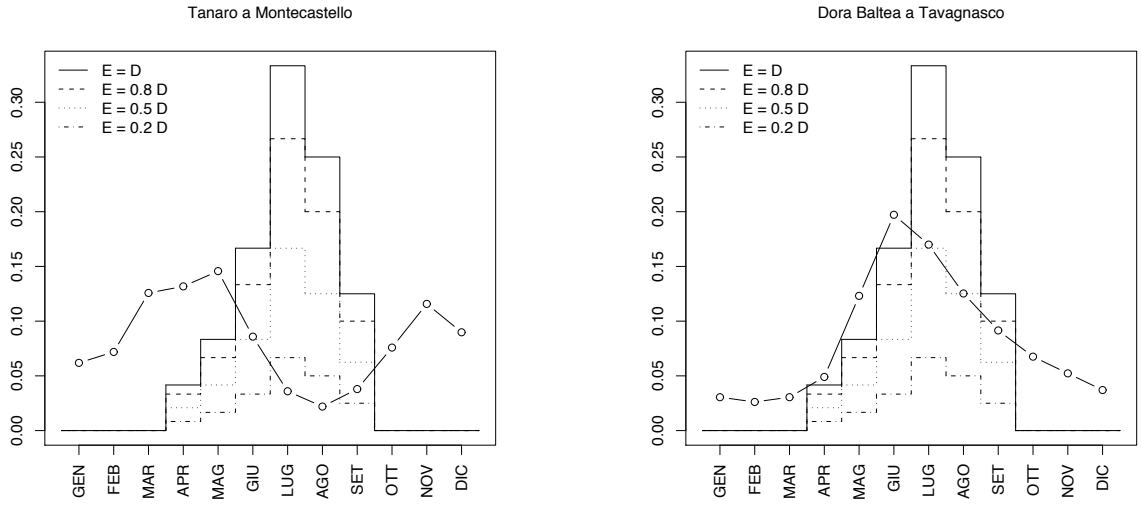


Figura 8.8: Influenza della variazione del volume totale annuo erogato E (nei confronti del volume disponibile V) nell'identificazione del mese, bimestre, trimestre, ..., semestre critici per due sezioni idrometriche (Tabella 8.1).

Tabella 8.1: Influenza della variazione del volume totale annuo erogato E (nei confronti del volume disponibile V) nell'identificazione del mese, bimestre, trimestre, ..., semestre critici per due sezioni idrometriche (Figura 8.8).

Tanaro a Montecastello						
	1 mese	2 mesi	3 mesi	4 mesi	5 mesi	6 mesi
$E = V$	7	$7-8$	$7-9$	$6-9$	$5-9$	$5-10$
$E = 0.8 \cdot V$	7	$7-8$	$7-9$	$6-9$	$6-10$	$5-10$
$E = 0.5 \cdot V$	7	$7-8$	$7-9$	$6-9$	$6-10$	$5-10$
$E = 0.2 \cdot V$	7	$7-8$	$7-9$	$6-9$	$6-10$	$6-11$
Dora Baltea a Tavagnasco						
	1 mese	2 mesi	3 mesi	4 mesi	5 mesi	6 mesi
$E = V$	7	$7-8$	$7-9$	$6-9$	$5-9$	$4-9$
$E = 0.8 \cdot V$	7	$7-8$	$7-9$	$6-9$	$7-11$	$4-9$
$E = 0.5 \cdot V$	8	$7-8$	$7-9$	$7-10$	$7-11$	$7-12$
$E = 0.2 \cdot V$	2	$1-2$	$1-3$	$12-3$	$12-4$	$11-4$

intende l'erogazione costante (ad esempio per uso potabile, o industriale, o di deflusso minimo vitale) di una parte del volume annuo, parte che viene sottratta all'utenza irrigua. Si vedano i grafici rappresentati in Figura 8.9. Le utenze considerate sono: l'utenza esclusivamente irrigua, un'utenza promiscua prevalentemente irrigua (solo il 30% del volume è fornito all'utenza costante), un'utenza promiscua con ripartizione pari tra irriguo e promiscuo (50% - 50%), ed un'utenza promiscua prevalentemente costante (70% del volume ad uso costante). Come si può

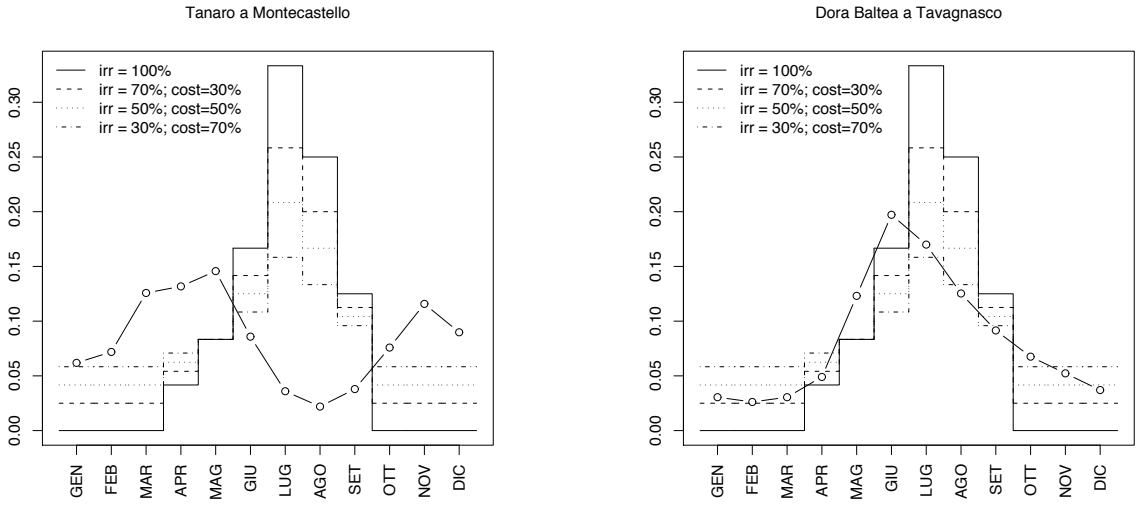


Figura 8.9: Influenza della variazione del tipo di erogazione E (totalmente irrigua, promiscua a quota crescente dell'uso costante) nell'identificazione del mese, bimestre, trimestre, ..., semestre critici per due sezioni idrometriche (Tabella 8.2).

Tabella 8.2: Influenza della variazione del tipo di erogazione E (totalmente irrigua, promiscua a quota crescente dell'uso costante) nell'identificazione del mese, bimestre, trimestre, ..., semestre critici per due sezioni idrometriche (Figura 8.9).

Tanaro a Montecastello						
	1 mese	2 mesi	3 mesi	4 mesi	5 mesi	6 mesi
100% irr	7	$7-8$	$7-9$	$6-9$	$5-9$	$5-10$
70% irr e 30% cost	7	$7-8$	$7-9$	$6-9$	$6-10$	$5-10$
50% irr e 50% cost	7	$7-8$	$7-9$	$6-9$	$6-10$	$5-10$
30% irr e 70% cost	7	$7-8$	$7-9$	$6-9$	$6-10$	$6-11$
Dora Baltea a Tavagnasco						
	1 mese	2 mesi	3 mesi	4 mesi	5 mesi	6 mesi
100% irr	7	$7-8$	$7-9$	$6-9$	$5-9$	$4-9$
70% irr e 30% cost	7	$7-8$	$7-9$	$7-10$	$7-11$	$7-12$
50% irr e 50% cost	8	$7-8$	$7-9$	$7-10$	$7-11$	$7-12$
30% irr e 70% cost	2	$1-2$	$1-3$	$1-4$	$12-4$	$11-4$

vedere in Tabella 8.2, anche in questo caso i periodi critici individuati nelle diverse situazioni sono abbastanza corrispondenti, se si esclude il caso di una attribuzione cospicua del volume ad uso costante (70% per la Dora Baltea a Tavagnasco).

8.2 Regionalizzazione dei deflussi nei periodi critici

La regionalizzazione dei deflussi nei periodi critici (che sono espressi qui in [mm/mese]) consta quindi nella regionalizzazione di 12 variabili: i deflussi nei periodi critici di durata 1, 2, 3, ..., 6 mesi per due tipologie di utenza, l'utenza irrigua umettante e l'utenza irrigua a sommersione. I dati su cui sono stati tarati i modelli regionali appartengono a 37 delle 47 stazioni idrometriche del SIMN descritte nel Capitolo 6, stazioni per cui è disponibile la serie storica dei deflussi mensili (vedi Tabella E.9). Le variabili morfoclimatiche prese in considerazione sono quelle descritte nel Paragrafo 6.1 ed utilizzate nell'analisi regionale del deflusso annuo. Anche in questo caso si è utilizzata la metodologia del deflusso-indice (Dalrymple, 1960), per cui, per ogni variabile, si è eseguita la regionalizzazione del parametro indice (la media) e della curva di crescita (la distribuzione di frequenza adimensionalizzata con la media).

Nei paragrafi che seguono si sono riportati i modelli regionali ottenuti con la metodologia esposta nei Capitoli 2 e 3.

8.2.1 Deflussi critici per le irrigazioni umettanti

Stima del parametro indice

Come si è fatto per la variabile deflusso annuo nel Capitolo 6, anche in questo caso si sono valutate tutte le formule regressive tra la media dei deflussi nei periodi critici (mensile, bimestrale, ..., semestrale) e i parametri morfoclimatici di bacino (Paragrafo 6.1) ottenendo, quali migliori regressioni:

$$
(8.1)\qquad \begin{cases}
\ln(m(d_1)) &= 0.323 + 0.00129 \cdot A_m + 0.00143 \cdot H_m & (R^2_{adj} = 0.887, \mathrm{RMSE_{cv}} = 39.8) \\
\ln(m(d_2)) &= -0.0679 + 0.00146 \cdot A_m + 0.00143 \cdot H_m & (R^2_{adj} = 0.890, \mathrm{RMSE_{cv}} = 35.1) \\
\ln(m(d_3)) &= 0.365 + 0.00158 \cdot A_m + 0.00112 \cdot H_m & (R^2_{adj} = 0.838, \mathrm{RMSE_{cv}} = 32.2) \\
\ln(m(d_4)) &= 0.632 + 0.00148 \cdot A_m + 0.00114 \cdot H_m & (R^2_{adj} = 0.908, \mathrm{RMSE_{cv}} = 26.8) \\
\ln(m(d_5)) &= 1.25 + 0.00147 \cdot A_m + 0.000815 \cdot H_m & (R^2_{adj} = 0.795, \mathrm{RMSE_{cv}} = 29.6) \\
\ln(m(d_6)) &= 1.51 + 0.00145 \cdot A_m + 0.000668 \cdot H_m & (R^2_{adj} = 0.762, \mathrm{RMSE_{cv}} = 28.7)
\end{cases}
$$

Gli $\mathrm{RMSE_{cv}}$ dei modelli (Equazione (8.1)) e gli intervalli di previsione della stima sono riportati in Figura 8.10. Gli altri diagrammi diagnostici (indipendenza tra i regressori, normalità dei residui e omoschedasticità), sono stati riportati in Appendice F, in Figura F.29.

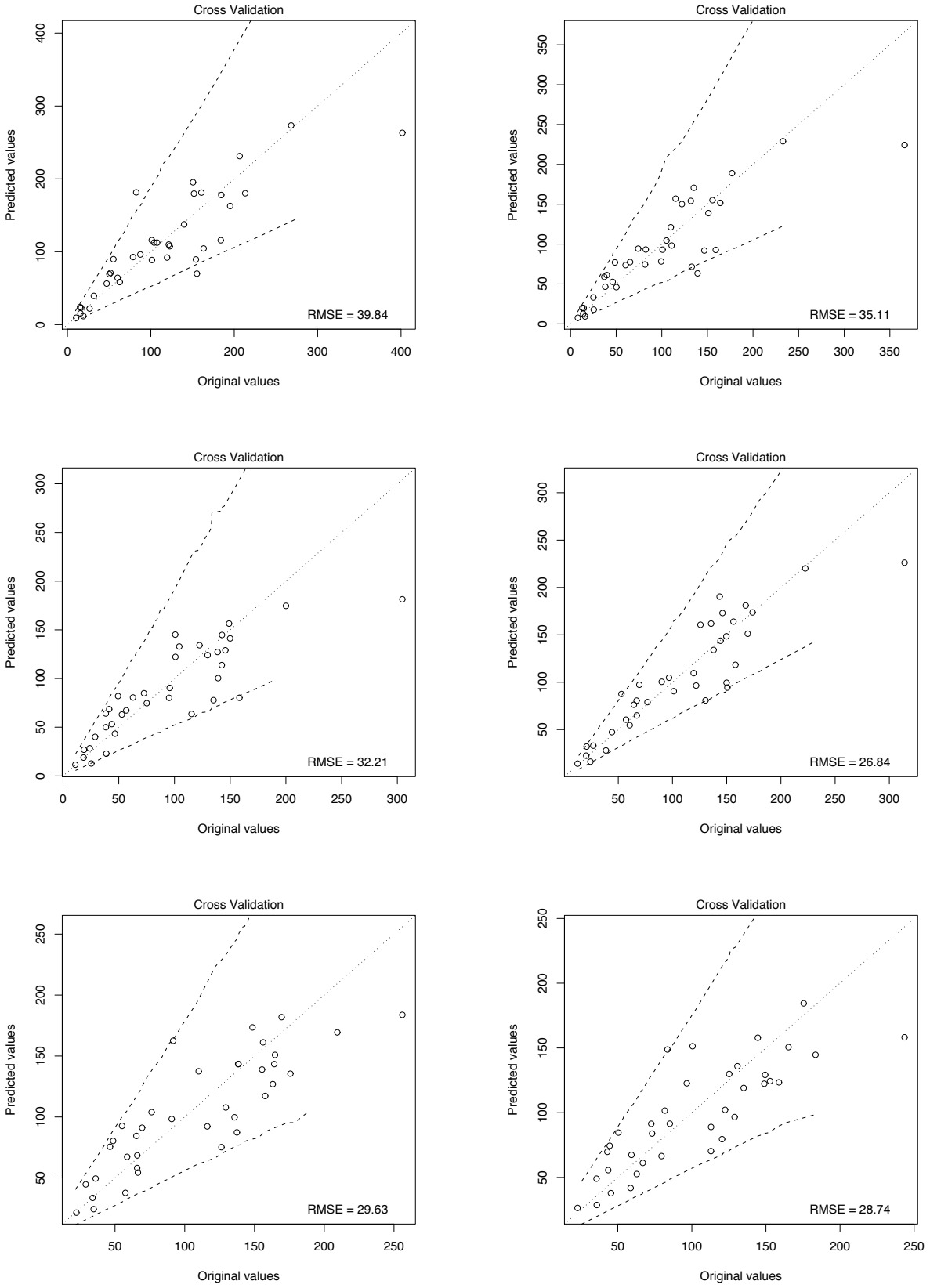


Figura 8.10: Rappresentazione grafica e RMSE di cross-validazione dei modello di stima dei deflussi medi nei periodi critici secondo le formulazioni dell'Equazione (8.1) ($m(d_1)$, $m(d_2)$, ..., $m(d_6)$ procedendo per righe). Le linee tratteggiate rappresentano l'intervallo di "previsione" del 95%.

Stima della curva di crescita

Come per la regionalizzazione del deflusso annuo, si è considerata la variabile L-CV come rappresentativa delle curve di crescita campionarie (il che equivale all'applicazione del test di omogeneità di Hosking e Wallis (1993)). In questo caso, per semplicità, invece del metodo delle matrici delle distanze si è usato il metodo semplificato delle regressioni multiple. In pratica si sono confrontate tutte le possibili regressioni tra gli L-CV campionari dei deflussi minimi mensili (e dell'aggregazione di più mesi) e le variabili morfoclimatiche descritte nel Paragrafo 6.1 ottenendo che gli L-CV dei deflussi minimi di qualsiasi durata sono particolarmente correlati alle variabili H_m ed Y_{bar} come per i deflussi annui D.

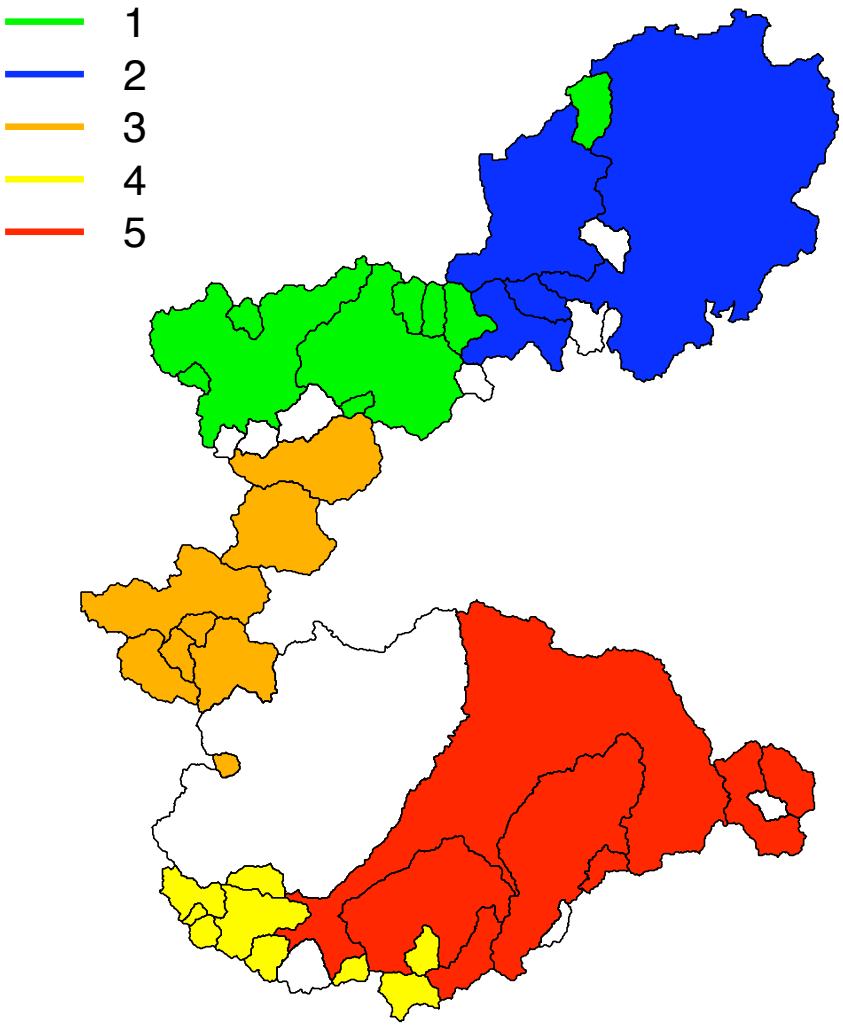


Figura 8.11: Suddivisione geografica dei bacini in 5 regioni omogenee per i deflussi critici di durata 1, 2, 3, 4, 5 e 6 mesi.

Pertanto, nella ricerca di regioni omogenee nei confronti della curva di crescita, si è valutata la suddivisione che, in base al test di omogeneità di Hosking e Wallis, rendesse più omogenei possibili i gruppi. Utilizzando le procedure descritte nel Capitolo 3) si sono individuate le 5 regioni di Figura 8.11 (rappresentate in Figura 8.12 sul piano delle variabili di classificazione).

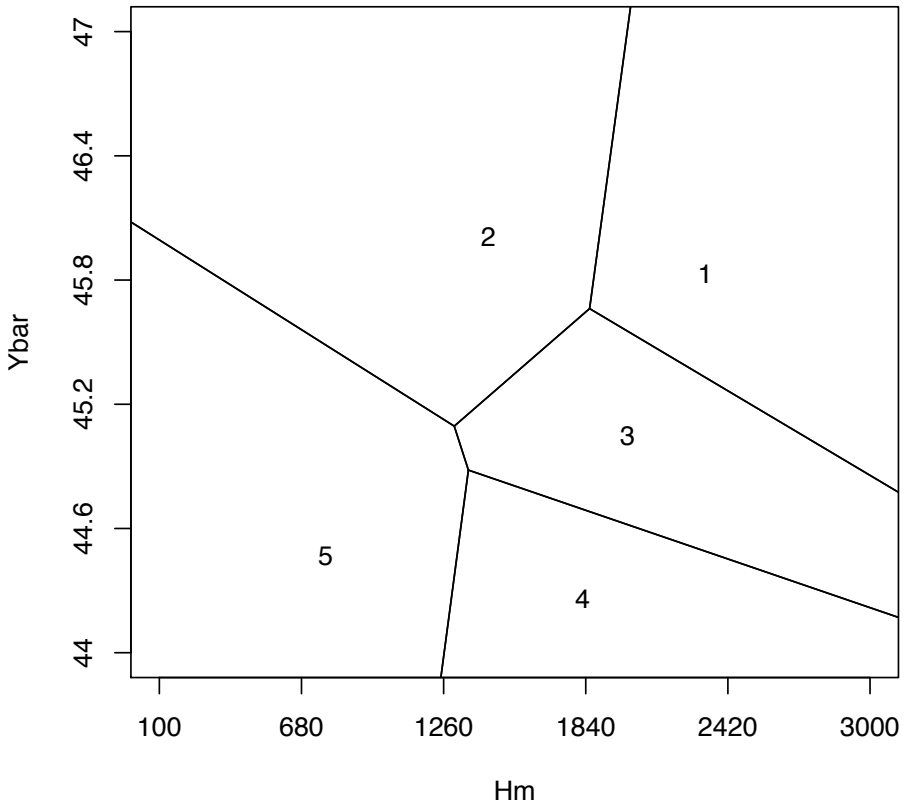


Figura 8.12: Regioni omogenee per i deflussi minimi di durata da 4 a 6 mesi rappresentate sul piano delle variabili di classificazione H_m ed Y_{bar}.

Utilizzando i dati aggregati per i cluster così individuati (si veda la Figura F.30) si è fatta l'analisi di "model selection" ottenendo i seguenti risultati:

- per tutte le aggregazioni (minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali) al primo gruppo si adatta meglio la distribuzione "generalized logistic" che è definita come:

$$f(x) = \frac{\alpha^{-1} e^{-(1-k)y}}{(1+e^{-y})^2} \ , \ F(x) = \frac{1}{1+e^{-y}} \ , \tag{8.2}$$

dove

$$y = \begin{cases} -k^{-1}\log\{1-k(x-\xi)/\alpha\} \ , & k \neq 0 \\ (x-\xi)/\alpha \ , & k = 0 \end{cases} \ ,$$

ξ è il parametro di posizione, α è il parametro di scala e k è il parametro di forma; la formulazione inversa dell'Equazione (8.2) è:

$$x(F) = \begin{cases} \xi + \alpha\left\{1-[(1-F)/F]^k\right\}/k \ , & k \neq 0 \\ \xi - \alpha\log\{(1-F)/F\} \ , & k = 0 \end{cases} \ ; \tag{8.3}$$

- per i minimi di durata di 1 e 2 mesi, ai gruppi 2, 3, 4 e 5 si adatta meglio la distribuzione lognormale a tre parametri definita come:

$$f(x) = \frac{e^{ky-y^2/2}}{\alpha\sqrt{2\pi}} \ , \ F(x) = \Phi(y) \ , \tag{8.4}$$

dove

$$y = \begin{cases} -k^{-1}\log\{1-k(x-\xi)/\alpha\} \ , & k \neq 0 \\ (x-\xi)/\alpha \ , & k = 0 \end{cases} \ ,$$

ξ è il parametro di posizione, α è il parametro di scala, k è il parametro di forma e Φ è la funzione di probabilità cumulata della distribuzione normale standard; l'Equazione (8.4) non è invertibile analiticamente ma soltanto numericamente, invertendo Φ e risolvendo:

$$x(F) = \begin{cases} \xi + \frac{\alpha}{k}(1-e^{-k\,\Phi^{-1}(F)}) \ , & k \neq 0 \\ \xi + \alpha\,\Phi^{-1}(F) \ , & k = 0 \end{cases} \ ; \tag{8.5}$$

- per i minimi di durata da 3 a 6 mesi, ai gruppi 2, 3, 4 e 5 si adatta maglio la distribuzione "Pearson type III" definita dalle Equazioni (6.9) e (6.10) introdotte nel Capitolo 6 per l'analisi dei deflussi annui.

I parametri delle distribuzioni sono riportati in Tabella 8.3, le curve di crescita sono rappresentate in Figura 8.13.

Tabella 8.3: Distribuzioni e parametri per i cluster individuati per le aggregazioni mensili dei minimi (1/2).

minimi di durata di 1 mese				
1	GL	$\xi = 0.9526$	$\alpha = 0.1633$	$k = -0.1707$
2	LN	$\xi = 0.8983$	$\alpha = 0.4381$	$k = -0.4418$
3	LN	$\xi = 0.8918$	$\alpha = 0.4228$	$k = -0.4827$
4	LN	$\xi = 0.8748$	$\alpha = 0.4445$	$k = -0.5253$
5	LN	$\xi = 0.8402$	$\alpha = 0.5017$	$k = -0.5843$
minimi di durata di 2 mesi				
1	GL	$\xi = 0.9615$	$\alpha = 0.1412$	$k = -0.1606$
2	LN	$\xi = 0.9260$	$\alpha = 0.4148$	$k = -0.3460$
3	LN	$\xi = 0.9084$	$\alpha = 0.3639$	$k = -0.4753$
4	LN	$\xi = 0.9088$	$\alpha = 0.3923$	$k = -0.4425$
5	LN	$\xi = 0.8670$	$\alpha = 0.4519$	$k = -0.5459$
minimi di durata di 3 mesi				
1	GL	$\xi = 0.9663$	$\alpha = 0.1293$	$k = -0.1538$
2	P3	$\xi = 0.1307$	$\beta = 0.1822$	$\alpha = 4.771$
3	P3	$\xi = 0.2706$	$\beta = 0.1917$	$\alpha = 3.804$
4	P3	$\xi = 0.1016$	$\beta = 0.1926$	$\alpha = 4.663$
5	P3	$\xi = 0.1606$	$\beta = 0.3291$	$\alpha = 2.550$

Tabella 8.3: Distribuzioni e parametri per i cluster individuati per le aggregazioni mensili dei minimi (2/2).

minimi di durata di 4 mesi				
1	GL	$\xi = 0.9719$	$\alpha = 0.1317$	$k = -0.1271$
2	P3	$\xi = -0.4804$	$\beta = 8.697 \cdot 10^{-2}$	$\alpha = 17.02$
3	P3	$\xi = 0.1455$	$\beta = 0.1618$	$\alpha = 5.280$
4	P3	$\xi = 0.1399$	$\beta = 0.2118$	$\alpha = 4.061$
5	P3	$\xi = -4.909 \cdot 10^{-2}$	$\beta = 0.2287$	$\alpha = 4.587$
minimi di durata di 5 mesi				
1	GL	$\xi = 0.9731$	$\alpha = 0.1294$	$k = -0.1239$
2	P3	$\xi = -0.2975$	$\beta = 8.617 \cdot 10^{-2}$	$\alpha = 15.06$
3	P3	$\xi = 7.212 \cdot 10^{-2}$	$\beta = 0.1328$	$\alpha = 6.987$
4	P3	$\xi = 0.1471$	$\beta = 0.1825$	$\alpha = 4.673$
5	P3	$\xi = 2.124 \cdot 10^{-2}$	$\beta = 0.2135$	$\alpha = 4.585$
minimi di durata di 6 mesi				
1	GL	$\xi = 0.9749$	$\alpha = 0.1257$	$k = -0.1194$
2	P3	$\xi = -9.896 \cdot 10^{-2}$	$\beta = 9.685 \cdot 10^{-2}$	$\alpha = 11.35$
3	P3	$\xi = 0.1256$	$\beta = 0.1354$	$\alpha = 6.457$
4	P3	$\xi = 0.1169$	$\beta = 0.1652$	$\alpha = 5.345$
5	P3	$\xi = 1.866 \cdot 10^{-2}$	$\beta = 0.1633$	$\alpha = 6.011$

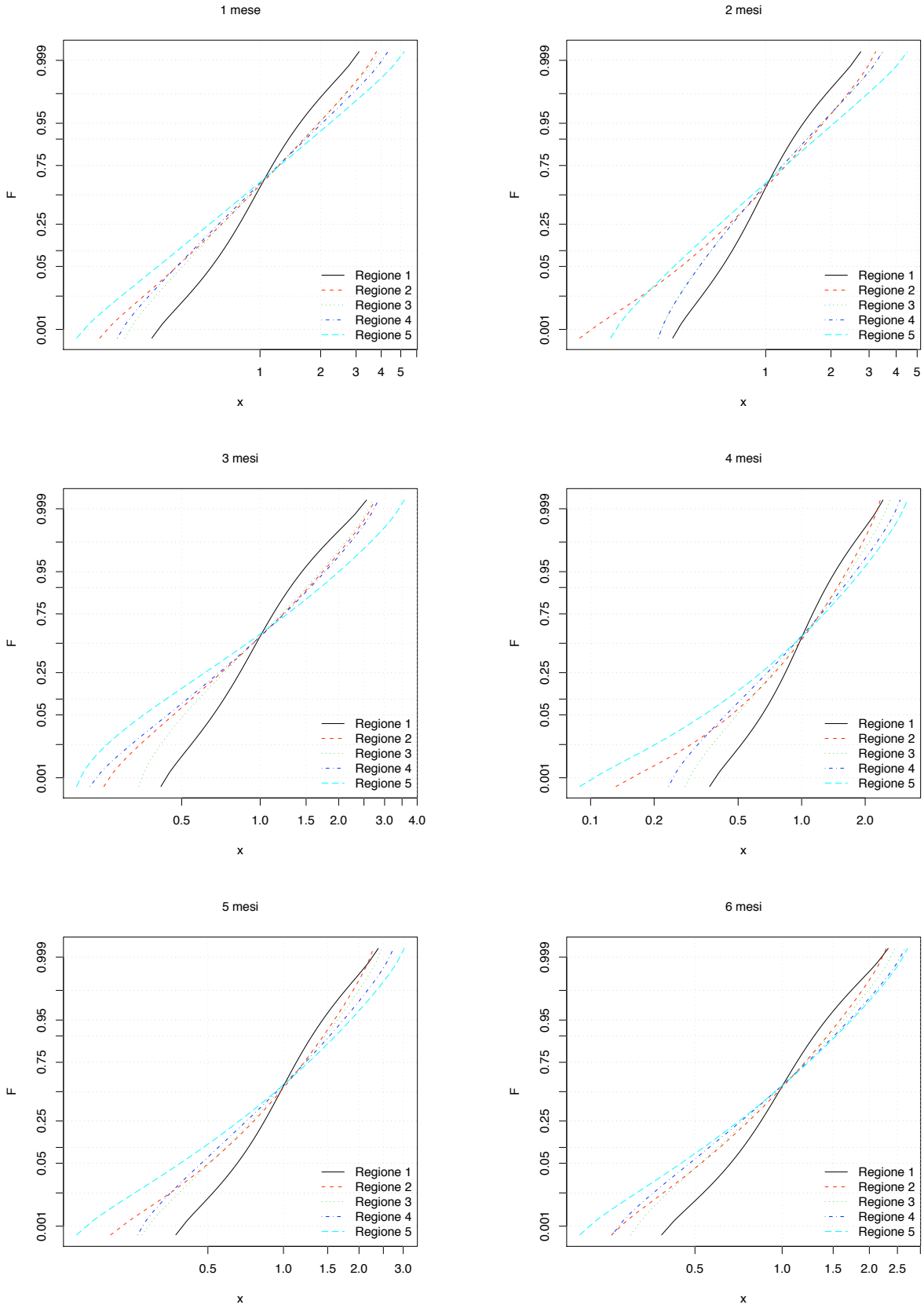


Figura 8.13: Curve di crescita dei deflussi critici mensili, bimestrali, ..., semestrali in carta probabilistica lognormale per le irrigazioni umettanti.

8.2.2 Deflussi critici per le irrigazioni a sommersione

Stima del parametro indice

Anche in questo caso si sono valutate tutte le formule regressive tra i vettori media dei deflussi minimi (mensile, bimestrale, ..., semestrale) e i parametri morfoclimatici di bacino ottenendo, quali migliori regressioni:

$$
\left\{
\begin{array}{lcll}
m(d_1)^{1/3} & = & -6.99 + 0.00202 \cdot A_m + 1.120 \cdot \ln(H_m) & (R^2 = 0.611, \mathrm{RMSE_{cv}} = 27.0) \\
m(d_2)^{1/3} & = & -9.99 + 0.00165 \cdot A_m + 1.638 \cdot \ln(H_m) & (R^2 = 0.734, \mathrm{RMSE_{cv}} = 27.0) \\
m(d_3)^{1/3} & = & -10.3 + 0.00184 \cdot A_m + 1.692 \cdot \ln(H_m) & (R^2 = 0.758, \mathrm{RMSE_{cv}} = 31.8) \\
m(d_4)^{1/3} & = & -7.08 + 0.00183 \cdot A_m + 1.299 \cdot \ln(H_m) & (R^2 = 0.668, \mathrm{RMSE_{cv}} = 34.1) \\
m(d_5)^{1/3} & = & -6.11 + 0.00152 \cdot A_m + 1.225 \cdot \ln(H_m) & (R^2 = 0.723, \mathrm{RMSE_{cv}} = 26.9) \\
m(d_6)^{1/3} & = & -6.02 + 0.00155 \cdot A_m + 1.187 \cdot \ln(H_m) & (R^2 = 0.874, \mathrm{RMSE_{cv}} = 15.6)
\end{array}
\right. \tag{8.6}
$$

In Figura 8.14 sono stati riportati anche gli RMSE di cross validazione e gli intervalli di previsione delle formulazioni di Equazione (8.6). I grafici diagnostici per i modelli individuati sono riportati in Figura F.31.

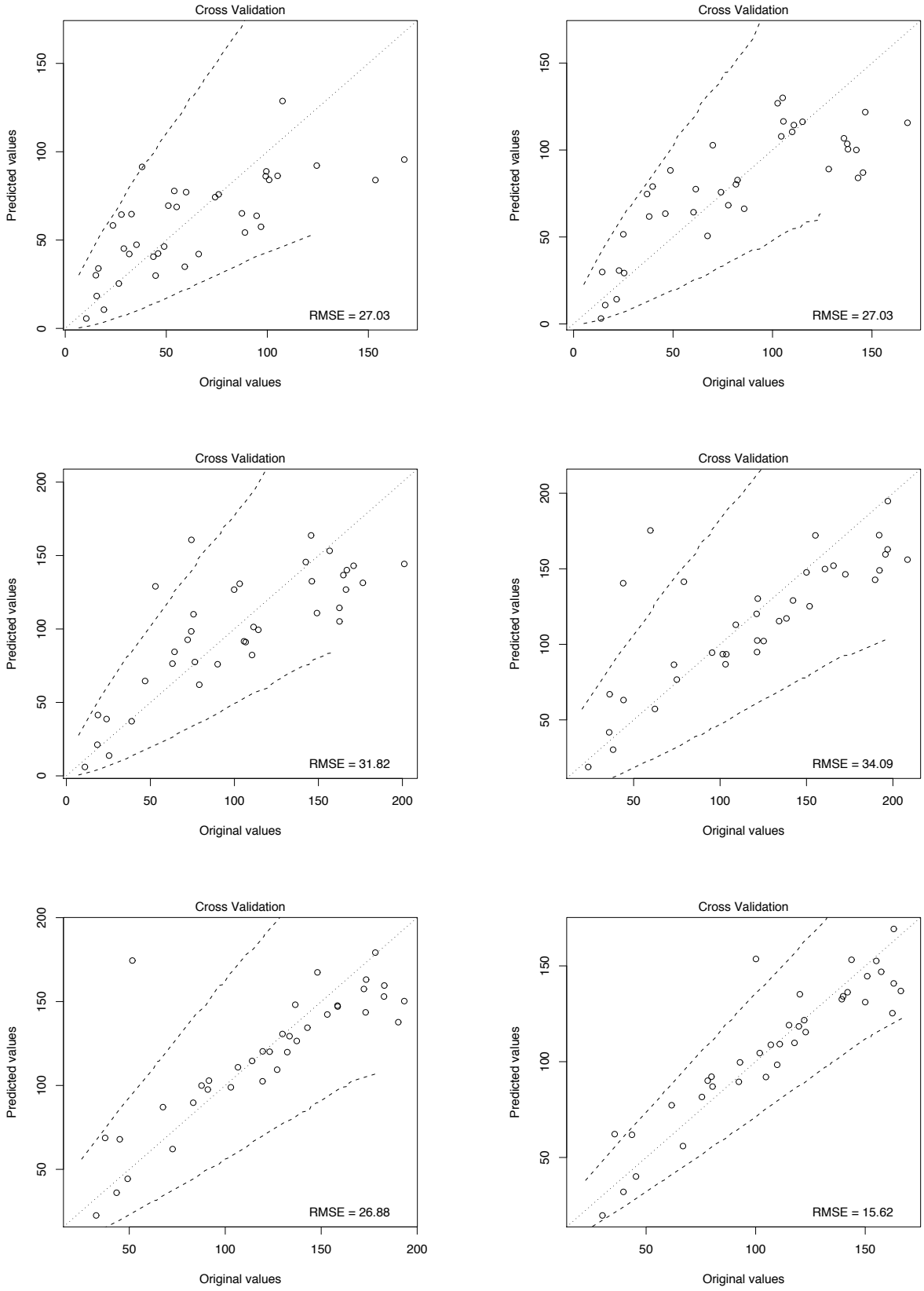


Figura 8.14: Rappresentazione grafica e RMSE di cross-validazione dei modello di stima dei deflussi medi nei periodi critici secondo le formulazioni dell'Equazione (8.6) ($m(d_1)$, $m(d_2)$, ..., $m(d_6)$ procedendo per righe). Le linee tratteggiate rappresentano l'intervallo di "previsione" del 95%.

Stima della curva di crescita

Se si considerano i deflussi minimi mensili e dell'aggregazione di più mesi, valutando la significatività della correlazione tra l'L-CV campionario e i parametri morfoclimatici, si individua la stessa situazione che si aveva nel caso dell'irrigazione umettante: gli L-CV dei deflussi minimi di qualsiasi durata sono particolarmente correlati alle variabili H_m ed Y_{bar} come per i deflussi annui D. La suddivisione viene quindi fatta esattamente come per il caso dell'irrigazione umettante, e si individuano le stesse 5 regioni di Figura 8.11 e Figura 8.12.

Utilizzando i dati aggregati per i cluster così individuati (si veda la Figura F.32) si è fatta l'analisi di "model selection" ottenendo i seguenti risultati:

- per i minimi di durata di 1 e 2 mesi si adatta meglio la distribuzione lognormale a tre parametri definita dall'Equazione (8.4), ad eccezione del gruppo 2 per il quale la distribuzione tipo III di Pearson (Equazione (6.9)) è migliore;
- per i minimi di durata da 3 a 6 mesi, si adatta maglio la distribuzione "Pearson type III" definita dalle Equazioni (6.9) e (6.10) introdotte nel Capitolo 6 per l'analisi dei deflussi annui.

I parametri delle distribuzioni sono riportati in Tabella 8.4, le curve di crescita sono rappresentate in Figura 8.15.

Tabella 8.4: Distribuzioni e parametri per i cluster individuati per le aggregazioni mensili dei minimi (1/2).

minimi di durata di 1 mese				
1	LN	$\xi = 0.9461$	$\alpha = 0.3648$	$k = -0.2894$
2	P3	$\xi = -0.01392$	$\beta = 0.2538$	$\alpha = 3.995$
3	LN	$\xi = 0.9169$	$\alpha = 0.4129$	$k = -0.3875$
4	LN	$\xi = 0.9465$	$\alpha = 0.3644$	$k = -0.2873$
5	LN	$\xi = 0.8402$	$\alpha = 0.5017$	$k = -0.5843$
minimi di durata di 2 mesi				
1	LN	$\xi = 0.9611$	$\alpha = 0.2970$	$k = -0.2575$
2	P3	$\xi = -0.3953$	$\beta = 0.1464$	$\alpha = 9.531$
3	LN	$\xi = 0.9134$	$\alpha = 0.3805$	$k = -0.4339$
4	LN	$\xi = 0.9106$	$\alpha = 0.3854$	$k = -0.4418$
5	LN	$\xi = 0.8628$	$\alpha = 0.4703$	$k = -0.5416$
minimi di durata di 3 mesi				
1	P3	$\xi = -0.01341$	$\beta = 0.07456$	$\alpha = 13.59$
2	P3	$\xi = -0.07717$	$\beta = 0.1499$	$\alpha = 7.185$
3	P3	$\xi = 0.2193$	$\beta = 0.2162$	$\alpha = 3.610$
4	P3	$\xi = 0.2310$	$\beta = 0.2785$	$\alpha = 2.760$
5	P3	$\xi = 0.1872$	$\beta = 0.3532$	$\alpha = 2.301$

Tabella 8.4: Distribuzioni e parametri per i cluster individuati per le aggregazioni mensili dei minimi (2/2).

minimi di durata di 4 mesi				
1	P3	$\xi = 0.1048$	$\beta = 7.886 \cdot 10^{-2}$	$\alpha = 11.35$
2	P3	$\xi = 6.414 \cdot 10^{-2}$	$\beta = 0.1440$	$\alpha = 6.500$
3	P3	$\xi = 0.1497$	$\beta = 0.1787$	$\alpha = 4.759$
4	P3	$\xi = 0.2476$	$\beta = 0.2065$	$\alpha = 3.644$
5	P3	$\xi = -4.272 \cdot 10^{-2}$	$\beta = 0.2368$	$\alpha = 4.403$
minimi di durata di 5 mesi				
1	P3	$\xi = 0.3139$	$\beta = 9.099 \cdot 10^{-2}$	$\alpha = 7.541$
2	P3	$\xi = 0.1304$	$\beta = 0.1470$	$\alpha = 5.915$
3	P3	$\xi = 0.2124$	$\beta = 0.1793$	$\alpha = 4.393$
4	P3	$\xi = 0.3451$	$\beta = 0.2106$	$\alpha = 3.110$
5	P3	$\xi = -0.4012$	$\beta = 0.1263$	$\alpha = 11.09$
minimi di durata di 6 mesi				
1	P3	$\xi = 0.3661$	$\beta = 9.278 \cdot 10^{-2}$	$\alpha = 6.832$
2	P3	$\xi = 0.1417$	$\beta = 0.1478$	$\alpha = 5.807$
3	P3	$\xi = 0.2631$	$\beta = 0.1836$	$\alpha = 4.013$
4	P3	$\xi = 0.3745$	$\beta = 0.2057$	$\alpha = 3.040$
5	P3	$\xi = -6.615 \cdot 10^{-2}$	$\beta = 0.1483$	$\alpha = 7.191$

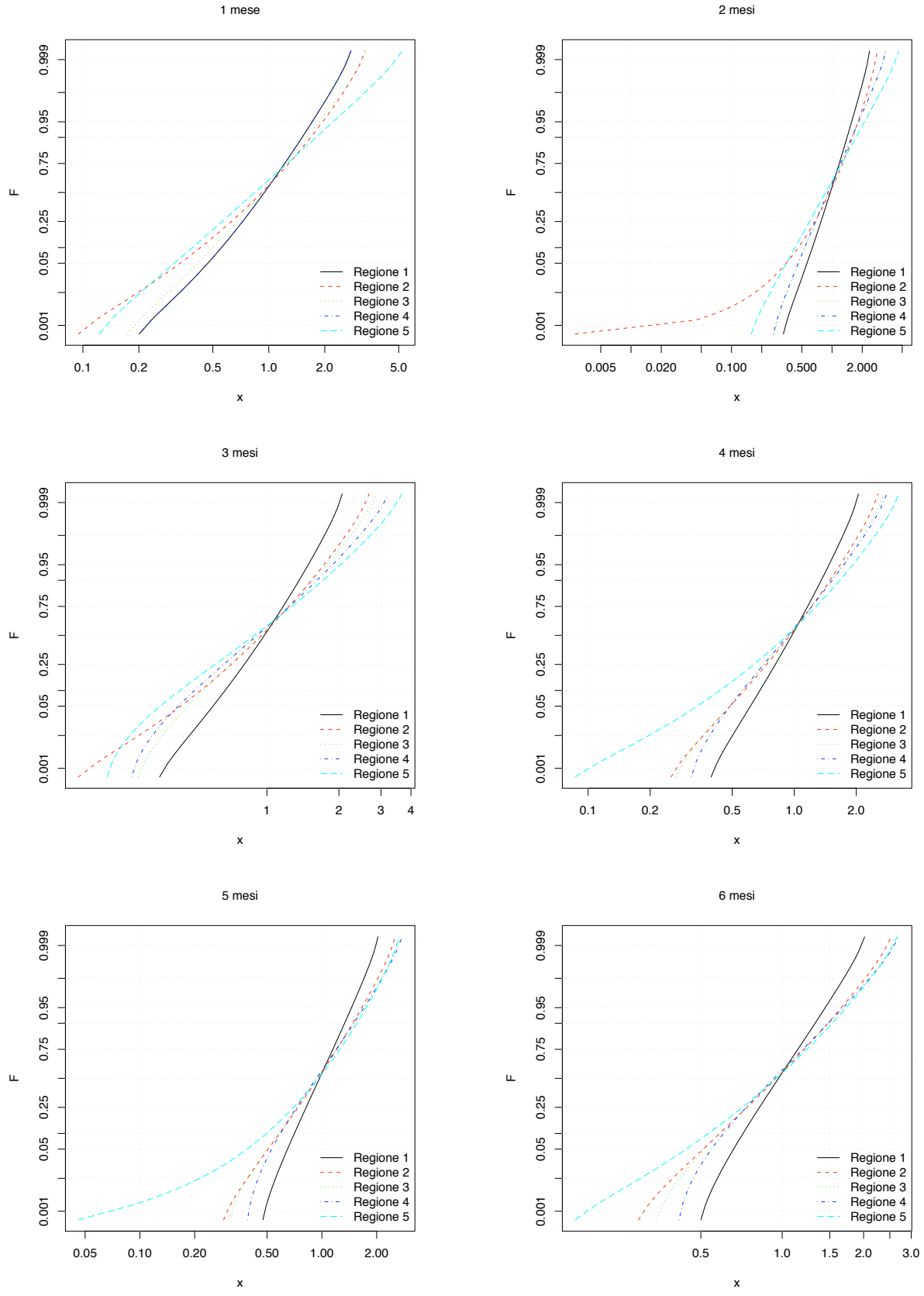


Figura 8.15: Curve di crescita dei deflussi critici mensili, bimestrali, ..., semestrali in carta probabilistica lognormale per le irrigazioni a sommersione.

Parte III

Applicazione dei metodi a sezioni fluviali di interesse

Capitolo 9

Curve di possibilità di regolazione

Se si intendono utilizzare le acque disponibili in una determinata sezione di un corso d'acqua, per scopi acquedottistici o irrigui o industriali, è necessario innanzitutto procedere ad un bilancio idrico mettendo a raffronto:

- non solo il volume d'acqua complessivo disponibile alla sezione nell'intero periodo di vita dell'impianto con il volume complessivo d'acqua da erogare per soddisfare i fabbisogni dell'utenza;

- ma anche le disponibilità e le richieste di acqua nei successivi intervalli di tempo in cui si può pensare scomposto il periodo di vita dell'impianto.

Infatti l'impianto assolverà la sua funzione soltanto se in ognuno di detti intervalli la disponibilità di acqua sarà adeguata a soddisfare i fabbisogni dell'utenza. Di conseguenza, mettendo a raffronto i diagrammi di successione storica dei deflussi disponibili, da una parte, e dei fabbisogni dell'utenza, dall'altra, occorrerà verificare se il primo copra sempre il secondo, o possa essere trasformato in modo da ricoprirlo solo se, con opportune capacità di invaso, si provveda a conservare i maggiori volumi di acqua di cui si può disporre nei periodi di surplus per affrontare i periodi di deficit.

La possibilità di utilizzazione dei deflussi dipende in primo luogo dalle caratteristiche funzionali dell'impianto di utilizzazione, a seconda che si ricorra a un impianto a deflusso, costituito cioè soltanto da opere di adduzione delle acque, o a un impianto a serbatoio, provvisto anche di congrua capacità di invaso. È possibile realizzare un impianto a deflusso soltanto se si è sicuri che la portata disponibile superi in ogni periodo dell'anno la portata richiesta, anche negli anni di minimo deflusso. Per questo motivo, anche se con un costo del m^3 d'acqua fornito agli utenti molto inferiore rispetto ad un impianto a serbatoio, si può ottenere un'utilizzazione assai scarsa dei deflussi disponibili nella sezione del corso d'acqua. Se si vuole migliorare tale utilizzazione

è necessario procedere alla regolazione dei deflussi creando una capacità di invaso, in modo da accumulare nei periodi di maggiore disponibilità i quantitativi di acqua necessaria per sopperire alle deficienze dei periodi in cui la disponibilità è minore della richiesta.

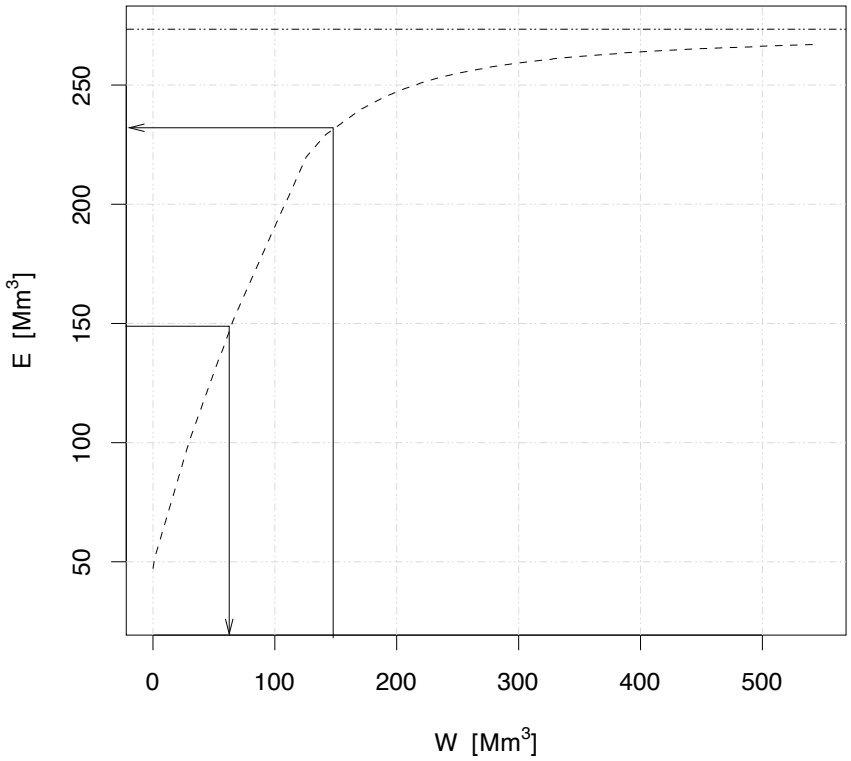


Figura 9.1: Curva di possibilità di regolazione di un ipotetico invaso, alla sezione di un ipotetico corso d'acqua, per un dato periodo di ritorno T. In fase di progetto, se si vuole poter erogare un volume annuo complessivo $E = 150$ Mm^3, occorrerà avere a disposizione un volume di invaso $W = 60$ Mm^3 circa di modo che l'erogazione possa avvenire sempre a meno del rischio di deficit associato a T; in fase di pianificazione irrigua (ad esempio), disponendo di un volume di invaso $W = 150$ Mm^3, l'erogazione annua possibile ammonta a circa 230 Mm^3, a meno del rischio di deficit associato a T.

La costruzione della curva probabilistica di possibilità di regolazione dei deflussi (v. es. Figura 9.1) consente di determinare il volume di invaso W necessario ai fini dell'erogazione di un volume annuo E generico, a meno di un prefissato rischio di deficit. La determinazione di W dipende essenzialmente dalla variabilità che caratterizza il regime delle portate e che condiziona fortemente la possibilità di sfruttare quote consistenti del deflusso naturale.

9.1 Teoria

9.1.1 La regolazione pluriennale

Per livelli di erogazione sufficientemente alti, corrispondenti a frazioni significative del deflusso medio annuo, può essere prioritariamente valutato il volume di compenso necessario a garantire la data erogazione globalmente su scala annua, prescindendo dalla variabilità dell'erogazione e dei deflussi all'interno dell'anno.

Alla base della costruzione della curva di possibilità di regolazione pluriennale c'è il seguente concetto: per far fronte ad un deficit, rispetto all'erogazione, che si verifica con fissata probabilità in un anno singolo, occorre immagazzinare acqua nella capacità di compenso; se il livello di erogazione è elevato, tuttavia, la compensazione sul singolo anno (caratterizzato dal deflusso "minimo" $D_T = D(T) = D_m \cdot x(T)$ può non essere sufficiente a garantire l'erogazione in più anni consecutivi, pur se in questi si ha un deflusso superiore a D_T.

Poiché la curva di possibilità di regolazione fornisce coppie (W, E) tali da consentire una erogazione E con fissato rischio di deficit, essa deve valere sia che il deficit sia dovuto ad un anno di scarsi deflussi sia che dipenda da un biennio, triennio, quadriennio etc., complessivamente scarsi. Va pertanto determinato il volume di compenso necessario per assicurare la data erogazione nei K anni (regolazione K-ennale) attraverso il calcolo dei valori, definiti attraverso la curva di frequenza, delle variabili D_K (media su K anni del deflusso D) con K variabile con continuità.

Nella costruzione della curva si individua quindi il massimo tra i deficit relativi all'anno, biennio etc. di pari frequenza, per stabilire quale sia il volume di compenso necessario a garantire l'erogazione E alla data frequenza.

La curva di possibilità di regolazione pluriennale ha pertanto espressione:

$$\begin{cases} W_{K,T} &= \max_K(KE - KD_{K,T}) \\ E_{K,T} &= \min_K\left(\frac{W}{K} + D_{K,T}\right) \end{cases} , \tag{9.1}$$

dove T è il tempo di ritorno rispetto al quale vanno determinati i minimi deflussi in K anni. Se si conoscono le richieste dell'utenza su base annua, il volume di invaso $W_{K,T}$, definito dalla curva di possibilità di regolazione pluriennale dell'Equazione (9.1), è il volume che permette di soddisfare l'erogazione E con un rischio di deficit definito da T (in media, l'utenza non è soddisfatta una volta ogni T anni). Se l'invaso ha un fissato volume (e.g. è un invaso esistente), $E_{K,T}$ è il volume annuale erogabile con rischio di deficit definito da T.

Per la determinazione di $D_{K,T}$ si sfrutta una delle più importanti proprietà della distribuzione gamma detta "reproductive property" (e.g., Johnson et al., 1994). Se X_1 e X_2 sono variabili casuali indipendenti distribuite ognuna secondo una gamma a tre parametri (ξ = posizione, β

= scala, α = forma), anche con valori diversi del parametro di forma (α_1, α_2), ma con gli stessi valori di β e ξ, allora $(X_1 + X_2)$ è anch'essa distribuita secondo una gamma con lo stesso valore di β, il doppio di ξ e con $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$.

Pertanto, dal momento che i deflussi annui sono distribuiti secondo la gamma a tre parametri definita nell'Equazione (6.9), se supponiamo che tali deflussi D siano mutuamente indipendenti (non ci siano correlazioni temporali tra di essi), possiamo dire che i deflussi K-ennali KD_K sono distribuiti con curva di crescita:

$$f(Kx_K) = \frac{(Kx_K - K\xi)^{K\alpha-1} e^{-(Kx_K - K\xi)/\beta}}{\beta^{K\alpha}\Gamma(K\alpha)} \ , \tag{9.2}$$

da cui consegue che:

$$x_{K,T} = \left[K\xi + \beta \cdot \Theta\left(\frac{1}{T}, K\alpha\right)\right] / K \ , \tag{9.3}$$

dove i parametri α, β, ξ e la funzione $\Theta(F, \alpha)$ sono quelli definiti nel Paragrafo 6.3. La curva di frequenza del deflusso medio per K anni consecutivi è quindi data da:

$$D_{K,T} = D_m \cdot x_{K,T} \ . \tag{9.4}$$

Le grandezze fondamentali richieste per l'applicazione del metodo sono, pertanto, i parametri della gamma (Equazione (6.11)) e il deflusso indice D_m (che è il valore atteso di D_K essendo questa la media mobile di D su K anni). Tali grandezze consentono di determinare la "grandezza derivata" $D_{K,T}$ (deflusso medio in K anni che, in media, non è disponibile una volta ogni T anni).

9.1.2 La regolazione stagionale

Per erogazioni non superiori a D_T, (deflusso annuo "minimo" con rischio di non essere raggiunto una volta ogni T anni) il volume complessivamente disponibile annualmente è sufficiente a garantire, con rischio di deficit definito da T, l'erogazione complessiva annua E. Guardando l'evoluzione mensile dei deflussi e delle erogazioni, tuttavia, si riconosce che la variabilità dei primi rende necessario accumulare volumi nei mesi invernali per compensare il deficit estivo. In queste condizioni si parla pertanto di "regolazione stagionale". Il volume di compenso necessario alla regolazione stagionale è tanto maggiore quanto più sostenuta è la richiesta nei mesi estivi rispetto a quelli invernali. Dipende, quindi, fortemente, dalle caratteristiche dell'utenza (irrigua, potabile/industriale, promiscua).

Anche per la regolazione stagionale è possibile definire una curva di possibilità di regolazione che, per invasi con volumi "piccoli", determina erogazioni anche molto inferiori a quelle definite

tramite la curva di possibilità di regolazione pluriennale. L'utenza irrigua è caratterizzata da una richiesta che si concentra nei mesi estivi. In questi mesi l'erogazione viene ripartita attraverso frazioni c_j del volume E di erogazione annua, per cui l'erogazione nel mese j è pari a $c_j E$. Volendo compensare la richiesta mensile a partire dal mese più sfavorito (quello di minor deflusso e maggior richiesta) e procedendo poi con il bimestre, trimestre, etc., il volume necessario risulta:

$$W_{s,T} = \max_k [E_k - d_{k,T}] \ , \tag{9.5}$$

dove $d_{k,T} = \sum_k d_{j,T}$ è il deflusso complessivo disponibile in k mesi consecutivi ($k = 1 \div 6$) corrispondente al tempo di ritorno T, e $E_k = \sum_k c_j E$ è l'erogazione nello stesso periodo. S'intende che risulta $\sum_k c_j = 1$.

Laddove si voglia prevedere, in aggiunta al rischio di deficit, anche un deficit volumetrico di erogazione p prefissato, si opera sostituendo alla grandezza E la quantità $E^* = (1-p)E$.

9.1.3 La condizione iniziale del serbatoio

La curva di possibilità di regolazione pluriennale assume che il solo disporre del volume di compenso corrispondente alla data erogazione sia sufficiente ad assorbire il deficit causato dal basso valore di deflusso. Ciò implica che il serbatoio si trovi in condizione di massimo invaso all'inizio dell'anno (idrologico) scarso. Tale assunzione contrasta con il fatto che necessariamente bisogna far fronte al deficit nella stagione secca precedente l'anno in questione, per cui l'ipotesi di serbatoio pieno ad inizio dell'anno è irrealistica. Un'ipotesi realistica è che il serbatoio abbia compensato, nella stagione secca precedente, un deficit estivo medio. Infatti, non c'è nessuna particolare ragione per cui prima di un anno (o di un K-ennio) critico la stagione secca debba essere anch'essa caratterizzata da bassi valori del deflusso. Per tener conto di questa particolare condizione iniziale del serbatoio, bisogna aggiungere al compenso pluriennale un compenso supplementare che porti in conto il deficit "strutturale" estivo. Tale termine supplementare, W^*, sarà valutato come:

$$W^* = [E_c - \bar{d}_c] \ , \tag{9.6}$$

dove E_c è l'erogazione nella stagione critica estiva, definita come l'erogazione nei mesi in cui $d_i < e_i$, e $\bar{d}_c$ è il deflusso medio in quella stagione.

9.1.4 La regolazione totale

Da tutte le premesse fatte risulta che, a partire dal valor minimo ammesso per l'erogazione, che è qui fissato pari al volume di deflusso stagionale corrispondente al rischio ϕ di non superamento,

il volume di compenso necessario a fornire una generica erogazione E, con rischio ϕ di fallanza, corrisponde a:

$$W_\phi = max[W_{p,\phi} + W^*, W_{s,\phi}] \ , \tag{9.7}$$

cioè all'inviluppo inferiore della curva di regolazione stagionale e di quella di regolazione pluriennale "corretta" con il fattore aggiuntivo W^*. Si prende, cioè, il massimo compenso a pari erogazione risultante dalle due curve $W_{p,\phi} + W^*$ e $W_{s,\phi}$. Per le ipotesi assunte in precedenza, il valore di compenso è nullo se l'erogazione è inferiore al valore d_ϕ di deflusso stagionale disponibile a meno di una probabilità ϕ.

9.2 Applicazione

Per valutare l'affidabilità della procedura di regionalizzazione effettuata nei capitoli precedenti, si sono ricavate le curve probabilistiche adimensionali di possibilità di regolazione per tutte le sezioni e si sono confrontate alle curve "empiriche" costruite a partire dai dati. Il raffronto è stato fatto per tempi di ritorno di 5 e 10 anni, per i quali la stima dei quantili delle distribuzioni empiriche dei deflussi (annuo e nei periodi critici) può essere ritenuta significativa.

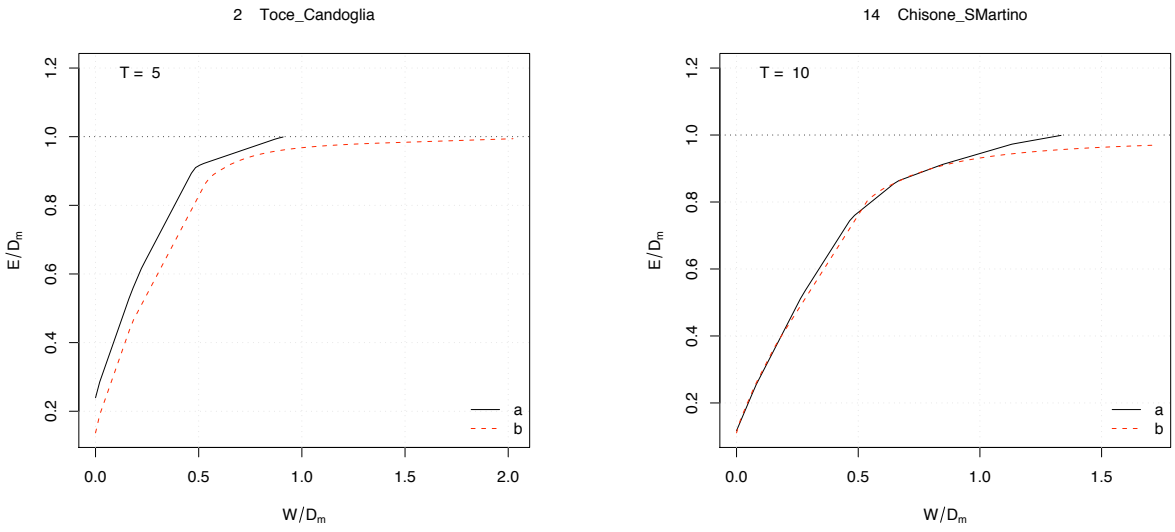


Figura 9.2: Confronto tra curve di possibilità di regolazione per colture umettanti: a) ottenute dai dati; b) D_m stimato dai dati; c) ottenute dall'analisi regionale. T indica il tempo di ritorno associato alle curve. Si sono presi ad esempio due casi: quello del Toce a Candoglia, caratterizzato da un errore particolarmente elevato, e quello del Chisone a San Martino, per il quale l'analisi regionale è particolarmente efficace.

In Figura 9.2 è riportato il caso di due sezioni per l'irrigazione umettante. I due grafici si riferiscono ai due tempi di ritorno considerati (5 e 10 anni). La curva empirica (a) messa a confronto con la curva (b) ottenuta con i modelli regionali. Con la retta orizzontale puntinata si è indicato il limite idrologico di utilizzazione corrispondente al deflusso medio annuo nella sezione. Per il Toce a Candoglia l'errore di sovrastima dei volumi data una certa erogazione annua è particolarmente elevato (se si prendono in considerazione tutti i casi), per il Chisone a San Martino l'analisi regionale permette invece una stima particolarmente corretta della curva.

I risultati ottenuti per irrigazioni umettanti e a sommersione, per tutte le sezioni considerate, sono stati riportati nelle Figure F.33 e F.34. Come si può vedere, la corrispondenza tra le curve empiriche e quelle ricavate con l'analisi regionale è soddisfacente, soprattutto nella parte "stagionale". In alcuni casi, ad esempio per irrigazione umettante la Dora Baltea ad Aosta e e per irrigazione a sommersione il Gesso ad Entracque, lo scostamento è rilevante, cosa in parte dovuta alla lunghezza poco significativa del campione di dati mensili (17 e 12 anni rispettivamente). Il Rutor a Promise nell'ambito delle irrigazioni umettanti è il caso più critico.

Capitolo 10

Descrizione dei progetti di invasi in Piemonte

Molte informazioni di carattere generale riguardo alla costruzione dei nuovi invasi a scopo multiplo si possono ricavare in particolare da due documenti:

- "Piano di tutela delle acque" (Regione Piemonte, 2004);
- "Progetto per la pianificazione delle risorse idriche del territorio piemontese" (Regione Piemonte, 1980).

Essi riportano informazioni importanti per lo studio idrologico, quali posizione della sezione di chiusura ed estensione dei bacini imbriferi, ed anche informazioni di carattere più generale che danno un'idea delle dimensioni delle opere di sbarramento, dell'impatto sull'ambiente circostante e degli utilizzi previsti per queste riserve d'acqua.

10.1 L'invaso dello Stura di Viù a Combanera

Caratteristiche generali dell'impianto

L'invaso artificiale è situato nel bacino della Stura di Viù, corso d'acqua che confluisce nella Stura di Lanzo, tributario di sinistra del fiume Po, in posizione NW prossima all'area metropolitana della Città di Torino. La località, denominata stretta di Combanera, si trova a valle dell'abitato di Viù. L'opera di ritenuta è costituita da una diga di altezza 97 m e sviluppo al coronamento 370 m, a gravità massiccia, realizzata in conglomerato cementizio, quota d'alveo alla sezione di imposta 612 m s.m.m. e quota di massimo invaso 705 m s.m.m.. La capacità dell'invaso è $50 \cdot 10^6$ m^3. Il bacino idrografico sotteso ha un'estensione di 216 km^2.

L'impianto si completa con lo schema idrico di adduzione primaria, costituito da opera di presa, galleria in pressione (9 km), pozzo piezometrico, condotta forzata e centrale idroelettrica

(45 MW, 75 GWh/anno), bacino di demodulazione (350˙000 m^3 o superiore, 330 − 350 m s.m.m.) per l'alimentazione di potabilizzatore e successiva adduttrice all'area metropolitana torinese (3.5 m^3/s). La realizzazione del nuovo invaso artificiale comporta la variante del tracciato stradale di collegamento lungo il fondovalle, per parte del tratto interessato dall'opera.

Scopo dell'impianto e quadro dell'idroesigenza

L'invaso artificiale previsto a Combanera ha scopi primari:

- approvvigionamento idropotabile dell'area metropolitana torinese, con risorse di elevata qualità naturale, finalità sostitutiva rispetto all'attuale situazione di predominanza delle fonti sotterranee;
- produzione di energia idroelettrica, modulata sulla domanda in ore di punta;
- integrazione dei sistemi irrigui di valle, particolarmente in situazioni di soccorso.

Secondariamente, un esercizio ottimizzato dell'impianto consentirà un sistematico riequilibrio del bilancio idrico superficiale e sotterraneo, con particolare riguardo alla possibilità di introdurre l'applicazione del DMV (deflusso minimo vitale) per le utilizzazioni preesistenti, così come funzioni di laminazione degli eventi di piena.

Il distretto territoriale torinese, compreso tra Dora Baltea e alto Po, è ricco d'acqua. Le superfici agricole sono limitate e la disponibilità idrica è uno dei fattori che storicamente hanno consentito la creazione di uno dei principali nuclei industriali italiani. Negli ultimi 50 anni le aree agricole si sono significativamente ridotte, come anche le esigenze dell'industria. Vi sono quindi le premesse perché si riscontri la possibilità di una politica di recupero di risorsa, con miglioramento della situazione ambientale (applicazione del DMV e riqualificazione-salvaguardia delle acque sotterranee). La crescente diffusione degli inquinamenti chimici negli acquiferi sotterranei, dal cui sfruttamento dipende allo stato attuale il 70% dei fabbisogni idropotabili dell'hinterland torinese, e l'esigenza di migliorare la qualità delle acque destinate al consumo umano, hanno ulteriormente evidenziato l'utilità potenziale del nuovo impianto di Combanera. L'invaso può fornire beneficio diretto a circa 1˙800˙000 abitanti, residenti nell'area su un territorio fortemente industrializzato, e beneficio indiretto a una fascia più estesa di Comuni nelle aree periferiche delle Province di Asti e Cuneo. Per quanto concerne il settore irriguo, il bacino d'utenza dell'invaso di Combanera andrà indicativamente a interessare l'area di pianura dei comprensori di irrigazione "Valli di Lanzo" e "Bassa Val di Susa - Val Sangone", i quali gestiscono una superficie irrigata totale di circa 23˙000 ha. Entrambi si caratterizzano in particolare, per una prevalente coltivazione a granoturco e tecniche di irrigazione a scorrimento.

Tabella 10.1: Scheda riassuntiva per l'invaso di Combanera.

Stura di Viù a Combanera		
Sezione di chiusura	Stretta di Combanera a valle dell'abitato di Viù	
Coordinate Sezione di chiusura		
	X	Y
UTM fuso 32	375072	5010573
Lat-Long	-	-
Caratteristiche tecniche della diga in progetto		
Tipologia	a gravità massiccia	
Materiale	conglomerato cementizio	
Altezza	93	m
Sviluppo al coronamento	370	m
Quota d'alveo alla sezione d'imposta	612	m s.m.m.
Quota di massimo invaso	705	m s.m.m.
Volume della diga	0.55	10^6 m^3
Capacità dell'invaso	50	10^6 m^3

10.2 L'invaso del Maira a Stroppo

Caratteristiche generali dell'impianto

L'invaso artificiale è situato nel bacino del Maira, corso d'acqua che accoglie a valle i contributi del Grana Mellea e confluisce nel fiume Po nei pressi di Lombriasco, nell'area di pianura Racconigese-Carmagnolese. Il distretto territoriale di pianura influenzato dall'intervento in progetto è parte significativa della Provincia di Cuneo, in sinistra Stura di Demonte, interessando l'hinterland delle città di Saluzzo, Savigliano e Fossano. La località in cui si colloca lo sbarramento si trova a valle dell'abitato di Stroppo, nel Comune di Macra, frazione Bedale.

L'opera di ritenuta è costituita da una diga di altezza 109 m e sviluppo al coronamento 240 m, a gravità massiccia, tracimabile, a pianta debolmente arcuata, realizzata in muratura di calcestruzzo, quota d'alveo alla sezione di imposta 889 m s.m.m. e quota di massimo invaso 886 m s.m.m.. La capacità dell'invaso è $22 \cdot 10^6$ m^3 (o di poco inferiore, secondo alcune opzioni progettuali). Secondo quanto riportato nel PTA il bacino idrografico sotteso ha un'estensione di 337 km^2. Lo schema idrico di adduzione primaria è costituito da impianto di potabilizzazione, adduttrice, serbatoio (20˙000 m^3) sito sulla collina di Busca e 2 direttrici fondamentali Busca-Saluzzo-Torre S.Giorgio e Villafalletto-Savigliano, con diramazioni per Fossano, Bra e Cavallermaggiore/Racconigi. L'impianto si completa con una centrale idroelettrica situata nel corpo diga (4.3 MW, 3 GWh/anno). La realizzazione del nuovo invaso artificiale comporta la variante del tracciato stradale della SS 22 della Val Maira per 7 km, lungo la valle principale e per i raccordi con le strade per Elva e Marmora. E' ipotizzabile un'alternativa progettuale

mirata alla riduzione dell'altezza dello sbarramento a 85 m sul fondovalle che prevede un volume di invaso di $20 \cdot 10^6$ m^3 circa.

Scopo dell'impianto e quadro dell'idroesigenza

L'invaso artificiale previsto a Stroppo ha scopi primari di approvvigionamento idropotabile dei centri abitati ricadenti nel bacino d'utenza a valle, con risorse di elevata qualità naturale, e finalità sostitutiva rispetto all'attuale situazione di predominanza delle fonti sotterranee con problemi di compromissione qualitativa, per una portata erogata di $0.5 - 1$ m^3/s. Inoltre, un esercizio ottimizzato dell'impianto consentirà:

- l'integrazione di soccorso dei sistemi irrigui nell'area pedemontana in destra e sinistra Maira, da Dronero a valle, che risentono di criticità quantitative particolarmente gravose durante il periodo estivo;

- un sistematico riequilibrio del bilancio idrico superficiale e sotterraneo, con particolare riguardo alla possibilità di introdurre l'applicazione del DMV per le utilizzazioni preesistenti, sia lungo il torrente Maira sia lungo il Varaita, così come funzioni di laminazione degli eventi di piena.

Marginalmente, le acque dell'invaso permetteranno di produrre energia idroelettrica in una centrale di piccola potenza ubicata nel corpo diga.

Relativamente al settore idropotabile della pianura Cuneese, si riscontrano carenze di tipo qualitativo e localizzazione puntuale e fitta delle fonti di prelievo, con prevalenza di approvvigionamenti integrativi da falda profonda. La dispersione delle fonti di prelievo e la disorganicità gestionale determinano un uso non razionale e affetto da sprechi. Il bacino di utenza idropotabile dell'impianto di Stroppo potrà estendersi alle basse Valli Maira e Varaita, incluse le aree del Buschese, Villafallettese, Saviglianese, Verzuolese e Saluzzese. L'uso prioritario idropotabile può fornire beneficio diretto a circa 120˙000 abitanti, solo nel suddetto bacino di utenza. Per quanto concerne il settore irriguo, il distretto servito andrà indicativamente a interessare i comprensori di irrigazione "Valle Maira", "Maira-Buschese-Villafallettese", "Saluzzese-Varaita" e "Saviglianese", e una superficie irrigabile di circa 18˙500 ha. Essi potranno affrontare un sistematico programma di razionalizzazione. Le utenze considerate significative per il bilancio idrico a scala di bacino sono rappresentate dai principali canali a scopo irriguo (can. La Presidenta, can. Loreto) che prelevano dal Maira e portano le acque fuori dal bacino, nei comprensori irrigui di pianura.

Tabella 10.2: Scheda riassuntiva per l'invaso di Stroppo.

Maira a Stroppo		
Sezione di chiusura	Comune di Macra, frazione Bedale, 1 km a valle dell'abitato di Stroppo	
Coordinate Sezione di chiusura		
	X	Y
UTM fuso 32	352365	4929488
Lat-Long	-	-
Caratteristiche tecniche della diga in progetto		
Tipologia	a gravità massiccia, tracimabile, a pianta lievemente arcuata	
Materiale	muratura di calcestruzzo	
Altezza	109	m
Sviluppo al coronamento	240	m
Quota d'alveo alla sezione d'imposta	850	m s.m.m.
Quota di massimo invaso	886	m s.m.m.
Volume della diga	-	10^6 m^3
Capacità dell'invaso	22	10^6 m^3

10.3 L'invaso dello Stura di Demonte a Moiola

Caratteristiche generali dell'impianto

L'invaso artificiale Moiola è situato nel bacino della Stura di Demonte, affluente di sinistra del Tanaro ad ovest rispetto alla Città di Cuneo. Il progetto originale prevede la realizzazione dell'invaso presso la sezione idrografica di Gaiola, in corrispondenza dell'altopiano e dell'omonima stretta. L'opera di ritenuta è costituita da una diga di altezza 75 m e quota di massimo invaso 724 m s.m.m., a gravità massiccia in conglomerato cementizio attraverso la gola rocciosa e materiale sciolto sull'altopiano (prolungamento). L'invaso ha capacità di $200 \cdot 10^6$ m^3. In alternativa, sono state avanzate ipotesi di sbarramento diverse, mirate alla riduzione del volume di invaso e dell'altezza della diga:

- sezione del Ponte Olla ($15 \cdot 10^6$ m^3);
- sezione Castelletto-Isola ($24 \cdot 10^6$ m^3);
- sovralzo traversa ENEL di Roccasparvera ($6 \cdot 10^6$ m^3).

Assumendo come ipotesi principale la soluzione originaria per $200 \cdot 10^6$ m^3, nel PTA viene suggerita un'ipotesi "in progress" del tipo:

- invaso per $50 - 60 \cdot 10^6$ m^3 corrispondente allo sbarramento della stretta di Moiola;

- vincolo di inedificabilità dell'altopiano e zona sommergibile, per futura eventualità di ampliamento (sovralzo e estensione laterale dell'opera di ritenuta a $200 \cdot 10^6$ m^3).

Lo schema idrico comprende una centralina idroelettrica posta a piede diga in grado di fornire una producibilità di 50 GWh/anno. A valle dello sbarramento, sempre secondo il progetto originario, si dipartono 2 grandi canali adduttori di media quota che percorrono trasversalmente la pianura pedemontana cuneese, alimentando l'intera rete irrigua esistente. In alternativa è ipotizzabile il rilascio in alveo delle portate regolate a sostegno delle prese irrigue esistenti.

Scopo dell'impianto e quadro dell'idroesigenza

L' invaso artificiale previsto a Moiola ha come scopi primari:

- l'integrazione dei sistemi irrigui di valle, particolarmente in condizioni siccitose;

- la produzione di energia idroelettrica.

Secondariamente, un esercizio ottimizzato dell'impianto consentirà un sistematico riequilibrio del bilancio idrico superficiale e sotterraneo, con particolare riguardo alla possibilità di introdurre l'applicazione del DMV (deflusso minimo vitale) per le utilizzazioni preesistenti. Sono inoltre previste funzioni di laminazione degli eventi di piena.

La pianura cuneese è moderatamente ricca di acque superficiali, la cui disponibilità è peraltro concentrata in periodi poco coerenti con le esigenze irrigue. Le aree coltivate sono estese e la disponibilità di acqua attuale non è sufficiente a irrigarle pienamente. L'intensivo sfruttamento delle falde sotterranee ha permesso che coltivazioni idroesigenti quali il mais e le colture da foraggio avessero una larga diffusione. Gravi carenze sono tuttavia segnalate in molte zone, e vi sono aree che non possono essere irrigate del tutto. Per quanto riguarda il settore irriguo, il bacino d'utenza dell'invaso di Moiola andrà ad interessare i comprensori "Destra Stura di Demonte", "Sinistra Stura di Demonte" e "Valle Gesso-Vermenagna-Cuneese-Bovesano", i quali gestiscono una superficie irrigata totale di circa 27˙000 ha, caratterizzata da coltivazioni a granoturco, foraggio e frutteti in presenza di tecniche di irrigazione a scorrimento. Le utenze considerate significative per il bilancio idrico a scala di bacino sono i principali canali che prelevano dalla Stura di Demonte e portano le acque fuori dal bacino nei comprensori irrigui della pianura cuneese.

Tabella 10.3: Scheda riassuntiva per l'invaso di Moiola. (1/3)

Stura di Demonte a Moiola (Alternativa 1)		
Sezione di chiusura	Stretta di Gaiola in corrispondenza dell'omonimo altipiano	
Coordinate Sezione di chiusura		
	X	Y
UTM fuso 32	373400	4909770
Lat-Long	-	-
Caratteristiche tecniche della diga in progetto		
Tipologia	a gravità massiccia	
Materiale	conglomerato cementizio e materiale sciolto	
Altezza	75	m
Sviluppo al coronamento	850	m
Quota d'alveo alla sezione d'imposta	649	m s.m.m.
Quota di massimo invaso	724	m s.m.m.
Volume della diga	12	10^6 m^3
Capacità dell'invaso	200	10^6 m^3

Tabella 10.3: Scheda riassuntiva per l'invaso di Moiola. (2/3)

Stura di Demonte a Moiola (Alternativa 2)		
Sezione di chiusura	Gaiola, sezione Castelletto-Isola	
Coordinate Sezione di chiusura		
	X	Y
UTM fuso 32	374673	4911422
Lat-Long	-	-
Caratteristiche tecniche della diga in progetto		
Tipologia	a gravità massiccia	
Materiale	conglomerato cementizio e materiale sciolto	
Altezza	-	m
Sviluppo al coronamento	-	m
Quota d'alveo alla sezione d'imposta	-	m s.m.m.
Quota di massimo invaso	-	m s.m.m.
Volume della diga	-	10^6 m^3
Capacità dell'invaso	24	10^6 m^3

Tabella 10.3: Scheda riassuntiva per l'invaso di Moiola. (3/3)

Stura di Demonte a Moiola (Alternativa 3)		
Sezione di chiusura	Gaiola, sovralzo traversa ENEL di Roccasparvera	
Coordinate Sezione di chiusura		
	X	Y
UTM fuso 32	375715	4910887
Lat-Long	-	-
Caratteristiche tecniche della diga in progetto		
Tipologia	a gravità massiccia	
Materiale	conglomerato cementizio e materiale sciolto	
Altezza	-	m
Sviluppo al coronamento	-	m
Quota d'alveo alla sezione d'imposta	-	m s.m.m.
Quota di massimo invaso	-	m s.m.m.
Volume della diga	-	10^6 m^3
Capacità dell'invaso	6	10^6 m^3

10.4 L'invaso del Mastallone a Cravagliana

Caratteristiche generali dell'impianto

L'invaso artificiale è situato nel bacino del Mastallone, corso d'acqua che confluisce nel Sesia, tributario di sinistra del fiume Po. La località, denominata "Due Ponti", si trova a valle dell'abitato di Cravagliana. L'opera di ritenuta è costituita da una diga di altezza 118 m e sviluppo al coronamento 394 m, ad arco semplice sottile, realizzata in conglomerato cementizio, quota d'alveo alla sezione di imposta 500 m s.m.m. e quota di massimo invaso 600 m s.m.m.. La capacità dell'invaso è $34 \cdot 10^6$ m^3. Il bacino idrografico sotteso ha un'estensione di 115 km^2.

L'impianto presenta una derivazione ausiliaria dal bacino del T.Bagnola costituita da 3 prese sul T.Bagnola (612 m s.m.m.), sul R.Varambello (612.5 m s.m.m.) e sul R.Nono 614 m s.m.m.) e un canale di adduzione in galleria (2 km) all'invaso. L'impianto si completa con la centrale idroelettrica al piede della diga (35 GWh/anno). La realizzazione del nuovo invaso artificiale comporta la variante del tracciato della strada provinciale Varallo-Fobello, per parte del tratto interessato dall'opera e alcuni tronchi di strada comunale di raccordo. L'invaso a uso multiplo consentirà l'attivazione di una rete di condotte adduttrici che andrebbero ad alimentare gli acquedotti dell'area piemontese orientale e della Lomellina lombarda, le cui strutture acquedottistiche e relative fonti denotano livelli di criticità. L'acquedotto risulta configurato nelle sue principali componenti: invaso sul T.Mastallone, condotta di adduzione (4 km) all'impianto di potabilizzazione di Varallo (2 m^3/s), sistema di condotte adduttrici a gravità (520 km) e 3 serbatoi di accumulo lungo il percorso (Prato Sesia, Casale Monferrato e Pecetto di Valenza per

30˙000 m^3).

Scopo dell'impianto e quadro dell'idroesigenza

L'invaso artificiale previsto a Cravagliana ha come scopi primari:

- approvvigionamento idropotabile con risorse di elevata qualità naturale (2 m^3/s);
- produzione di energia idroelettrica (35 GWh/anno);
- funzioni di laminazione degli eventi di piena (significativa riduzione delle piene su Mastallone e Sesia, al picco);
- integrazione di emergenza dei sistemi irrigui di valle.

Secondariamente, un esercizio ottimizzato dell'impianto consentirà un sistematico riequilibrio del bilancio idrico superficiale e sotterraneo, con particolare riguardo alla possibilità di introdurre l'applicazione del DMV al sistema delle utenze in atto.

La zona compresa tra la Dora Baltea e il Ticino è quella più ricca d'acqua dell'intero territorio regionale. Proprio l'abbondanza di acque ha infatti consentito una larga diffusione del riso, una delle colture più idroesigenti. Attualmente si è giunti ad uno stato di equilibrio per cui, in condizioni ordinarie, non vi sono né deficit né eccedenze. Si tratta comunque di un sistema che andrebbe in crisi qualora si presentassero eventi siccitosi (estate 2003) e in caso venissero applicate pienamente le normative sul DMV. Nell'ipotesi di estendere la rete di adduzione idropotabile fino all'area Tortonese e Alessandrina, l'impianto potrebbe alimentare gli acquedotti di 136 Comuni piemontesi nelle Province di Novara, Vercelli e Alessandria e 35 appartenenti alla Lombardia (Prov. di Pavia). Dal punto di vista irriguo, lo schema idrico del Mastallone andrebbe ad approvvigionare per soccorso il comprensorio di irrigazione "Pianura Novarese", caratterizzato da un'estensione nel territorio piemontese di 66˙000 ha. In base ad una stima dei fabbisogni irrigui lordi, determinati in base alla tipologia colturale e di metodo di irrigazione, la Pianura Novarese si attesta complessivamente intorno ai $1˙400 \cdot 10^6$ m^3 annui. La tipologia colturale predominante è il riso e di conseguenza il metodo irriguo prevalente è a sommersione. Sull'alto Sesia, interessato prevalentemente da impianti idroelettrici, non sono viceversa censiti prelievi dissipativi tali da alterare il bilancio idrico nella sezione di chiusura del bacino e quindi non si stimano deficit idrici sulle utenze. Se si considera invece il basso Sesia, a valle di Borgosesia, le utenze significative per le valutazioni di bilancio sono numerose e sono rappresentate dai principali canali a scopo irriguo che prelevano ingenti quantità di risorsa, fra cui il sistema della Roggia Mora-Busca-Biraga (a servizio del distretto irriguo piemontese Baltea- Sesia-Ticino).

Tabella 10.4: Scheda riassuntiva per l'invaso di Cravagliana.

Stura di Mastallone a Cravagliana		
Sezione di chiusura	Località "Due Ponti" a valle di Cravagliana	
Coordinate Sezione di chiusura		
	X	Y
UTM fuso 32	441152	5077676
Lat-Long	-	-
Caratteristiche tecniche della diga in progetto		
Tipologia	ad arco semplice sottile	
Materiale	conglomerato cementizio	
Altezza	118	m
Sviluppo al coronamento	394	m
Quota d'alveo alla sezione d'imposta	500	m s.m.m.
Quota di massimo invaso	600	m s.m.m.
Volume della diga	-	10^6 m^3
Capacità dell'invaso	34	10^6 m^3

10.5 L'invaso del Sessera a Miste

Caratteristiche generali dell'invaso

L'invaso artificiale è situato nel bacino del T.te Sessera, corso d'acqua che confluisce nel Sesia, tributario di sinistra del fiume Po, in posizione N-NE della città di Biella. La località è ubicata 300 m a valle della confluenza tra il T.te Tessera e il T.te Dolca, dove già attualmente sorge la diga delle Miste. L'opera di ritenuta è costituita da una diga di altezza 80 m e sviluppo al coronamento 160 m, ad arco-gravità, realizzata in conglomerato cementizio, quota d'alveo alla sezione di imposta 865 m s.m.m. e quota di massimo invaso 940 m s.m.m.. La capacità dell'invaso è $7.1 \cdot 10^6$ m^3. Il bacino idrografico sotteso ha un'estensione di 50.1 km^2.

L'impianto si completa con i seguenti schemi funzionali:

- centrale idroelettrica Piancone I, alimentata dall'invaso, 8 km a valle;
- condotta, parzialmente in galleria, ad uso irriguo e idroelettrico di adduzione dalla centrale idroelettrica Piancone II (0.8 MW, 3 GWh/anno) all'invaso Ravasanella (19.2 km);
- centrale idroelettrica Ravasanella 2 (1.4 MW, 2.4 GWh/anno);
- condotta ad uso potabile per gli insediamenti della Val Sessera (11 km), con relativo potabilizzatore a monte di Coggiola (0.06 m^3/s);
- condotta ad uso irriguo e idroelettrico di adduzione dall'invaso Ravasanella alla roggia Marchionale in loc. Pavona a Rovasenda (10.8 km) con annessa nuova centrale idroelettrica (3.5 MW, 12.6 GWh/anno);

- galleria ad uso misto industriale e potabile dall'invaso Sessera all'invaso Camandona sul T.te Strona (7.1 km) e alla città di Biella (6 km).

Scopo dell'impianto e quadro dell'idroesigenza

L'invaso artificiale previsto a Miste (alternativo a quello sul Mastallone) ha come scopi primari:

- integrazione dei sistemi irrigui del distretto Sesia-Cervo (1.5 m^3/s nel periodo aprile - agosto, con punte fino a 2.5 m^3/s);

- produzione di energia idroelettrica (18 GWh/anno);

- approvvigionamento continuativo idropotabile con risorse di elevata qualità naturale dell'acquedotto di Biella (0.12 m^3/s), degli insediamenti in Val Sessera fino a Borgosesia (0.06 m^3/s) e dell'acquedotto della Baraggia (0.03 m^3/s);

- approvvigionamento continuativo ad uso industriale delle Valli Strona (0.1 m^3/s) e Sessera (0.08 m^3/s).

Secondariamente, un esercizio ottimizzato dell'impianto consentirà un sistematico riequilibrio del bilancio idrico superficiale e sotterraneo, con particolare riguardo alla possibilità di introdurre l'applicazione del DMV per le utilizzazioni preesistenti, così come funzioni di laminazione degli eventi di piena.

Il bacino d'utenza dell'invaso Sessera andrà a interessare l'area Sesia-Cervo del comprensorio di irrigazione "Pianura Vercellese-Baraggia", delimitata a nord dall'ex S.S. Gattinara-Cossato, a ovest dal T.te Cervo, a est dal F. Sesia e a sud dal Canale Cavour, che di fatto individua la porzione di pianura vercellese a quota tale da non potersi rifornire dal C.Cavour, per una superficie territoriale di circa 17˙400 ha. Come tutto il comprensorio di cui fa parte, l'area Sesia-Cervo si caratterizza per una prevalente coltivazione a riso e irrigazione a sommersione. La zona Sesia-Cervo risulta sprovvista della dotazione irrigua necessaria all'ottimale sviluppo agricolocolturale in forma parziale o ciclica ogni anno, con situazioni di criticità una/due volte al decennio. La criticità cui si fa riferimento, nel caso della risicoltura, risulta accentuata in occasione della siccità del F. Sesia all'avvio della sommersione (prima metà di aprile), all'epoca del diserbo (prima metà di maggio) e durante la germogliazione della pannocchia (prima metà di luglio). Studi agronomici confluiti nel Piano Generale di Bonifica indicano in 7 m^3/s la dotazione irrigua continua necessaria al comprensorio in esame.

Tabella 10.5: Scheda riassuntiva per l'invaso di Miste.

Sessera a Miste		
Sezione di chiusura	300 m a valle della confluenza tra Sessera e Dolca dove già sorge la diga	
Coordinate Sezione di chiusura		
	X	Y
UTM fuso 32	429242	5061491
Lat-Long	-	-
Caratteristiche tecniche della diga in progetto		
Tipologia	ad arco-gravità	
Materiale	conglomerato cementizio	
Altezza	80	m
Sviluppo al coronamento	160	m
Quota d'alveo alla sezione d'imposta	865	m s.m.m.
Quota di massimo invaso	940	m s.m.m.
Volume della diga	-	10^6 m^3
Capacità dell'invaso	7.1	10^6 m^3

10.6 L'invaso dell'Orba ad Ortiglieto

Caratteristiche generali dell'invaso

L'intervento in progetto è relativo alla ristrutturazione dell' impianto esistente, dismesso nel 1935 a seguito di una tragica tracimazione verificatosi in corso di piena, per insufficienza degli organi di scarico della diga. L'intervento prevede consistenti interventi di ricostruzione del coronamento e naturalmente delle opere di sfioro. L'invaso artificiale è situato nel bacino dell'Orba, affluente del Tanaro, in località Ortiglieto nel Comune di Molare. La capacità dell'invaso è $18.3 \cdot 10^6$ m^3 e il bacino idrografico sotteso ha un'estensione di 141 km^2.

Scopo dell'impianto e quadro dell'idroesigenza

L'invaso artificiale previsto ad Ortiglieto ha come scopi primari:

- fornitura di risorsa integrativa per usi irrigui;
- produzione di energia idroelettrica.

Secondariamente, un esercizio ottimizzato dell'impianto consentirà un sistematico riequilibrio del bilancio idrico superficiale e sotterraneo, con particolare riguardo alla possibilità di introdurre l'applicazione del DMV per le utilizzazioni preesistenti, così come funzioni di laminazione degli eventi di piena.

La pianura alessandrina è povera di acque superficiali e buona parte dell'irrigazione viene realizzata con l'utilizzo intensivo delle acque sotterranee. Inoltre, le acque superficiali presen-

ti (Bormida) sono scadenti dal punto di vista qualitativo. Hanno larga diffusione le colture poco idroesigenti (cereali). L'area interessata dall'intervento è rappresentata dal territorio che si estende da Molare-Ovada a Capriata d'Orba (Prov. di Alessandria); in particolare la vallata dell'Orba e l'area individuata dai centri di Rocca Grimalda, Silvano d'Orba e Predosa. A scopo irriguo, lo schema idrico andrebbe ad approvvigionare il comprensorio di irrigazione DestraBormida, caratterizzato da un'estensione di 3˙000 ha solo nel territorio piemontese. In base a una stima dei fabbisogni irrigui lordi, determinati in base alla tipologia colturale e di metodo di irrigazione, la Pianura Alessandrina si attesta complessivamente intorno ai $39 \cdot 10^6$ m^3 annui. Esso si caratterizza per una prevalente coltivazione a granoturco e per una tipologia di irrigazione a scorrimento.

Tabella 10.6: Scheda riassuntiva per l'invaso di Ortiglieto.

Orba ad Ortiglieto		
Sezione di chiusura	Vecchia diga inutilizzata in località Ortiglieto, comune di Molare	
Coordinate Sezione di chiusura		
	X	Y
UTM fuso 32	469099	4935586
Lat-Long	-	-
Caratteristiche tecniche della diga in progetto		
Tipologia	a gravità massiccia	
Materiale	conglomerato cementizio	
Altezza	50	m
Sviluppo al coronamento	200	m
Quota d'alveo alla sezione d'imposta	231	m s.m.m.
Quota di massimo invaso	281	m s.m.m.
Volume della diga	-	10^6 m^3
Capacità dell'invaso	18.3	10^6 m^3

Capitolo 11

Grandezze di riferimento

L'analisi di frequenza regionale sviluppata in questo lavoro ha permesso di ottenere modelli regionali per la stima dei deflussi in sezioni non monitorate, quali quelle delle dighe in progetto. Tali modelli fanno uso di grandezze morfoclimatiche facilmente ottenibili per qualsiasi bacino. In questo capitolo si spiega come queste grandezze (e altre, utili alla caratterizzazione dei bacini e degli invasi) sono state ottenute. Il Paragrafo 11.1 descrive le modalità con cui si sono calcolate le grandezze morfometriche dei bacini idrografici a partire dal modello digitale del terreno (DTM). Le grandezze climatiche sono state invece calcolate come descritto nel Paragrafo 11.2.

Il Paragrafo 11.3 è dedicato alla stima delle curve caratteristiche degli invasi, che mettono in relazione il livello di invaso con il volume invasato e la superficie del lago artificiale. Nel Paragrafo 11.4, infine, si spiega come si sono stimati in prima approssimazione i fabbisogni a valle delle dighe.

11.1 Grandezze morfometriche dei bacini

In aggiunta alle informazioni sugli invasi reperite sul Piano di Tutela, si sono calcolate alcune grandezze morfometriche dei bacini sottesi dalle dighe in progetto (Figura 11.1) da un Modello Digitale del Terreno a maglia quadrata di lato 250 m secondo una procedura espressamente messa a punto e documentata da Viglione (2003).

Lo studio dei caratteri morfometrici dei corsi d'acqua ha ricevuto sempre più impulso dalla riconosciuta possibilità di mettere in relazione i suddetti caratteri con i processi idrologici a scala di bacino. Oltre alle tecniche di regionalizzazione di cui ci si occupa in questo lavoro, anche i modelli idrologici, che si fondano sulla possibilità di ricostruire la risposta idrologica di bacino (formazione dei deflussi), operano sulla base del legame che intercorre tra la suddetta risposta ed alcuni indici caratterizzanti il bacino stesso. Tra questi sono da considerarsi fondamentali gli indici morfologici, ovvero funzioni che forniscono indicazioni sintetiche sulle forme del bacino e

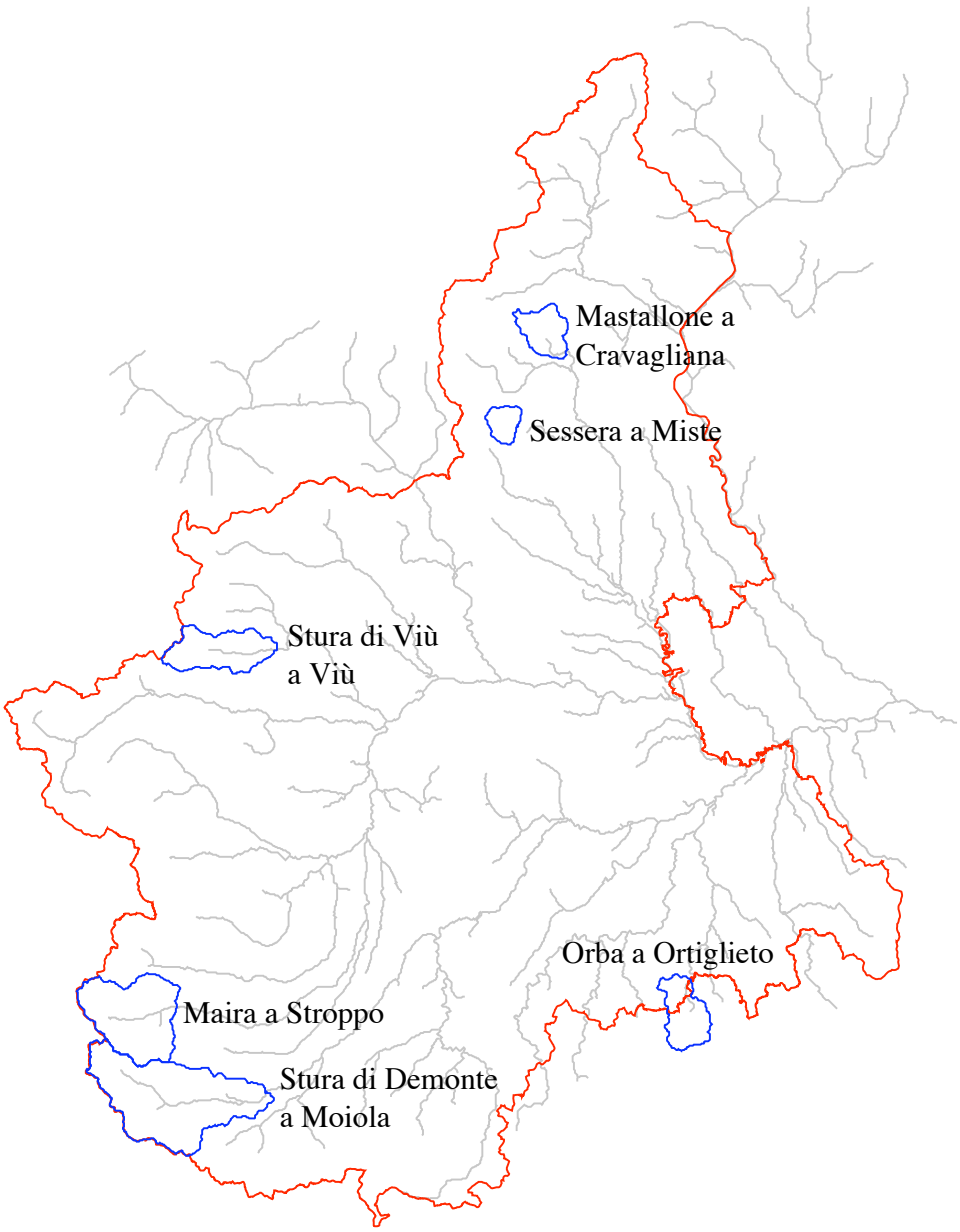


Figura 11.1: Bacini sottesi dagli invasi in progetto.

del suo reticolo idrografico. Il "bacino idrografico" o "imbrifero" è la porzione di territorio che raccoglie tutte le acque che, scorrendo sempre in superficie, defluiscono attraverso la sezione di chiusura. Questa definizione è valida se non consideriamo il deflusso sotterraneo delle acque. Con "linea di spartiacque superficiale" si intende quindi quella linea che delimita il luogo di punti da cui hanno origine linee di massima pendenza che finiscono tutte col raggiungere la sezione di

chiusura. Il tracciamento di queste linee risulta più agevole per bacini di montagna e più difficile per bacini pianeggianti.

Viglione (2003) ha messo a punto una procedura per il calcolo automatico di numerosi parametri morfologici del bacino e del reticolo di drenaggio a partire dal DEM. La procedura è basata sul sistema GIS "GRASS", integrato con le librerie "Fluidturtle" sviluppate dal team di R.Rigon (2002) dell'Università di Trento, ed alcuni ambienti di calcolo quali "R" ed "Octave".

Gli algoritmi descritti in Viglione (2003) sono stati successivamente integrati e modificati. Nel seguito si dà una breve descrizione dei parametri di bacino presi in considerazione specificando sinteticamente il modo in cui sono stati calcolati a partire dal DEM:

- **Area del bacino**. Prodotto dell'area di ogni cella (maglia del DEM) per il numero di celle ricadenti nel bacino.

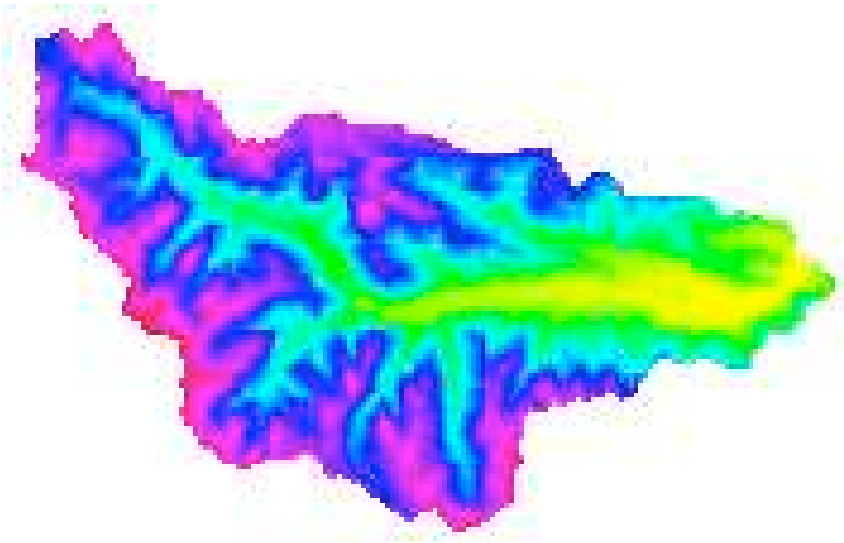


Figura 11.2: Bacino dello Stura di Demonte a Moiola ricavato dal Modello Digitale del Terreno amaglia quadrata di lato 250 m.

- **Baricentro del bacino**. Coordinate del pixel più vicino al baricentro geometrico della figura risultante dalla proiezione del bacino sul piano.

- **Perimetro del bacino**. Lunghezza del contorno della figura risultante dalla proiezione del bacino sul piano.

- **Quote caratteristiche del bacino**. Quota massima, minima e media del bacino. Per le prime due si individuano il pixel più elevato e quello più depresso del DEM (in questo

caso il pixel è quello corrispondente alla sezione di chiusura), per la terza si fa la media aritmetica delle quote di tutti i pixel appartenenti al bacino.

- **Percentuale d'area a quota superiore ai 2000** m s.m.m.. Rapporto dell'area posta a quota superiore ai 2000 m sull'area totale del bacino.

- **Rettangolo contenente il bacino**. Coordinate dei vertici N, W, E, S del rettangolo contenente il bacino nella sua interezza.

- **Lunghezza del vettore di orientamento**. Segmento che unisce il baricentro del bacino alla sezione di chiusura.

- **Orientamento prevalente**. Angolo formato dal vettore di orientamento e la direzione Nord-Sud. Lo 0 corrispondente al Nord e la misura avviene in senso orario. Dall'orientamento prevalente si possono trarre informazioni sulla diversità delle altezze di pioggia nei vari bacini. Esiste infatti una ideale direttrice preferenziale che dalla valle Scrivia si prolunga fino alla valle d'Ossola e lungo la quale si muovono le correnti mediterranee. Agli estremi di detta direttrice in corrispondenza dei rilievi montuosi si riscontrano i massimi valori annui di precipitazione. In entrambe le zone della valle Scrivia e dell'Ossola si accentrano pure le precipitazioni di massima intensità che hanno luogo qualora le perturbazioni alimentate delle correnti mediterranee di aria calda e umida assumono carattere ciclonico e stazionario essendo ostacolate nel loro moto verso levante dalla presenza di un anticiclone, posto sull'Europa orientale. Minor piovosità si riscontra in tutte le valli alpine, che disposte lungo la direzione dei paralleli offrono con i loro rilievi un naturale ostacolo alle perturbazioni provenienti da sud.

- **Pendenza media del bacino** calcolata con due procedure:

  1. media dei valori di pendenza associati ad ogni pixel (Figura 11.3). L'algoritmo usato per il calcolo della pendenza prende in considerazione la matrice 3×3 che racchiude ogni cella del DEM. Si calcola il salto tra ogni pixel e i punti adiacenti posti più in basso e si divide il risultato per la lunghezza del lato del pixel o la lunghezza della diagonale a seconda della posizione reciproca tra i punti. Il valore maggiore corrisponde alla pendenza calcolata;

  2. angolo, in percentuale, alla base del triangolo rettangolo che ha per base la radice quadrata dell'area del bacino e per altezza il doppio dell'altitudine mediana relativa (rispetto a quella della sezione di chiusura) del bacino. In sostanza tale pendenza è

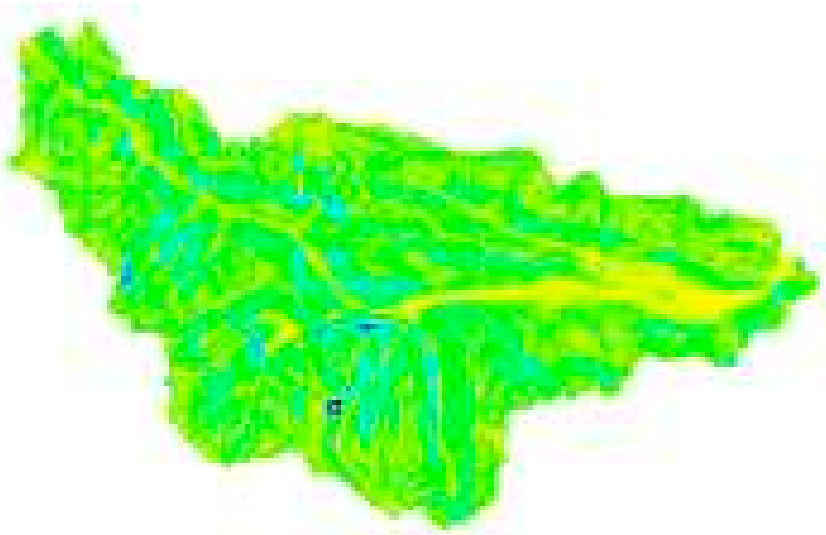


Figura 11.3: Pendenza di ogni pixel del bacino dello Stura di Demonte a Moiola.

calcolata rispetto ad un bacino di forma quadrata equivalente a quello reale, e non tiene conto dell'effettiva forma del bacino, che può essere più o meno allungata.

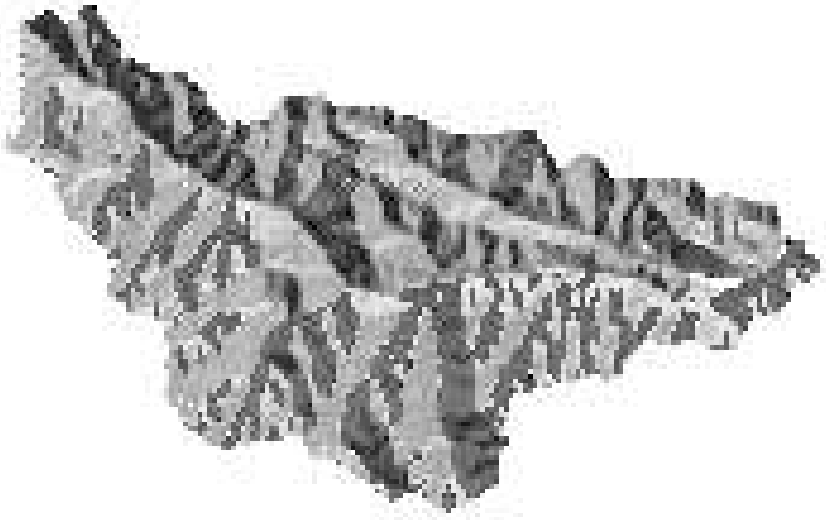


Figura 11.4: Aspect di ogni pixel del bacino dello Stura di Demonte a Moiola.

- **Aspect medio del bacino**. Media geometrica (vettoriale) degli angoli di esposizione

delle celle sul piano orizzontale (Figura 11.4). E' espressa in gradi secondo la seguente convenzione: Nord = 0 e valori positivi per rotazioni in senso orario.

- **Curva ipsografica**. Tale curva fornisce la distribuzione delle superfici in relazione alle rispettive quote. Ogni punto della curva ipsografica ha come ordinata un valore di quota e come ascissa la percentuale di superficie del bacino posta al di sopra della quota considerata. La curva è rappresentata tramite le quote corrispondenti a fissate percentuali di area poste al di sopra della data quota (2.5%, 5%, 10%, 25%, 50%, 75%, 90%, 95%, 97.5%).

I parametri di cui si è parlato finora prescindono dall'individuazione del reticolo idrografico. Il reticolo viene estratto dal DEM seguendo due semplici regole: un pixel appartiene al reticolo se l'area contribuente associata è maggiore di 1 km^2; un'asta appartiene al reticolo se è formata da più di un pixel. I parametri descritti in seguito sono calcolati sul reticolo così ottenuto:

- **Lunghezza dell'asta principale**. La più lunga asta del reticolo, ovvero la successione più lunga di segmenti che congiungono una sorgente alla sezione di chiusura del bacino. Con sorgenti si indicano quei punti della rete idrografica posti alle estremità di monte da cui il reticolo stesso ha origine.

- **Longest Drainage Path**. Percorso tra la sezione di chiusura ed il punto più lontano da essa, sul bordo del bacino, seguendo le direzioni di drenaggio. Esso coincide per la maggior parte del suo percorso con l'asta principale salvo arrivare ai limiti del bacino mentre quest'ultima ha la sorgente più a valle.

- **Pendenza media del Longest Drainage Path**. Media delle pendenze associate ad ogni pixel del Longest Drainage Path (LDP).

- **Fattori di forma**

  - *Rapporto di circolarità*: rapporto tra l'area del bacino e l'area del cerchio avente lo stesso perimetro del bacino:

    $$R_c = \frac{A}{A_0} = \frac{4\pi A}{P^2} \ . \tag{11.1}$$

  - *Rapporto di allungamento*: rapporto tra il diametro del cerchio di eguale area del bacino e la lunghezza dell'asta principale (in realtà al posto di quest'ultima si è usata la lunghezza del LDP che è unica, a prescindere dal criterio di individuazione del reticolo):

    $$R_{\mathrm{al}} = \frac{d_{\text{cerchio equivalente}}}{L_{\text{asta principale}}} = \frac{2\sqrt{A/\pi}}{L_{\text{asta principale}}} \ . \tag{11.2}$$

– *Coefficiente di compattezza*: rapporto tra il perimetro del bacino ed il diametro del cerchio avente la stessa area del bacino:

$$C_{\text{comp}} = \frac{P}{d_{\text{cerchio equivalente}}} = \frac{P}{2\sqrt{A/\pi}} \ . \tag{11.3}$$

– *Fattore di forma*: rapporto tra l'area del bacino e il quadrato della lunghezza dell'asta principale (alla quale si è preferito, anche in questo caso, il LDP):

$$F_{\text{f}} = \frac{A}{L^2_{\text{asta principale}}} \ . \tag{11.4}$$

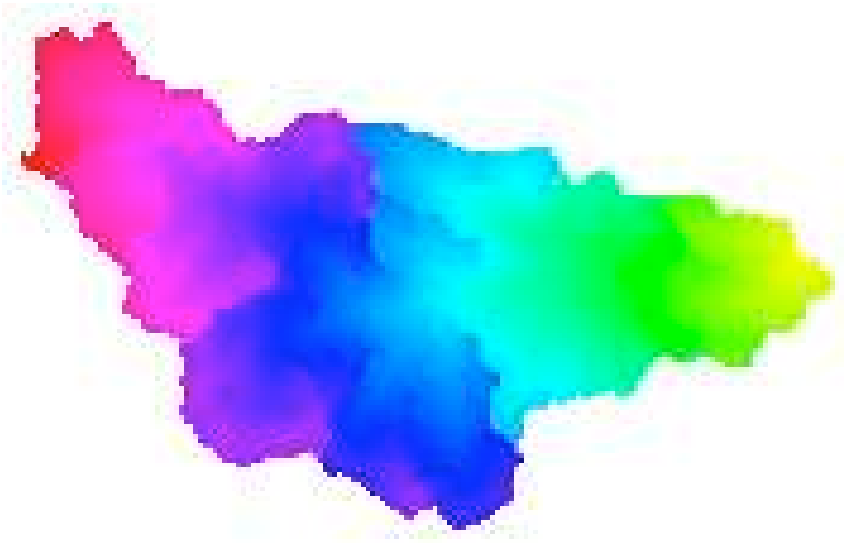


Figura 11.5: Funzione di ampiezza del bacino dello Stura di Demonte a Moiola.

- **Funzione di ampiezza**. Quella qui calcolata è definita come numero di pixel avente egual distanza metrica dalla sezione di chiusura misurata seguendo le direzioni di drenaggio (Figura 11.5). Come sintesi se ne sono calcolati i primi 4 momenti statistici (media, varianza, skewness, kurtosis) e i percentili, ovvero la percentuale di pixel entro una certa distanza dalla sezione di chiusura (5%, 15%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 85%, 95%).

- **Lunghezza media dei versanti**. Media delle distanze, misurate seguendo le direzioni di drenaggio, di tutti i pixel non appartenenti al reticolo, dal primo pixel del reticolo in cui drenano (Figura 11.6).

- **Magnitudine**. Numero complessivo delle sorgenti del reticolo drenante il bacino (in Figura 11.7 tutte le aste del reticolo sono distinte da un diverso valore di magnitudine).

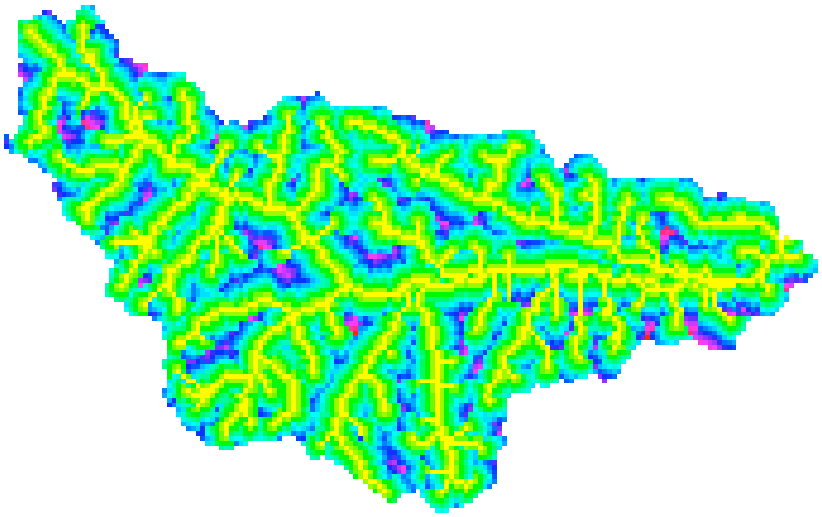


Figura 11.6: Lunghezza dei versanti del bacino dello Stura di Demonte a Moiola.

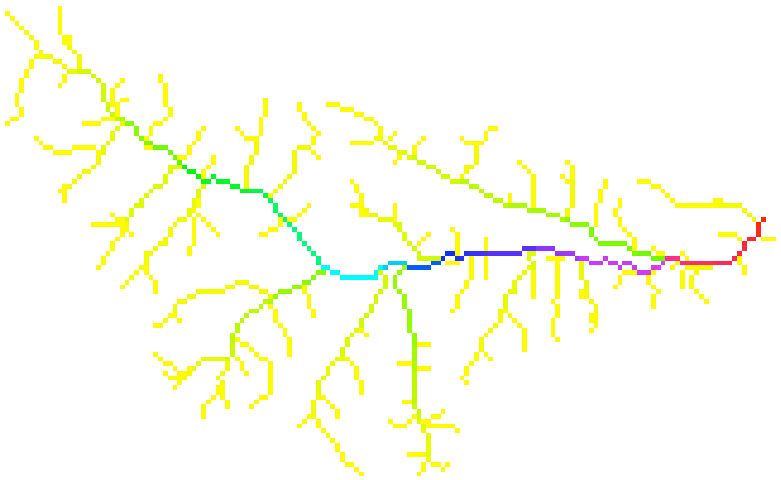


Figura 11.7: Magnitudine delle aste del reticolo del bacino dello Stura di Demonte a Moiola.

- **Diametro topologico**. Numero di segmenti (link) che formano l'asta principale. Indica evidentemente il numero delle confluenze rilevate sull'asta principale.
- **Numerazione di Horton-Strahler**. Numero di aste, loro lunghezza media, area contribuente e pendenza media (dove ogni pendenza è calcolata come rapporto tra il dislivello

fra gli estremi e la lunghezza del segmento) corrispondenti ad ogni classe di Horton (Figura 11.8).

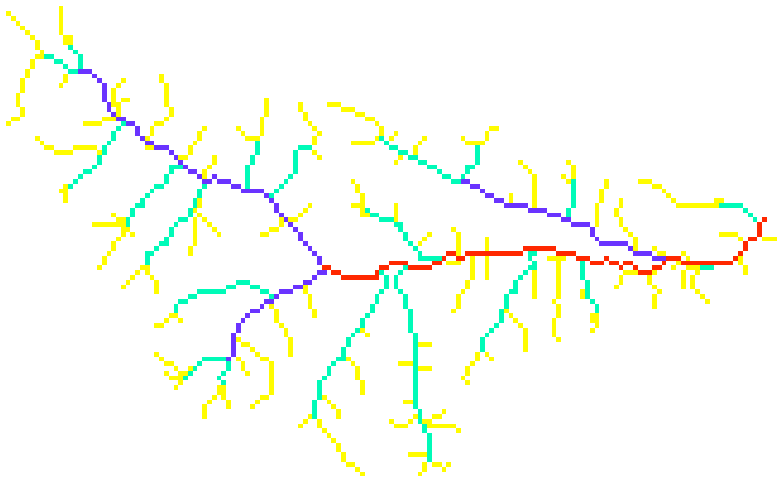


Figura 11.8: Suddivisione nelle classi di Horton-Strahler delle aste del reticolo del bacino dello Stura di Demonte a Moiola.

- **Rapporti di Horton**. Pendenza della retta interpolante i punti che hanno per coordinate l'ordine e la grandezza in esame (numero di aste, area media, lunghezza media, pendenza media) in un diagramma semilogaritmico. La retta è ottenuta con il metodo dei minimi quadrati. Il calcolo non viene eseguito su bacini aventi ordine massimo inferiore a 3.

- **Lunghezza complessiva del reticolo**. Lunghezza del totale del reticolo idrografico.

- **Densità di drenaggio**. Rapporto tra la lunghezza complessiva del reticolo e l'area del bacino. Essa ha generalmente valori molto alti nelle aree interessate dalla presenza di terreni impermeabili, perché su essi il reticolo idrografico si presenta molto ramificato, e, viceversa, molto contenuti per le aree in cui ricadono terreni permeabili. La densità di drenaggio diminuisce all'aumentare del grado di copertura vegetale del bacino idrografico, perché il processo di infiltrazione nel suolo risulta favorito rispetto al deflusso superficiale e il reticolo idrografico si presenta sempre meno ramificato. La densità di drenaggio è anche un indicatore dello stadio evolutivo della rete idrografica, dato che i fenomeni di erosione e trasporto che avvengono sia all'interno dei cavi fluviali sia sui versanti condizionano lo sviluppo planimetrico dei canali. Molto più che per le altre variabili morfometriche

Tabella 11.1: Parametri morfometrici dei bacini sottesi alle dighe in progetto calcolati a partire dal Modello Digitale del Terreno a maglia quadrata di lato 250 m (1/2).

		Moiola	**Stroppo**	**Combanera**	**Cravagliana**	**Miste**	**Ortiglieto**
Area	km^2	558.5	331.1	213.9	115.7	51.5	138.4
Perimetro	km	131.5	85	79.1	50.6	29.7	58.5
X baricentro	m	351384	342634	363384	436634	426634	467884
Y baricentro	m	4908709	4927459	5009959	5082709	5061959	4928209
Rettangolo contenente bacino							
X min	m	332009	329759	349009	428759	422509	461509
X max	m	374259	353009	376759	444009	430509	473759
Y min	m	4895834	4916084	5004334	5076834	5057334	4919584
Y max	m	4922084	4937084	5016084	5089084	5065834	4936834
Quota max	m s.m.m.	3980	3250	3526	2462	2427	1265
Quota min	m s.m.m.	704	912	7	584	978	292
Quota media	m s.m.m.	1817	2045	1814	1393	1486	689
Curva ipsografica							
2.5%	m s.m.m.	2650	2826	3088	2175	2151	1140
5%	m s.m.m.	2572	2740	2939	2075	2027	1065
10%	m s.m.m.	2462	2631	2758	1945	1900	10
25%	m s.m.m.	2249	2395	2275	1698	1670	838
50%	m s.m.m.	1898	2078	1759	1380	1467	662
75%	m s.m.m.	1417	1703	1286	1083	1252	527
90%	m s.m.m.	10	1404	994	866	1118	434
95%	m s.m.m.	832	1237	878	746	1045	4
97.5%	m s.m.m.	754	1140	785	649	998	358
Lunghezza asta principale	km	52.5	28.1	30.3	19.7	8.3	22.1
Longest Drainage Path							
Lunghezza	km	54.2	29.4	31.4	21.2	11.4	23.4
Pendenza media	%	12.1	17.3	17.7	23.8	22.7	8.7
Vettore orientamento							
Lunghezza	km	21.5	10	12	7.1	3.0	7.3
Orientamento	° dal Nord	86	78	87	136	97	14
Pendenza media							
Metodo 1	%	41.4	40.2	43.1	43.8	37.3	17
Metodo 2	%	10.1	12.8	14.5	14.8	13.6	6.3
Aspect medio	° dal Nord	68	302	280	332	289	1
Fattori di forma							
Rapporto di circolarità		0.410	0.580	0.430	0.570	0.73	0.510
Rapporto di allungamento		0.490	0.7	0.530	0.570	0.71	0.570
Coefficiente di compattezza		4.930	4.140	4.790	4.170	3.67	4.410
Fattore di forma		0.190	0.380	0.220	0.260	0.39	0.250

ricavate, la densità di drenaggio determinata automaticamente deve essere utilizzata solo per il confronto con valori determinati allo stesso modo, in quanto è estremamente legata alla risoluzione del DEM ed ai criteri utilizzati per definire il reticolo idrografico.

I parametri morfometrici sopra elencati sono stati calcolati per i bacini sottesi agli invasi in progetto. I risultati ottenuti sono stati rappresentati in Tabella 11.1.

Tabella 11.1: Parametri morfometrici dei bacini sottesi alle dighe in progetto calcolati a partiredal Modello Digitale del Terreno a maglia quadrata di lato 250 m (2/2).

		Moiola	**Stroppo**	**Combanera**	**Cravagliana**	**Miste**	**Ortiglieto**
Funzione di ampiezza							
Media	m	28933	15177	15105	12474	5454	12162
Varianza	m^2	157169507	38890046	62296281	27857165	6423130	33696688
Skewness		−0.312	0.048	0.172	−0.533	0.322	−0.053
Kurtosis		2.264	2.470	1.929	2.133	2.547	1.931
5%	m	5932	4621	3414	2914	1457	2561
15%	m	14718	8682	6432	5371	2871	5578
30%	m	22296	11596	9536	9803	3975	8303
40%	m	26314	132	11846	12218	4621	10157
50%	m	30746	15010	14450	13882	5182	12114
60%	m	33874	16925	16907	15089	5828	14278
70%	m	36971	18632	20675	16235	6725	16028
85%	m	42713	21735	24442	17753	8182	19046
95%	m	47645	26314	28521	19314	10096	20960
Lunghezza media dei versanti	m	717	745	721	638	666	610
Magnitudine		99	64	50	18	10	32
Diametro topologico		40	23	27	10	6	18
Numero di aste per ordine di Horton							
1°		99	64	50	18	10	32
2°		20	14	9	7	2	7
3°		3	3	3	2	1	2
4°		1	1	1	1		1
Lunghezza media delle aste di ordine di Horton							
1°	m	1405	1345	1212	1410	1161	1425
2°	m	4010	3082	1753	2851	5548	2638
3°	m	12640	9901	5030	1561	-	7066
4°	m	27107	3914	172	10157		4578
Area contribuente media ai vertici delle aste di ordine di Horton							
1°	km^2	3.1	3.1	2.6	3.3	3.0	2.7
2°	km^2	17.4	17.3	10.9	13.3	25.5	13.1
3°	km^2	108.6	103.9	31.3	33.6	51.5	54.4
4°	km^2	558.5	331.1	213.9	115.7		138.4
Pendenza media delle aste di ordine di Horton							
1°	%	25.2	25	27.3	19.5	19.3	7.2
2°	%	13	20.3	21.9	7.4	4.8	5.5
3°	%	5.3	4.9	9.6	8.8	-	1.9
4°	%	1	2.4	3.4	2.5		0.9
Rapporti di Horton							
Rb		5.740	4.620	4.080	3	5.00	4
Rl		3	2.710	2.040	1.050	4.78	2.230
Ra		5.940	5.770	3.440	3.180	8.59	4.450
Rs		2.180	2.260	1.690	1.490	4.03	1.950
Lunghezza totale del reticolo	km	284	163	109	59	23	83
Densità di drenaggio	km/km^2	0.510	0.490	0.510	0.510	0.44	0.6

11.2 Grandezze climatiche dei bacini

11.2.1 Afflusso medio annuo sui bacini

Per quanto riguarda gli afflussi medi annui sui bacini si è utilizzata la metodologia dei poligoni di Thiessen considerando i dati disponibili nel CD Precipitazioni e Temperature (Regione Piemonte, 1998) (si veda Figura 11.9 per la cartografia dei pluviometri). Si è deciso di non pesare i topoieti con la quota perché non è stata riscontrata una relazione significativa con l'afflusso medio annuo, sia a scala regionale che a scala di bacino. Per ogni caso sono stati considerati tutti i pluviometri i cui topoieti ricoprissero il bacino (vedi Tabella 11.2 e Figura 11.10). La media degli afflussi ai bacini è stata calcolata come media pesata degli afflussi medi alle stazioni dove come peso si è considerata la percentuale d'area ricoperta dai topoieti.

Per il bacino dello Stura di Demonte a Moiola, data la sua quasi-congruenza con quello chiuso a Gaiola, si è utilizzato il dato di afflusso medio della Pubblicazione 17 (considerato per gli anni corrispondenti alla serie dei deflussi: 1935-1944, 1958-1965), integrato con i dati riportati sugli annali fino al 1985, ottenendo un deflusso medio di 1169 mm.

Tabella 11.2: Calcolo dell'afflusso medio annuo sui bacini sottesi dagli invasi in progetto: si sono indicate le stazioni pluviometriche utilizzate, l'area dei corrispettivi topoieti, il peso attribuito ad ognuna (in [%]), il numero di anni di osservazione (n) e la media degli afflussi annui (1/2).

Viù a Combanera					
codice		area [km^2]	% d'area	n	A_m [mm]
12017	MALCIAUSSIA	37.0	20	38	1142
12014	LAGO DIETRO LA TORRE	22.8	12	39	1223
12013	LAGO DELLA ROSSA	4.5	2	41	1146
12020	USSEGLIO	39.5	21	71	1146
12016	LEMIE	45.9	24	48	1287
5016	MOCCHIE	1.7	1	18	927
12005	BERTESSENO	4.2	2	11	1505
12024	VIU	28.5	15	54	1376
12018	MARTASSINA	1.4	1	19	1388
12001	ALA DI STURA	2.1	1	43	1372
A_m = 1234 mm					
Maira a Stroppo					
codice		area [km^2]	% d'area	n	A_m [mm]
6008	CHIAPPERA	69.2	21	16	1214
6002	ACCEGLIO SARETTO	34.0	10	56	964
13034	COLLE MADDALENA	0.7	0	12	838
16004	CELLE BELLINO	18.3	6	30	1027
16002	CASTELDELFINO	8.7	3	59	869
6016	S.MICHELE PRAZZO	53.8	16	16	913
6018	STROPPO	32.4	10	56	936
6021	PREIT	63.6	19	8	997
6011	MARMORA	30.6	9	34	982
13003	ARGENTERA	12.9	4	14	1130
13077	PIETRAPORZIO	3.6	1	59	965
13097	SAMBUCO	2.9	1	14	1180
A_m = 1023 mm					

Tabella 11.2: Calcolo dell'afflusso medio annuo sui bacini sottesi dagli invasi in progetto: si sono indicate le stazioni pluviometriche utilizzate, l'area dei corrispettivi topoieti, il peso attribuito ad ognuna (in [%]), il numero di anni di osservazione (n) e la media degli afflussi annui (2/2).

Mastallone a Cravagliana					
codice		area [km^2]	% d'area	n	A_m [mm]
11045	SABBIA	18.2	18	44	2074
11059	VOCCA	4.1	4	24	2167
11019	FOBELLO	34.5	35	57	1788
11039	RIMELLA	31.7	32	19	2044
15013	CAMPELLO MONTI	5.5	6	23	2211
11013	CARCOFORO-FERRATE	5.5	6	56	1720
11007	BOCCIOLETO	0.3	0	54	1794
$A_m = 1957$ mm					
Sessera a Miste					
codice		area [km^2]	% d'area	n	A_m [mm]
11032	PIANA DI RASSA	0.4	1	18	1673
11035	QUARE	14.5	28	7	1615
11049	SCOPA	0.2	0	27	2060
11016	COGGIOLA	0.8	2	34	1789
11100	TRIVERO	0.3	1	20	1702
11033	PIEDICAVALLO	6.4	12	59	1735
11012	CAMPIGLIA CERVO	3.3	6	17	2142
11062	BIELMONTE	25.7	50	7	1529
$A_m = 1626$ mm					
Orba a Ortiglieto					
codice		area [km^2]	% d'area	n	A_m [mm]
2035	PIAMPALUDO	40.4	30	48	1737
2044	URBE	32.8	25	19	1652
2026	MASONE	2.8	2	42	1934
2043	TIGLIETO	25.9	19	10	1567
2036	PIANCASTAGNA	19.7	15	55	1124
2031	ORTIGLIETO	11.1	8	34	1242
2014	CASSINELLE	0.9	1	11	881
$A_m = 1550$ mm					

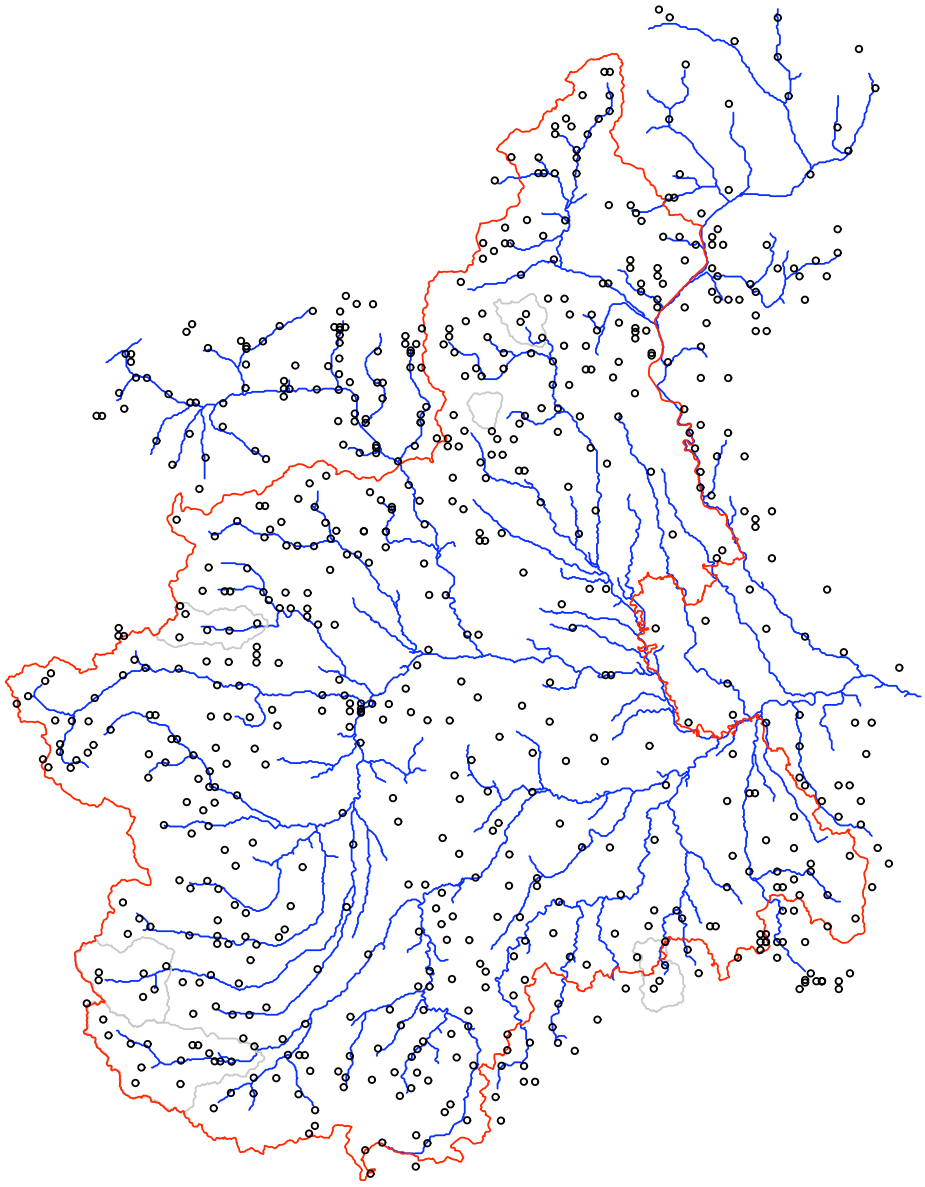


Figura 11.9: Pluviometri del database Precipitazioni e Temperature (Regione Piemonte, 1998).

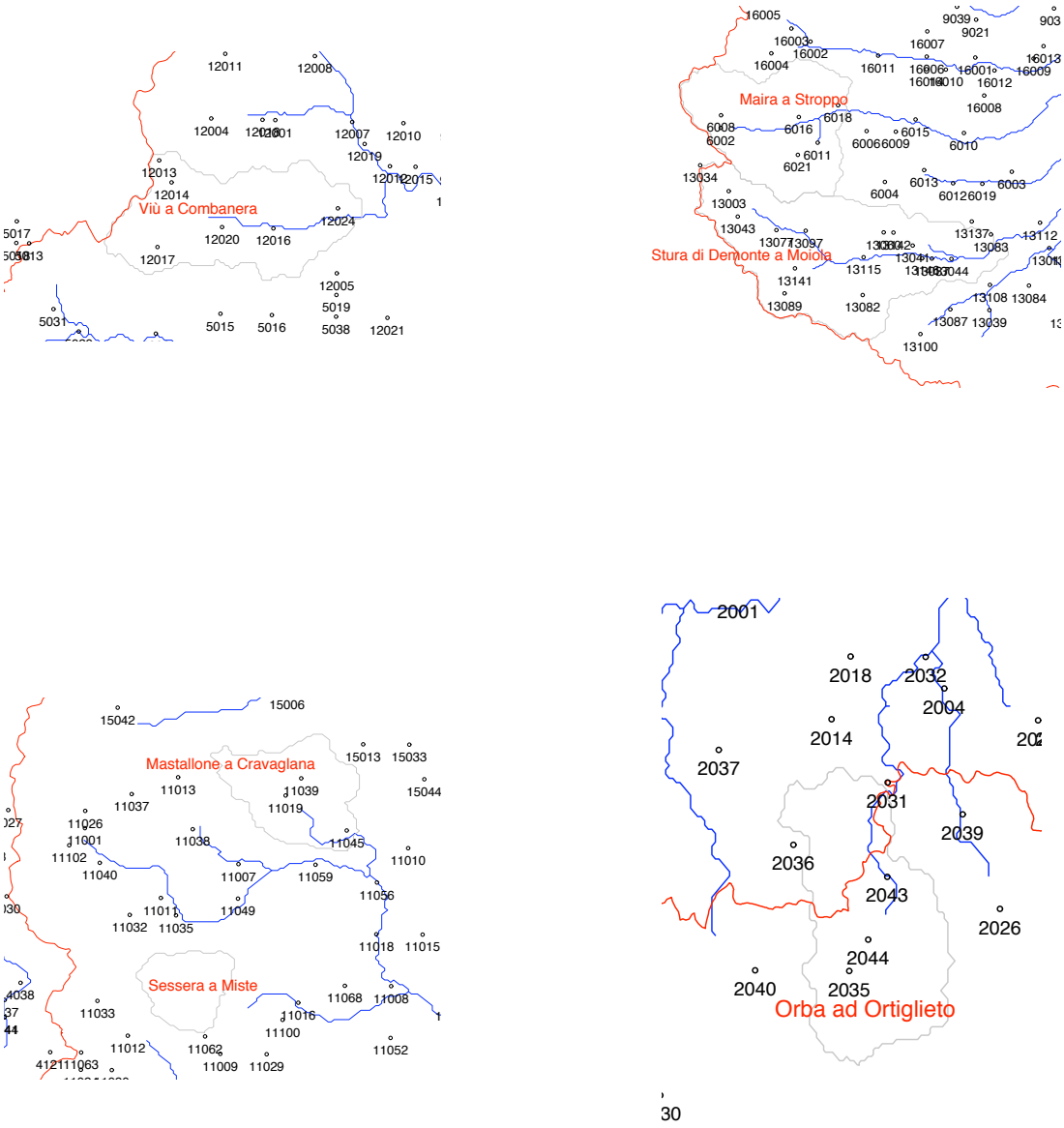


Figura 11.10: Pluviometri nella zona dei bacini sottesi agli invasi in progetto.

11.2.2 Indici climatici sui bacini

Per l'indice di Thornthwaite e di Budyko si sono utilizzate le Equazioni (6.1) e (6.2). La precipitazione media annua A_m è quella stimata nel paragrafo precedente, mentre l'evapotraspirazione potenziale media annua ET_p e la radiazione netta media annua R_n sono state ottenute con i metodi descritti in Viglione (2004). In particolare, per la stima di ET_p si è utilizzata la formula di Hargreaves. In Tabella 11.3 si riportano tutti questi parametri.

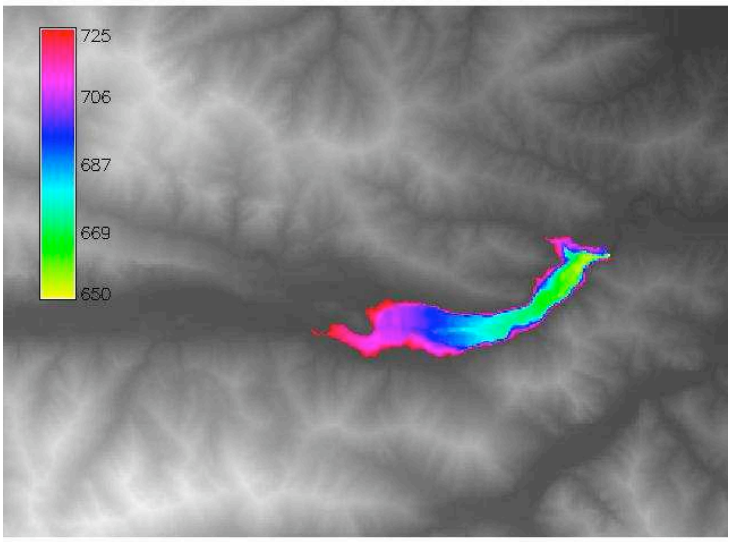
Tabella 11.3: Parametri climatici per i bacini sottesi dagli invasi in progetto: evapotraspirazione potenziale media annua ET_p; radiazione netta media annua R_n; indice di Thornthwaite I_T; indice di Budyko I_B.

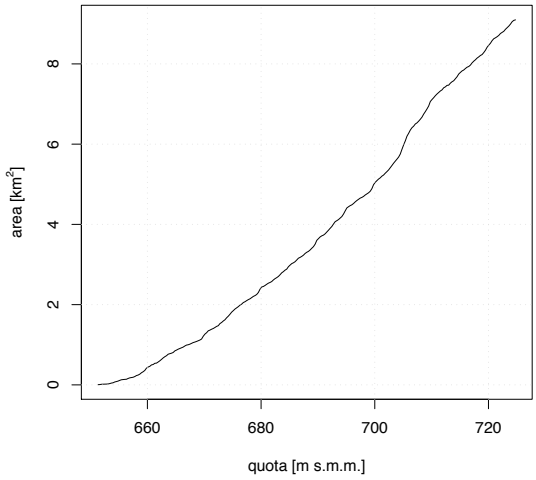
	ET_p [mm]	R_n [MJ/m^2]	I_T	I_B
Viù a Combanera	708	2463	0.744	0.809
Maira a Stroppo	656	2606	0.560	1.032
Stura di Demonte a Moiola	659	2633	0.773	0.913
Mastallone a Cravagliana	705	2397	1.776	0.496
Sessera a Miste	719	2417	1.262	0.603
Orba ad Origlieto	830	2616	0.869	0.684

11.3 Curve caratteristiche degli invasi

Le curve caratteristiche degli invasi sono necessarie alla costruzione di scenari di funzionamento operativo degli stessi. La curva quote-aree definisce l'ampiezza dello specchio d'acqua dell'invaso al variare della quota di riempimento. La curva quote-volumi definisce il volume immagazzinato nell'invaso al variare della quota di riempimento. Esse possono essere desunte dall'orografia del terreno a monte della diga.

In mancanza di altre informazioni abbiamo utilizzato, per costruire le curve quote-aree e quote-volumi, un modello digitale del terreno a maglia 50 m disponibile per il territorio Piemontese. La rappresentazione grafica degli invasi e delle suddette curve è riportata in Figura 11.11.





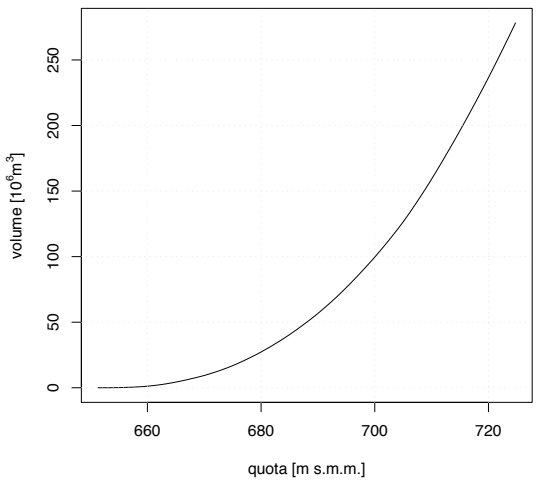
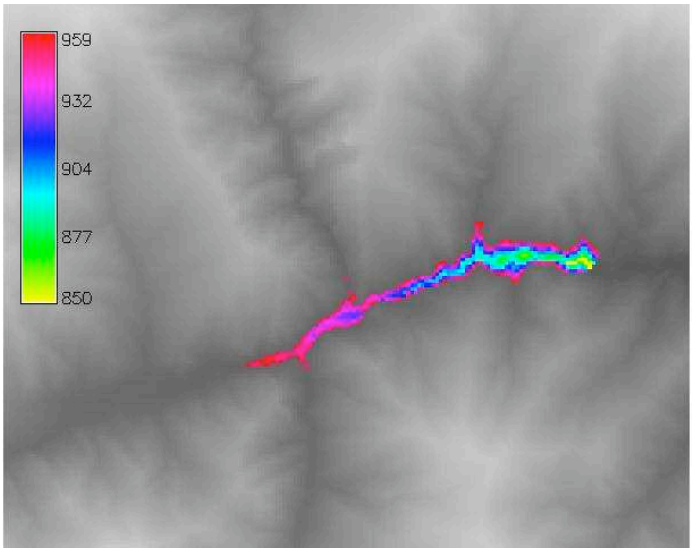
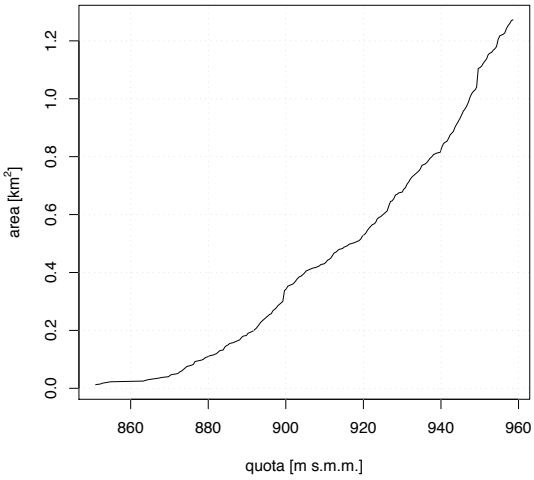


Figura 11.11: Identificazione dell'invaso e curve caratteristiche per la diga di Moiola. (1/6)





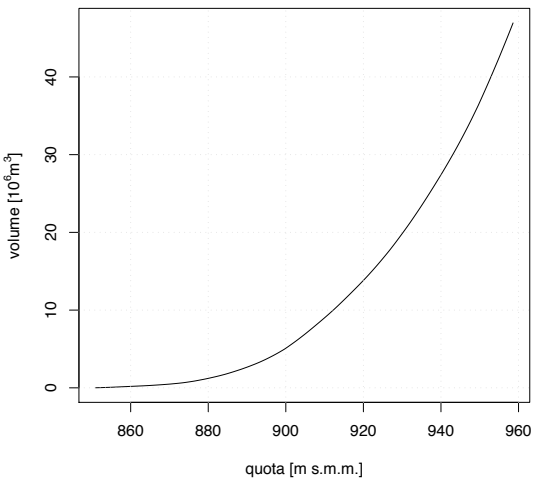
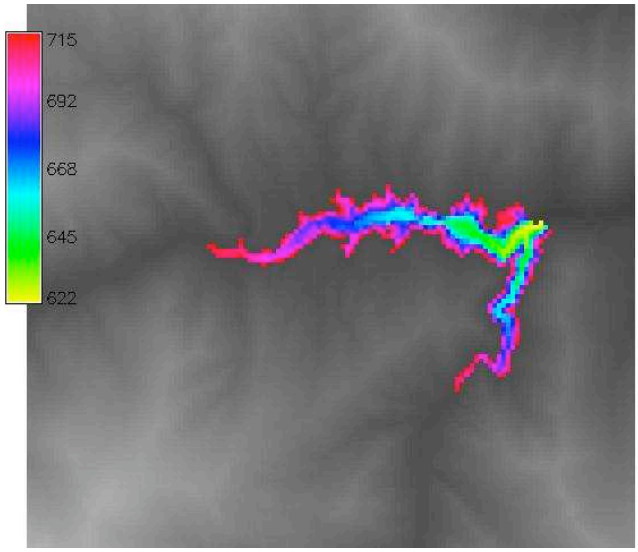
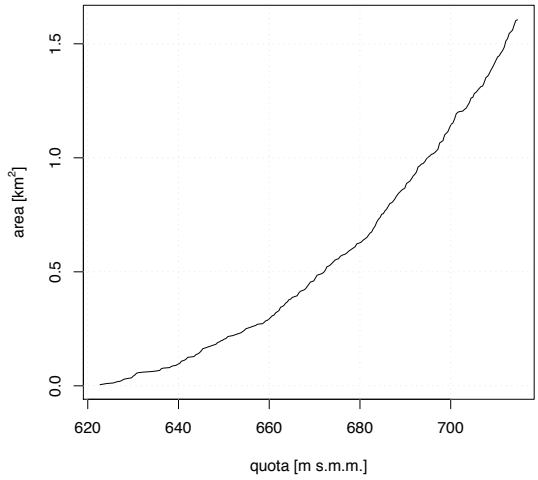


Figura 11.11: Identificazione dell'invaso e curve caratteristiche per la diga di Stroppo. (2/6)





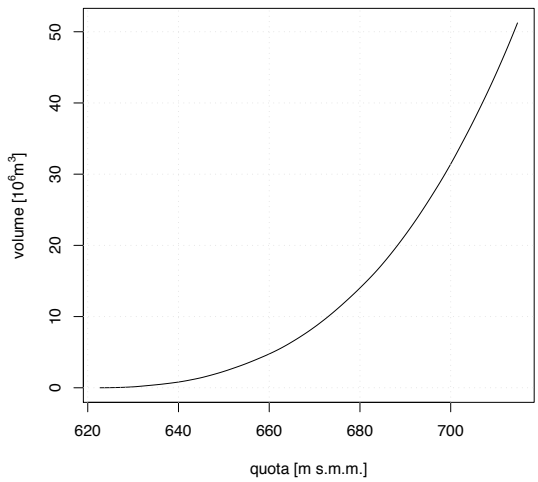
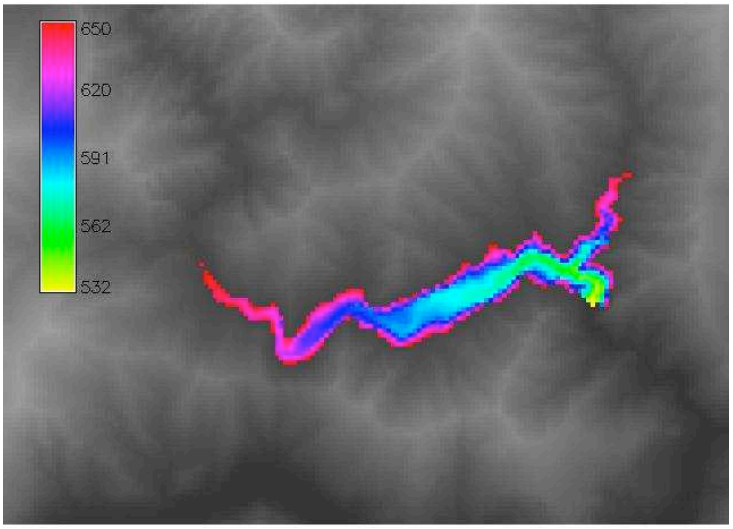
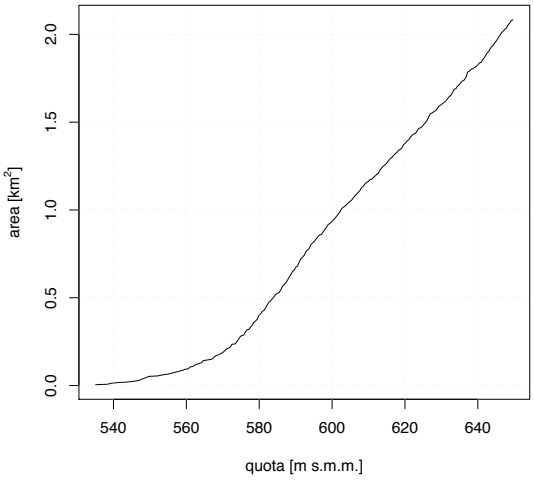


Figura 11.11: Identificazione dell'invaso e curve caratteristiche per la diga di Combanera. (3/6)





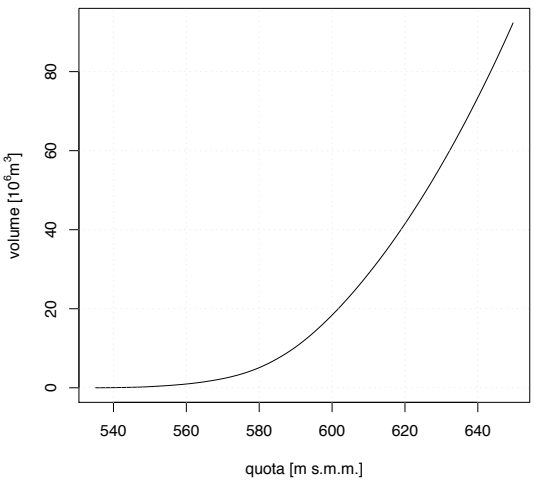
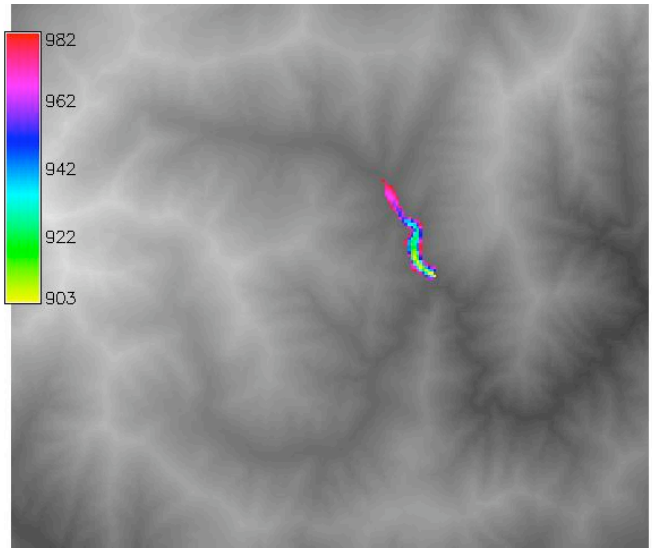
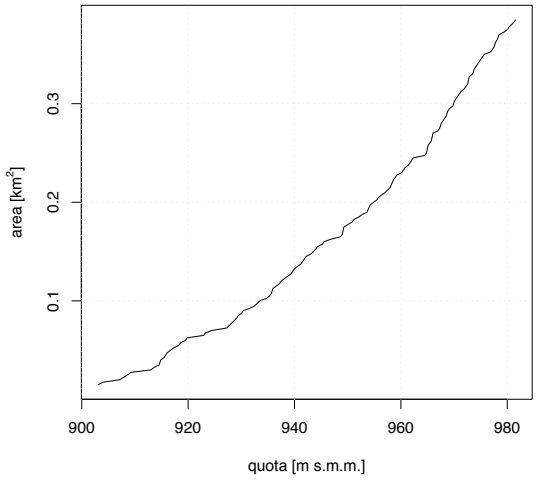


Figura 11.11: Identificazione dell'invaso e curve caratteristiche per la diga di Cravagliana. (4/6)





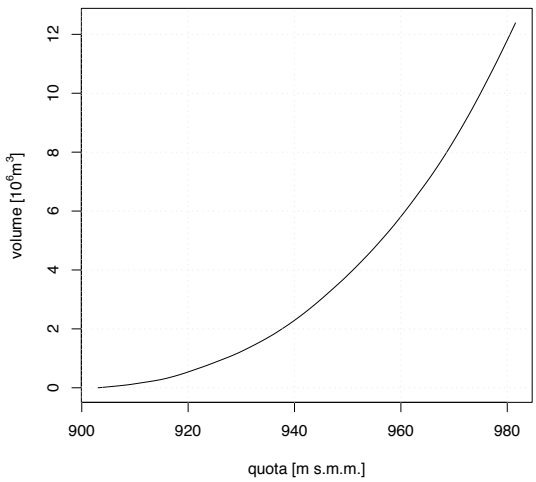


Figura 11.11: Identificazione dell'invaso e curve caratteristiche per la diga di Miste. (5/6)

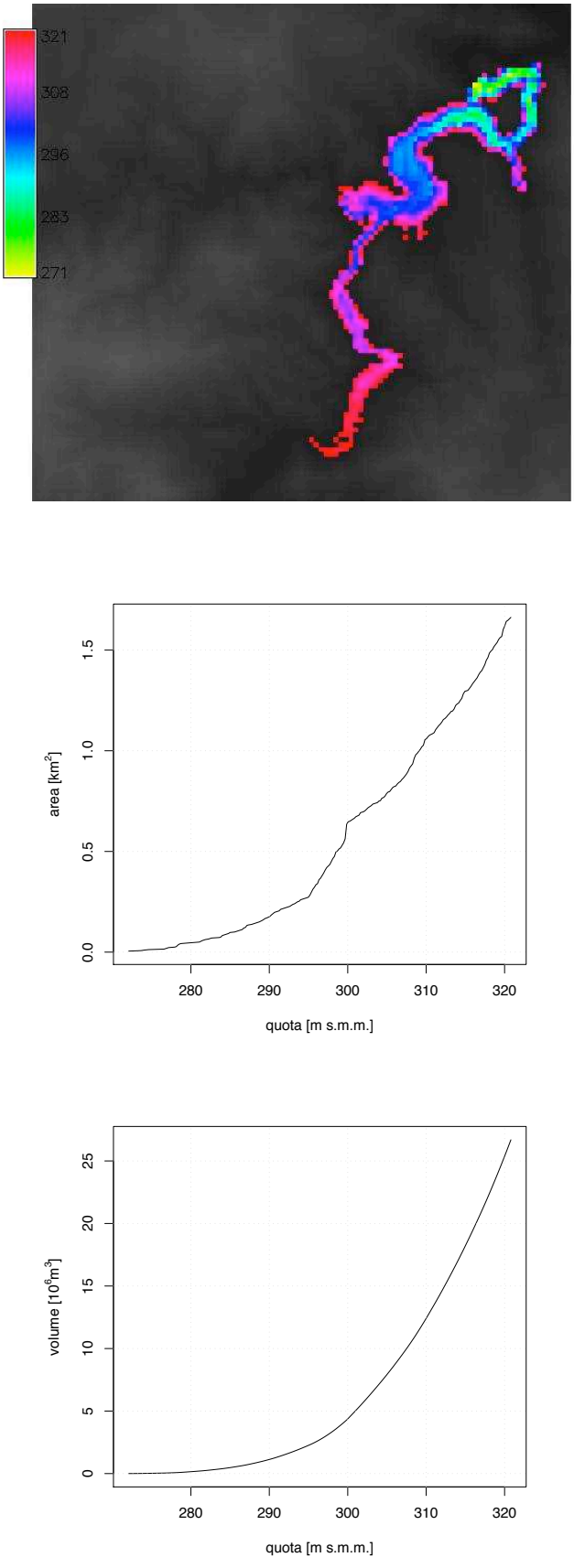


Figura 11.11: Identificazione dell'invaso e curve caratteristiche per la diga di Ortiglieto. (6/6)

11.4 Domanda idrica agli invasi

Il Piano di Tutela delle Acque (PTA) riporta per ogni invaso il quadro dell'idroesigenza di riferimento e fornisce alcuni dati relativi a questa (vedi Capitolo 10). I valori di portata destinata all'uso idropotabile e industriale (dove esistente) sono dichiarati (Tabella 11.4). La Tabella 11.4 riporta anche la stima del Deflusso Minimo Vitale secondo la regola indicata nel PTA (Regione Piemonte, 2004). Per quanto riguarda l'uso irriguo, il PTA fornisce una stima della superficie irrigata totale a valle degli invasi (Tabella 11.4), la stima del fabbisogno idrico (volume annuo) a valle di due invasi e la stima del volume di deficit irriguo nelle condizioni di anno medio e di anno scarso (tempo di ritorno $T = 5$ anni). Questi stime non sono disponibili per tutti gli invasi e, soprattutto, non è disponibile la ripartizione mensile di questi volumi. Per quanto riguarda il fabbisogno irriguo, una stima di massima dei volumi mensili può essere effettuata (vedi il Paragrafo 11.4.1), mentre i dati a disposizione non permettono di quantificare (se non nel caso del consorzio del "Cervo-Sesia" relativo all'invaso di Miste) i volumi mensili di deficit.

Tabella 11.4: Dati caratteristici della richiesta idrica agli invasi in progetto desunti dal PTA.

		Combanera	Stroppo	Moiola	Cravagliana	Miste	Ortiglieto
Uso potabile	[m^3/s]	3.5	$0.5 - 1$	0	2	0.21	0
Uso industriale	[m^3/s]					0.18	
Superficie irrigata	[ha]	23000	18500	27000	66000	17400	3000
Fabbisogni irrigui	[10^6 m^3]				1400		39
DMV	[m^3/s]	1.2	$0.7 - 1.9$	2.2	1.1	1.5	1.1
Deficit irriguo (anno medio)	[10^6 m^3]	38	7	44.6			
Deficit irriguo (anno scarso)	[10^6 m^3]	141	> 20	144	60		

11.4.1 Stima del fabbisogno irriguo a valle degli invasi

Se si esclude il consorzio della Baraggia, relativo all'invaso sul Sessera, per cui è disponibile una relazione sul fabbisogno irriguo (Castelli, 2004), non si sono reperiti dati (medi mensili) di fabbisogno a valle degli invasi. É stato però possibile stimare il fabbisogno irriguo degli altri comprensori, attraverso la metodologia sviluppata dai Prof. Merlo e Allavena e dal Dott. Robotti (Regione Piemonte, 2001). Questa metodologia consente di stimare i fabbisogni lordi d'acqua a livello di comprensori agrari omogenei tenendo conto delle differenti specie vegetali coltivate, delle diverse caratteristiche dei terreni e del clima, nonché delle peculiari modalità di trasporto e di distribuzione dell'acqua alle colture.

Il metodo è stato sviluppato a partire dalla formulazione di bilanci idrici relativi alla parcella

irrigua, condotti con riferimento a diverse colture e per una lunga serie di anni, al fine di tenere conto della variabilità climatica. In base ai risultati dei bilanci si sono definiti quindi i fabbisogni netti parcellari di valore medio e quelli aventi una data frequenza di superamento. Successivamente, mettendo in conto le superfici interessate dalle varie colture irrigue e le perdite legate all'adacquamento, al trasporto ed alla distribuzione dell'acqua, si sono quantificati i fabbisogni lordi alla fonte di approvvigionamento.

Il parametro sul quale il bilancio si basa è l'evaptraspirazione. Poiché per la Regione Piemonte solamente il valore della temperatura dell'aria è disponibile per un adeguato numero di stazioni con serie temporali consistenti, nel lavoro di Merlo (Regione Piemonte, 2001) si è utilizzata la formula di Blaney-Criddle (modificata FAO), tarata sulla base dei valori di evapotraspirazione ottenuti con un metodo più preciso, vale a dire con quello di Penman, in 13 stazioni meteorologiche automatiche.

I bilanci idrici sono stati applicati per diverse colture in 20 punti del territorio piemontese corrispondenti a stazioni termo-pluviometriche con serie consistenti di misure (si veda il Paragrafo 8.1.1 e la Figura 8.3).

In questo lavoro si sono utilizzati i valori di fabbisogno medio mensile stimati per le seguenti stazioni (Tabella 11.5):

- Cuneo: associata ai comprensori a valle di Moiola e Stroppo;
- Torino: associata ai comprensori a valle di Combanera;
- Novara: associata ai comprensori a valle di Cravagliana;
- Alessandria: associata ai comprensori a valle di Ortiglieto.

Naturalmente, per potere procedere alla stima del fabbisogno a valle delle dighe, occorre avere conoscenza della ripartizione delle colture nei comprensori, dato al momento non ancora disponibile. Si è scelto quindi di utilizzare, come approssimazione di questo dato, la suddivisione individuata da Merlo (2004) relativa al quinto censimento generale dell'agricoltura (2000) riportata in Tabella 11.6.

Utilizzando la quantificazione delle superfici irrigate del PTA (Tabella 11.4) si è applicata la metodologia di verifica dei fabbisogni irrigui lordi (Regione Piemonte, 2001) adottando le seguenti semplificazioni:

- ripartizione delle colture secondo la media della provincia di appartenenza (Tabella 11.6);
- fabbisogni netti per le diverse colture stimate alla stazione termo-pluviometrica più vicina al comprensorio considerato;

Tabella 11.5: Fabbisogni [mm] stimati con la metodologia di Merlo (Regione Piemonte, 2001) alle stazioni termo-pluviometriche utilizzate.

		APR	MAG	GIU	LUG	AGO	SET
Alessandria	potenziale	57	91	124	138	110	71
	prato	48	78	100	105	74	45
	mais		22	85	163	110	
	frutteto	13	45	97	147	103	60
	riso	388	357	384	369	341	
Cuneo	potenziale	12	32	48	94	67	42
	prato	7	23	31	62	40	24
	mais		1	12	97	67	
	frutteto	0	4	18	83	61	36
	riso	333	302	340	337	307	
Novara	potenziale	34	53	74	114	89	56
	prato	26	40	52	80	57	32
	mais		7	27	127	89	
	frutteto	3	15	40	115	82	47
	riso	359	324	360	356	331	
Torino	potenziale	34	54	66	106	79	56
	prato	27	43	44	70	47	34
	mais		9	22	115	79	
	frutteto	8	17	32	103	73	47
	riso	356	325	354	352	322	

- efficienza irrigua (prodotto tra efficienza di adacquamento ed efficienza delle reti) uguale a 0.6 in tutti i casi;
- nel caso del riso, si è considerato il fabbisogno che si avrebbero per permeabilità del suolo bassa (Regione Piemonte, 2001, pag. 22);
- alle colture foraggio, soia ed ortive è stato assegnato lo stesso fabbisogno (tipologia prato);
- alle altre colture (prato stabile, bietola, patata, ecc.) è stato assegnato il fabbisogno netto potenziale.

Il risultato dell'applicazione è riassunto in Tabella 11.7.

Fabbisogno irriguo del Cervo-Sesia

Per quanto riguarda l'area del "Cervo-Sesia", ovvero l'area del comprensorio Ovest Sesia-Baraggia a valle dell'invaso sul Sessera, si sono utilizzati i risultati dello studio condotto ad opera del comprensorio stesso (Castelli, 2004), in cui l'ipotesi di costruzione dell'invaso a Miste viene sostenuta.

Dei 17400 ha di superficie del territorio (dato anche presente nel PTA), solamente 12768 ha sono serviti dalla rete irrigua. Attualmente, anche tenendo conto dei modesti ampliamenti in

Tabella 11.6: Ripartizione percentuale delle colture in Piemonte.

	Mais	Riso	Foraggio	Frutteti	Soia	Ortive	Altro
Alessandria	38%	21%	3.3%	1.3%	0.55%	7.5%	28%
Cuneo	39%	0.21%	23%	11%	2.8%	1.6%	23%
Asti	46%	0.35%	3.2%	4.5%	1.6%	12%	32%
Biella	20%	57%	2.1%	1.0%	4.9%	0.13%	15%
Verbania	0.00%	0.37%	0.00%	3.7%	0.00%	1.9%	94%
Novara	20%	69%	1.4%	0.14%	3.9%	0.12%	5.2%
Torino	53%	0.38%	13%	2.2%	3.9%	1.6%	27%
Vercelli	16%	77%	0.61%	0.84%	2.7%	0.26%	2.5%
Piemonte	33%	31%	10%	4.2%	2.9%	1.6%	17%

Tabella 11.7: Fabbisogni medi irrigui [10^6 m^3] stimati per i comprensori irrigui a valle delle dighe in progetto.

	APR	MAG	GIU	LUG	AGO	SET	anno
Combanera	5.82	10.7	14.7	39.5	27.8	8.31	107
Stroppo	1.60	4.50	8.04	25.9	18.0	6.05	64
Moiola	2.33	6.57	11.7	37.9	26.3	8.83	94
Cravagliana	271	248	281	304	274	5.07	1383
Ortiglieto	5.11	5.85	7.91	9.46	7.60	1.26	37

corso per il completamento di alcune aree irrigue marginali, lo stato della coltivazione agricola del vercellese settentrionale può essere considerato caratterizzato da un assetto consolidato e non più soggetto a trasformazioni. Il Consorzio Ovest Sesia-Baraggia, mediante il censimento delle proprie utenze ed i dati ricavati dall'attività gestionale, è in grado di fornire con precisione lo stato d'uso del suolo agricolo nel comprensorio considerato:

- RISAIE 10812 ha;
- MAIS 1220 ha;
- PRATO 736 ha.

Gli studi agronomici eseguiti nelle stazioni sperimentali di Vigellio e Rovasenda nonché i dati gestionali relativi alle diverse zone del comprensorio consentono di definire in forma precisa le dotazioni irrigue specifiche con riferimento ai tipi colturali. Tali dati sono afferenti al fabbisogno in derivazione e sono già ricomprensivi delle varie componenti del bilancio idrologico complessivo. Sono di fatto valori di fabbisogno al netto delle componenti di infiltrazione, evapotraspirazione, perdite nei canali, perdite da perditempo, apporti meteorici. La condizione irrigua ottimale

sarà quella per cui la dotazione continua verrà distribuita, per l'intero comprensorio del "Cervo-Sesia", nei volumi mensili indicati in Tabella 11.8.

Tabella 11.8: Fabbisogni medi irrigui [10^6 m^3] stimati per il comprensorio irriguo del "Cervo-Sesia" a valle della diga di Miste.

	APR	MAG	GIU	LUG	AGO	anno
Riso	26.1	37.5	31.9	31.5	21.0	148
Prato			0.56	1.11	1.11	2.78
Mais			1.35	2.29	2.29	5.93
Totale	26.1	37.5	33.8	34.9	24.4	157

Lo studio non si limita all'individuazione del fabbisogno, ma fornisce anche la quantificazione del deficit volumetrico mensile (relativo all'anno idrologico medio). Lo stato di carenza irrigua emerge dal confronto tra i dati relativi al fabbisogno idrico ottimale e i corpi d'acqua resi disponibili dall'attuale stato degli approvvigionamenti. Questi ultimi sono stati ricavati utilizzando l'archivio storico delle portate giornaliere derivate all'opera di presa delle diverse infrastrutture irrigue e mediate su un campione decennale.

Il deficit irriguo medio mensile è quindi stato ricavato come differenza tra i il fabbisogno mensile irriguo ottimale e la disponibilità media mensile delle strutture irrigue esistenti (Tabella 11.9). I volumi d'integrazione necessari per l'ottimizzazione degli adacquamenti risultano essere quelli riportati in Tabella 11.10.

Tabella 11.9: Dotazione irrigua attuale media mensile [l/s].

	APR	MAG	GIU	LUG	AGO
NUOVO CANALE BARAGGIA	253	413	477	497	190
ROGGIA DI LENTA	338	550	635	662	404
COMUNALE DI GATTINARA	2510	2440	2420	2520	1890
INVASO OSTOLA	455	745	749	725	480
INVASO RAVASANELLA	485	794	680	655	390
MOLINARA DI BURONZO	325	583	612	637	389
MOLINARA DI BALOCCO	71.8	129	135	141	64.5
MARCHIONALE	3020	4920	5680	5920	4520
TOTALE	7458	10574	11388	11757	8328

11.4.2 Domanda idrica a valle degli invasi

Se si sommano tra loro la richiesta potabile, industriale, irrigua ed il deflusso minimo vitale a valle delle dighe si ottengono i risultati riportati in Tabella 11.11 e Figura 11.12. In questa

Tabella 11.10: Deficit irriguio medio [10^6 m^3] stimato per il comprensorio irriguo del "Cervo-Sesia" a valle della diga di Miste.

APR	MAG	GIU	LUG	AGO	anno
6.15	8.26	3.54	2.64	1.58	22.2

Tabella 11.11: Utenze totali medie [10^6 m^3] delle dighe in progetto.

	Combanera	Stroppo	Moiola	Cravagliana	Miste	Ortiglieto
Gen	12.3	6.57	5.78	8.15	1.87	2.89
Feb	12.3	6.57	5.78	8.15	1.87	2.89
Mar	12.3	6.57	5.78	8.15	1.87	2.89
Apr	18.2	8.17	8.12	279	28.0	8.00
Mag	23.1	11.1	12.3	256	39.4	8.74
Giu	27.1	14.6	17.5	289	35.7	10.8
Lug	51.8	32.5	43.6	312	36.8	12.4
Ago	40.1	24.6	32.0	282	26.3	10.5
Set	20.7	12.6	14.6	13.2	1.87	4.16
Ott	12.3	6.57	5.78	8.15	1.87	2.89
Nov	12.3	6.57	5.78	8.15	1.87	2.89
Dic	12.3	6.57	5.78	8.15	1.87	2.89
anno	255	143	163	1481	179	72
% uso irriguo	42%	45%	57%	93%	88%	52%
% uso costante	58%	55%	43%	7%	12%	48%

fase è stato considerato il fabbisogno irriguo totale (per l'anno idrologico medio) e non il deficit perché, se si esclude il lavoro del comprensorio Ovest Sesia-Baraggia (Castelli, 2004), non si hanno dati sui volumi attualmente disponibili.

Come si può vedere in Figura 11.12, il deflusso minimo vitale è una delle utenze più idroesigenti contribuendo ad una parte considerevole della domanda. Deflusso minimo vitale, uso potabile ed uso industriale costituiscono la cosiddetta utenza costante il cui volume verrà considerato fisso nella quantificazioni del volume di invaso necessario al raggiungimento di fissate erogazioni (Paragrafo 12.4).

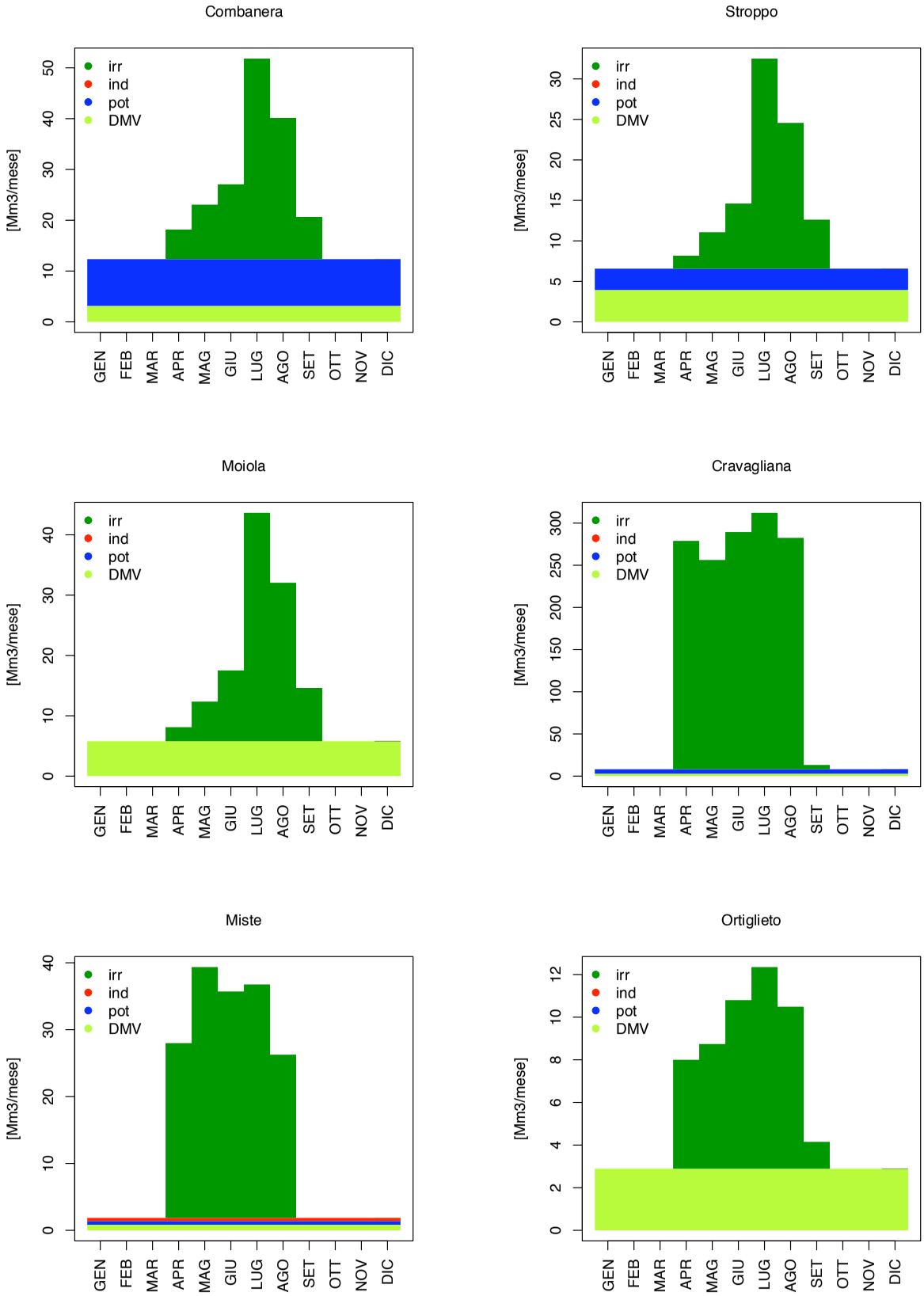


Figura 11.12: Utenze totali medie [10^6 m^3] delle dighe in progetto: uso irriguo (irr) + uso industriale (ind) + uso potabile (pot) + deflusso minimo vitale (DMV).

Capitolo 12

Applicazione dei metodi proposti agli invasi in progetto

Nei capitoli precedenti si sono ricavati dei modelli regionali di stima delle variabili deflusso annuo, regime idrometrico e deflusso nei periodi critici per il Piemonte e la Valle d'Aosta, variabili necessarie alla costruzione delle curve di possibilità di regolazione di un invaso. In questo capitolo i modelli regionali vengono applicati al caso dei sei invasi in progetto.

I parametri morfoclimatici di bacino utilizzati nelle stime (Tabella 12.1) sono stati ricavati per tutti gli invasi, come descritto in Appendice 10. L'afflusso medio annuo A_m è stato calcolato

Tabella 12.1: Caratteristiche morfoclimatiche dei bacini sottesi dalle dighe in progetto utili alla stima della curva di frequenza del deflusso annuo.

	S [km^2]	A_m [mm]	H_m [m s.m.m.]	S_{2000} [%]	$NORD$	Y_{bar} [deg]	I_B
Viù a Combanera	214	1234	1814	41.8	0.056	45.229	0.809
Maira a Stroppo	331	1023	2045	55.8	0.216	44.482	1.032
Stura di Demonte a Moiola	558	1169	1817	43.2	0.065	44.316	0.913
Mastallone a Cravagliana	116	1957	1393	9.22	−0.715	45.894	0.496
Sessera a Miste	51.5	1626	1486	5.59	−0.118	45.706	0.603
Orba a Ortiglieto	138	1550	689	0.0	0.972	44.506	0.684

utilizzando il metodo dei topoieti (per lo Stura di Demonte si sono utilizzati i dati di Gaiola, vedi Paragrafo 11.2.1), i parametri morfometrici (H_m, S_{2000}, $NORD$ e Y_{bar}) con le procedure automatiche sul DEM (Viglione, 2003) e l'indice di Budyko I_B con la spazializzazione della radiazione ottenuta in (Viglione, 2004).

I risultati delle analisi regionali sono riportati nei paragrafi successivi.

12.1 Curve di frequenza del deflusso annuo

L'analisi regionale del deflusso annuo è stata trattata nel Capitolo 6. L'applicazione alle dighe in progetto, trattandosi di sezioni prive di misure, è stata fatta procedendo nel seguente modo:

- stima del deflusso indice D_m con la regressione lineare;
- attribuzione di una curva di crescita;
- stima della curva di frequenza del deflusso annuo.

12.1.1 Deflusso medio annuo

Per quanto riguarda il deflusso medio annuo D_m, i modelli ricavati per il Piemonte e la Valle d'Aosta sono due: la Regressione 6.7 quale modello migliore e la Regressione 6.8 quale modello di più semplice applicazione. Dal momento che è stato possibile stimare i parametri per i bacini sottesi alle dighe con le stesse procedure usate per la stima nei bacini con i quali il modello è stato tarato, in questo lavoro si sono utilizzati i risultati della Regressione 6.7:

$$\ln(\hat{D}_m) = 7.86 + 2.91 \cdot 10^{-4} \cdot H_m + 7.22 \cdot 10^{-2} \cdot NORD - 1.70 \cdot I_B \ .$$

In Tabella 12.2 si sono riportate comunque le stime del deflusso indice D_m con entrambi i

Tabella 12.2: Deflusso indice calcolato con le tre regressioni lineari di Capitolo 6 per i bacini sottesi alle dighe in progetto.

	D_m (Eq. 6.7)		D_m (Eq. 6.8)	
	[mm]	[Mm^3]	[mm]	[Mm^3]
Viù a Combanera	1115	239	1067	228
Maira a Stroppo	826	273	893	296
Stura di Demonte a Moiola	935	523	996	557
Mastallone a Cravagliana	1588	184	1649	191
Sessera a Miste	1420	74	1367	71
Orba a Origlieto	1062	147	1028	142

modelli, i quali danno risultati confrontabili. Il deflusso medio annuo, espresso anche in milioni di metri cubi [Mm^3], costituisce il limite di utilizzazione degli invasi in progetto. È il volume annuo massimo erogabile, in teoria, se si potesse disporre di un volume di invaso infinito. Se, ad esempio, si considerano gli invasi di Miste e di Cravagliana, corrispondenti ai comprensori irrigui del Vercellese e del Novarese, si capisce che la disponibilità idrica ad essi associata (inferiore a 100 Mm^3 e a 200 Mm^3 rispettivamente), non può che essere utilizzata come integrazione alle derivazioni esistenti, essendo il fabbisogno a valle molto cospicuo (anche mediamente molto superiore ai 1000 Mm^3 nel Novarese, vedi Paragrafo 11.4).

12.1.2 Curve di crescita

L'attribuzione alle regioni omogenee di riferimento delle 6 sezioni corrispondenti alle dighe in progetto è stata fatta utilizzando la suddivisione del piano delle variabili di classificazione di Figura 12.1. Lo Stura di Viù a Combanera, il Maira a Stroppo e lo Stura di Demonte a Moiola

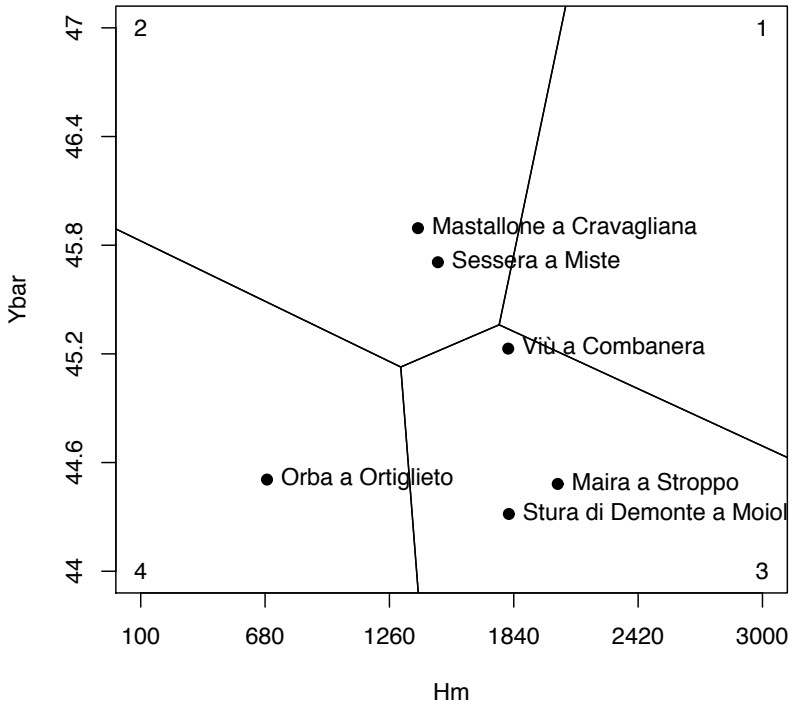


Figura 12.1: Posizionamento dei bacini sottesi dalle dighe in progetto nelle regioni omogenee per l'attribuzione delle curve di crescita del deflusso annuo D.

appartengono al terzo gruppo omogeneo, per cui la corrispondente curva di crescita può essere stimata con la distribuzione di probabilità di Pearson tipo III:

$$x(F) = 0.2801 + 0.1237 \cdot \Theta(F, 5.817) \ ,$$

dove Θ è l'inversa della funzione gamma generalizzata. Il Mastallone a Cravagliana e il Sessera a Miste appartengono alla regione 2, per cui la loro curva di crescita è esprimibile come:

$$x(F) = 9.843 \cdot 10^{-2} + 8.508 \cdot 10^{-2} \cdot \Theta(F, 10.60) \ .$$

L'Orba ad Ortiglieto appartiene alla quarta regione e ha come curva di crescita:

$$x(F) = 0.3496 + 0.2093 \cdot \Theta(F, 3.107) \ .$$

Le curve di frequenza del deflusso annuo $D(F) = D_m \cdot x(F)$ per i bacini sottesi dalle dighe sono disegnate in Figura 12.2. Il deflusso annuo corrispondente al tempo di ritorno T può essere ottenuto tenendo conto che $F = 1/T$. La Tabella 12.3 riporta i deflussi corrispondenti ad alcuni tempi di ritorno caratteristici.

Tabella 12.3: Deflussi annui corrispondenti a tempi di ritorno assegnati per le sezioni delle dighe in progetto (D_m stimato con l'Equazione 6.7).

	T [anni]				
	5 [mm]	10 [mm]	20 [mm]	50 [mm]	100 [mm]
Viù a Combanera	830	729	656	586	545
Maira a Stroppo	615	540	486	434	404
Stura di Demonte a Moiola	696	611	550	492	457
Mastallone a Cravagliana	1211	1061	949	835	766
Sessera a Miste	1083	949	849	747	685
Orba a Origlieto	730	631	565	507	476
	5 [Mm^3]	10 [Mm^3]	20 [Mm^3]	50 [Mm^3]	100 [Mm^3]
Viù a Combanera	178	156	140	125	117
Maira a Stroppo	204	179	161	144	134
Stura di Demonte a Moiola	389	342	308	275	256
Mastallone a Cravagliana	141	123	110	97	89
Sessera a Miste	56	49	44	39	36
Orba a Origlieto	101	87	78	70	66

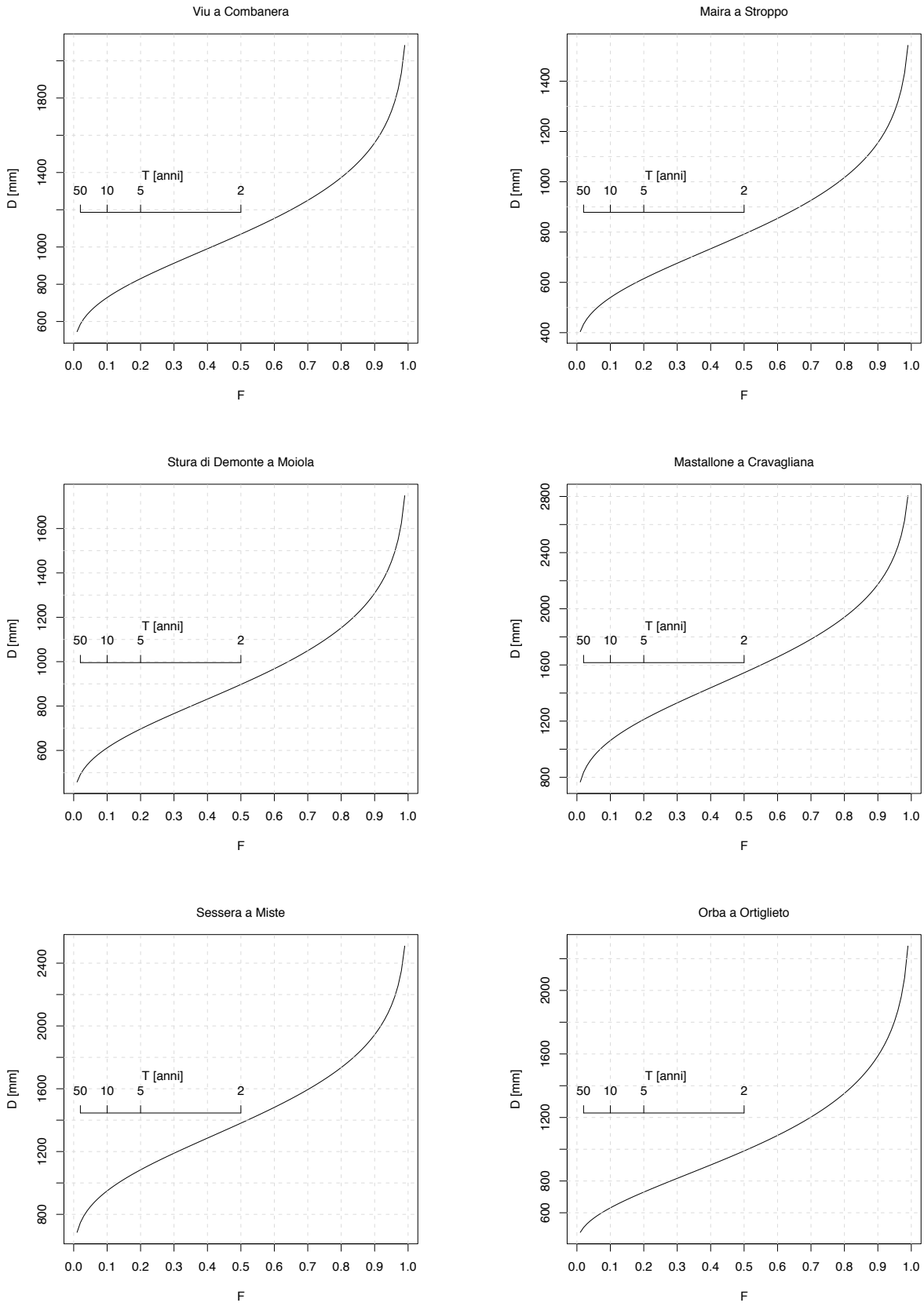


Figura 12.2: Curve di frequenza del deflusso annuo D. È riportato anche l'asse del tempo di ritorno T.

12.2 Regimi idrometrici

Si sono utilizzati i risultati dell'analisi regionale svolte nel Capitoli 7. L'andamento medio dei deflussi mensili d_i è stato regionalizzato utilizzando una serie di Fourier a due armoniche definita come:

$$(d_i - \bar{d}) = B_{D,1} \cdot X_1(t) + C_{D,1} \cdot Y_1(t) + B_{D,2} \cdot X_2(t) + C_{D,2} \cdot Y_2(t) \ ,$$

dove

$$X_1(t) = \cos\left(\frac{2\pi}{12}t\right) \ , \ X_2(t) = \cos\left(\frac{4\pi}{12}t\right) \ ,$$
$$Y_1(t) = \sin\left(\frac{2\pi}{12}t\right) \ , \ Y_2(t) = \sin\left(\frac{4\pi}{12}t\right) \ ,$$

con $t = 1, 2, \ldots, 12$. I coefficienti della serie di Fourier possono essere stimati per i 6 bacini corrispondenti agli invasi in progetto utilizzando le relazioni dell'Equazione 7.9:

$$\begin{cases} B_{D,1} &= 128 - 0.0461 \cdot A_m - 0.00369 \cdot S - 0.0668 \cdot H_m \\ B_{D,2} &= 361 + 0.483 \cdot S_{2000} - 7.28 \cdot Y_{bar} - 33.0 \cdot I_B \\ C_{D,1} &= 842 - 0.0180 \cdot A_m - 0.655 \cdot S_{2000} - 17.8 \cdot Y_{bar} \\ C_{D,2} &= -754 - 0.0541 \cdot A_m + 0.345 \cdot S_{2000} + 17.5 \cdot Y_{bar} \end{cases}$$

Tabella 12.4: Deflussi medi mensili [mm] stimati con l'analisi regionale.

	GEN	FEB	MAR	APR	MAG	GIU	LUG	AGO	SET	OTT	NOV	DIC
Viù a Combanera	42	31	55	108	156	169	143	104	80	79	81	67
Maira a Stroppo	22	11	34	88	141	156	125	76	43	39	47	42
Stura di Demonte a Moiola	29	19	53	115	160	156	110	62	45	59	71	58
Mastallone a Cravagliana	37	37	101	185	226	203	150	120	134	157	146	92
Sessera a Miste	47	51	103	167	197	176	132	105	112	128	121	83
Orba a Ortiglieto	64	54	96	146	149	93	25	6	52	118	145	113

In Tabella 12.4 si sono riportati i valori stimati dei deflussi medi mensili d_i nelle sezioni corrispondenti ai 6 invasi. I deflussi medi mensili, adimensionalizzati con la media $(d_i/\bar{d})$, sono stati riportati in Figura 12.3. Dal confronto degli andamenti si possono notare delle somiglianze tra Viù a Combanera, Maira a Stroppo e Stura di Demonte a Moiola, per i quali si ha un massimo tardo-primaverile (Maggio-Giugno) molto importante. Nella stagione autunnale quasi non si riconoscono picchi, se non lievemente per lo Stura di Demonte. È la tipica situazione alpino-nivale, dove predomina il deflusso per scioglimento nivale in primavera. Il picco autunnale (ad Ottobre) è più rilevante per il Mastallone a Cravagliana ed il Sessera a Miste. Per l'Orba ad Ortiglieto si può parlare di due picchi analoghi in primavera ed autunno, regime caratteristico del clima appenninico che lo cottraddistingue.

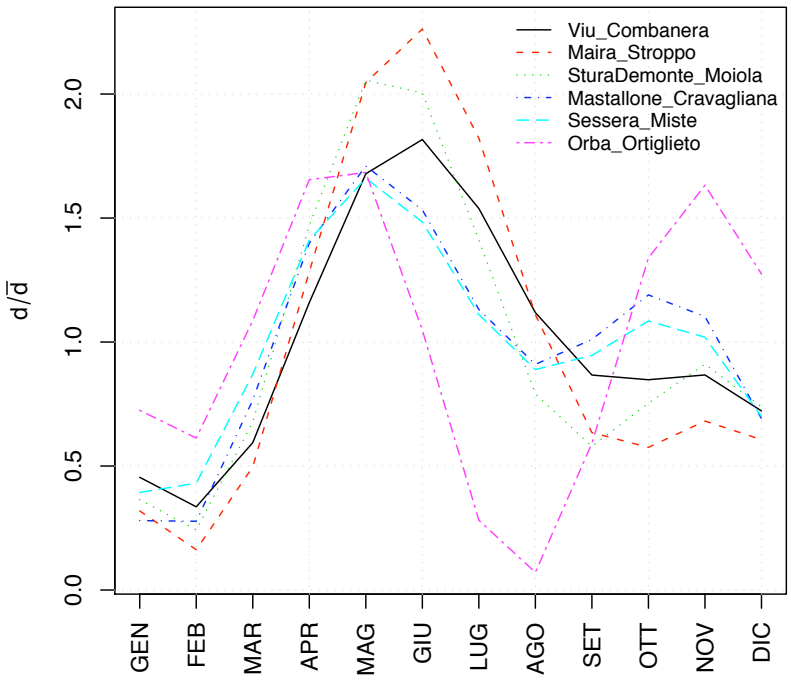


Figura 12.3: Confronto tra i regimi mensili stimati per i bacini sottesi alle dighe in progetto.

Essendo l'obbiettivo del lavoro la costruzione delle curve di possibilità di regolazione, non siamo tanto interessati a quantificare l'ammontare medio mensile dei deflussi quanto all'ammontare dei deflussi nei periodi critici, cosa che verrà discussa nel seguente paragrafo. La stima del regime idrometrico ci serve ad identificare i periodi critici nel tempo. Se si sovrappongono le curve dei regimi a quelle dell'utenza (colture umettanti ed irrigazione a sommersione), si può avere un'idea di quando le criticità avvengono. I valori assoluti di deflusso medio mensile alle dighe (Tabella 12.4), la cui stima nei mesi di minimo è affetta da grande incertezza, hanno solo una valenza indicativa.

12.3 Curve di frequenza dei deflussi nei periodi critici

L'attribuzione delle distribuzioni di frequenza per i deflussi critici di durata mensile, bimestrale, ..., semestrale è stata fatta anch'essa utilizzando la procedura del "deflusso indice". Si sono valutate separatamente le stime dei deflussi medi nei periodi critici e le curve di crescita corrispondenti.

12.3.1 Deflussi medi nei periodi critici

Il deflusso medio per ogni periodo critico nei confronti dell'irrigazione umettante è stato valutato con le regressioni dell'Equazione 8.1:

$$\begin{cases} \ln(m(d_1)) &= 0.323 + 0.00129 \cdot A_m + 0.00143 \cdot H_m \\ \ln(m(d_2)) &= -0.0679 + 0.00146 \cdot A_m + 0.00143 \cdot H_m \\ \ln(m(d_3)) &= 0.365 + 0.00158 \cdot A_m + 0.00112 \cdot H_m \\ \ln(m(d_4)) &= 0.632 + 0.00148 \cdot A_m + 0.00114 \cdot H_m \\ \ln(m(d_5)) &= 1.25 + 0.00147 \cdot A_m + 0.000815 \cdot H_m \\ \ln(m(d_6)) &= 1.51 + 0.00145 \cdot A_m + 0.000668 \cdot H_m \end{cases}$$

mentre per l'irrigazione a sommersione con le regressioni dell'Equazione 8.6:

$$\begin{cases} m(d_1)^{1/3} &= -6.99 + 0.00202 \cdot A_m + 1.120 \cdot \ln(H_m) \\ m(d_2)^{1/3} &= -9.99 + 0.00165 \cdot A_m + 1.638 \cdot \ln(H_m) \\ m(d_3)^{1/3} &= -10.3 + 0.00184 \cdot A_m + 1.692 \cdot \ln(H_m) \\ m(d_4)^{1/3} &= -7.08 + 0.00183 \cdot A_m + 1.299 \cdot \ln(H_m) \\ m(d_5)^{1/3} &= -6.11 + 0.00152 \cdot A_m + 1.225 \cdot \ln(H_m) \\ m(d_6)^{1/3} &= -6.02 + 0.00155 \cdot A_m + 1.187 \cdot \ln(H_m) \end{cases}$$

I risultati sono stati riportati nella Tabella 12.5. Ovviamente per gli invasi caratterizzati da un'u-

Tabella 12.5: Deflussi medi [mm/mese] stimati per i periodi critici corrispondenti alle aggregazioni di 1, 2, 3, 4, 5 e 6 mesi: si è considerata l'irrigazione umettante per Viù a Combanera, Maira a Stroppo, Stura di Demonte a Moiola e Orba ad Ortiglieto; si è considerata l'irrigazione a sommersione per il Mastallone a Cravagliana ed il Sessera a Miste.

	d_m [mm/mese]					
	1 mese	2 mesi	3 mesi	4 mesi	5 mesi	6 mesi
Viù a Combanera	92	76	77	92	95	91
Maira a Stroppo	97	77	72	88	84	78
Stura di Demonte a Moiola	85	69	70	84	87	83
Mastallone a Cravagliana	130	134	170	207	185	178
Sessera a Miste	90	102	128	157	147	140
Orba a Ortiglieto	28	24	36	41	61	68

tenza irrigua con prevalente presenza di riso (Cravagliana e Miste) si sono calcolati i deflussi critici corrispondenti all'utenza irrigua umettante, per tutti gli altri i deflussi critici corrispondenti all'utenza irrigua a sommersione. Non sorprenda il fatto che in molti casi il deflusso critico per una data aggregazione temporale sia superiore a quello di un'aggregazione superiore, perché

è la conseguenza del fatto che un periodo critico non è necessariamente un periodo di minimo idrologico (è invece un periodo di massimo deficit rispetto all'utenza considerata).

12.3.2 Curve di crescita

Per quanto riguarda la scelta delle curve di crescita dei deflussi critici si sono attribuiti i bacini alle regioni omogenee rappresentate nella Figura 12.4 e si sono utilizzate le distribuzioni definite nel Capitolo 8. Anche in questo caso, per gli invasi caratterizzati da un'utenza irrigua con prevalente presenza di riso (Cravagliana e Miste) si sono calcolati le curve di crescita corrispondenti all'utenza irrigua umettante, per tutti gli altri le curve di crescita corrispondenti all'utenza irrigua a sommersione. Lo Stura di Viù a Combanera appartiene al terzo gruppo

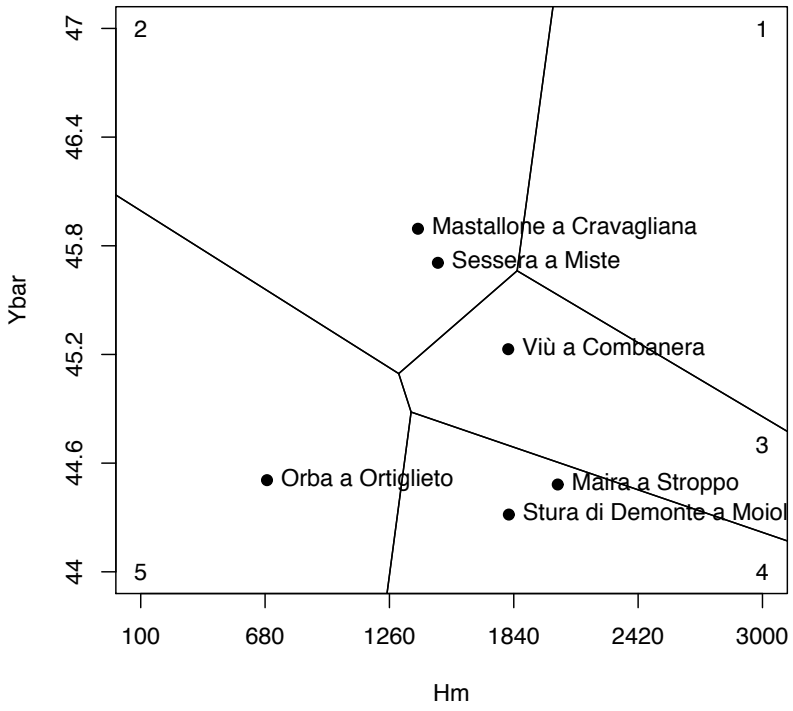


Figura 12.4: Posizionamento dei bacini sottesi dalle dighe in progetto nelle regioni omogenee per l'attribuzione delle curve di crescita dei deflussi critici di durata da 4 a 6 mesi.

per cui le curve di crescita dei deflussi nei periodi critici possono essere stimate utilizzando le distribuzioni lognormale (LN) e Pearson tipo III (P3) con i coefficienti indicati in Tabella 12.6.

Il Maira a Stroppo e lo Stura di Demonte a Moiola appartengono invece al quarto gruppo per

Tabella 12.6: Distribuzioni e parametri per la stima della curva di crescita dei deflussi nei periodi critici dello Stura di Viù a Combanera (irrigazione umettante).

1	LN	$\xi = 0.8918$	$\alpha = 0.4228$	$k = -0.4827$
2	LN	$\xi = 0.9084$	$\alpha = 0.3639$	$k = -0.4753$
3	P3	$\xi = 0.2706$	$\beta = 0.1917$	$\alpha = 3.804$
4	P3	$\xi = 0.1455$	$\beta = 0.1618$	$\alpha = 5.280$
5	P3	$\xi = 7.212 \cdot 10^{-2}$	$\beta = 0.1328$	$\alpha = 6.987$
6	P3	$\xi = 0.1256$	$\beta = 0.1354$	$\alpha = 6.457$

cui distribuzioni e parametri da utilizzare per la stima della curva di crescita sono quelli indicati in Tabella 12.7. Il Mastallone a Cravagliana ed il Sessera a Miste sono nel gruppo 2, le cui

Tabella 12.7: Distribuzioni e parametri per la stima della curva di crescita dei deflussi nei periodi critici del Maira a Stroppo e dello Stura di Demonte a Moiola (irrigazione umettante).

1	LN	$\xi = 0.8748$	$\alpha = 0.4445$	$k = -0.5253$
2	LN	$\xi = 0.9088$	$\alpha = 0.3923$	$k = -0.4425$
3	P3	$\xi = 0.1016$	$\beta = 0.1926$	$\alpha = 4.663$
4	P3	$\xi = 0.1399$	$\beta = 0.2118$	$\alpha = 4.061$
5	P3	$\xi = 0.1471$	$\beta = 0.1825$	$\alpha = 4.673$
6	P3	$\xi = 0.1169$	$\beta = 0.1652$	$\alpha = 5.345$

curve di crescita possono essere stimate con distribuzioni e parametri di Tabella 12.8. L'Orba

Tabella 12.8: Distribuzioni e parametri per la stima della curva di crescita dei deflussi nei periodi critici del Mastallone a Cravagliana e del Sessera a Miste (irrigazione a sommersione).

1	P3	$\xi = -0.01392$	$\beta = 0.2538$	$\alpha = 3.995$
2	P3	$\xi = -0.3953$	$\beta = 0.1464$	$\alpha = 9.531$
3	P3	$\xi = -0.07717$	$\beta = 0.1499$	$\alpha = 7.185$
4	P3	$\xi = 6.414 \cdot 10^{-2}$	$\beta = 0.1440$	$\alpha = 6.500$
5	P3	$\xi = 0.1304$	$\beta = 0.1470$	$\alpha = 5.915$
6	P3	$\xi = 0.1417$	$\beta = 0.1478$	$\alpha = 5.807$

ad Ortiglieto, infine, appartiene al quinto gruppo, per cui distribuzioni e parametri da utilizzare per la stima della curva di crescita sono quelli indicati in Tabella 12.9.

Si ricorda che, nel caso della distribuzione lognormale a 3 parametri (LN), la curva di crescita

Tabella 12.9: Distribuzioni e parametri per la stima della curva di crescita dei deflussi nei periodi critici dell'Orba ad Ortiglieto (irrigazione umettante).

1	LN	$\xi = 0.8402$	$\alpha = 0.5017$	$k = -0.5843$
2	LN	$\xi = 0.8670$	$\alpha = 0.4519$	$k = -0.5459$
3	P3	$\xi = 0.1606$	$\beta = 0.3291$	$\alpha = 2.550$
4	P3	$\xi = -4.909 \cdot 10^{-2}$	$\beta = 0.2287$	$\alpha = 4.587$
5	P3	$\xi = 2.124 \cdot 10^{-2}$	$\beta = 0.2135$	$\alpha = 4.585$
6	P3	$\xi = 1.866 \cdot 10^{-2}$	$\beta = 0.1633$	$\alpha = 6.011$

si stima nel modo seguente:

$$x(F) = \begin{cases} \xi + \frac{\alpha}{k}(1 - e^{-k\,\Phi^{-1}(F)}) \ , & k \neq 0 \\ \xi + \alpha\,\Phi^{-1}(F) \ , & k = 0 \end{cases} \ ;$$

dove ξ è il parametro di posizione, α è il parametro di scala, k è il parametro di forma e Φ è la funzione di probabilità cumulata della distribuzione normale standard. Nel caso in cui, invece, si utilizza la distribuzione di Pearson tipo III, la curva di crescita si stima come:

$$x(F) = \xi + \beta \cdot \Theta(F, \alpha) \ ,$$

dove ξ è il parametro di posizione, β quello di scala, α quello di forma e $\Theta(F, \alpha)$ è l'inversa della funzione gamma generalizzata.

12.3.3 Utenza idrica promiscua

Il calcolo dei periodi critici è stato fatto rispetto alla sola utenza irrigua. Come è ovvio, l'utenza degli invasi non è esclusivamente irrigua, se non altro per il fatto che è necessario garantire l'erogazione costante nell'anno relativa al deflusso minimo vitale. Questo fatto non pregiudica i risultati ottenuti poiché se si considera di dedicare parte dell'erogazione all'uso potabile, i periodi critici sono sempre gli stessi. Si veda ad esempio la Figura 12.5. Essa rappresenta, su grafici adimensionalizzati, l'erogazione ed il regime dei deflussi medi (stimato con serie di Fourier, Capitolo 7) dello Stura di Viù a Combanera. Si noti come, nonostante l'aumento della quota di utilizzo costante, nel complesso il periodo critico non cambi. Anche se il mese critico varia (luglio per l'uso irriguo fino alla ripartizione 50%-50%, agosto nel caso di 30% irriguo e 70% costante) il trimestre critico rimane lo stesso (luglio-settembre) in tutti i casi. Per questo motivo si è reputato accettabile l'utilizzo della stima regionale dei deflussi nei periodi critici per la costruzione delle curve di possibilità di regolazione anche nei casi di utenza promiscua (irrigua + costante).

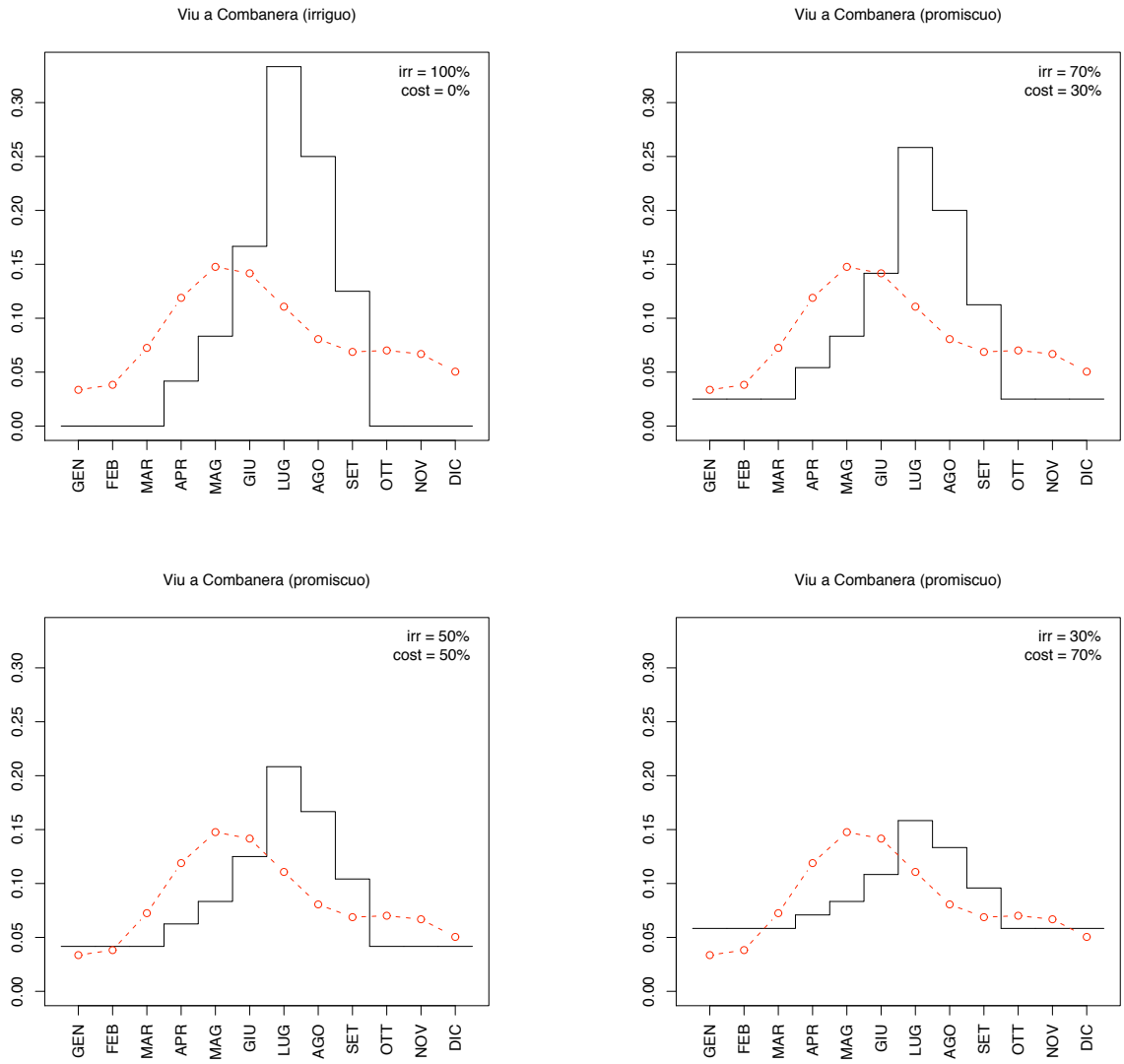


Figura 12.5: Ipotesi di utilizzo dell'invaso di Combanera: utilizzo irriguo, 70% irriguo e 30% costante, 50% irriguo e 50% costante, 30% irriguo e 70% costante. Ai volumi erogati è stato sovrapposto il regime idrologico stimato con l'analisi regionale.

12.4 Curve di possibilità di regolazione delle dighe in progetto

Si è seguita la procedura indicata nel Capitolo 9. Per ogni invaso si sono ipotizzati tre scenari di utenza (Figura 12.6): l'esclusivo uso irriguo e due scenari di uso promiscuo a percentuale crescente della parte costante (dal 30% al 50% per tutti gli invasi ad esclusione di quello di Combanera per cui, data la sua vocazione prevalentemente idropotabile, la quota costante è stata fatta variare dal 50% al 70%). Si è considerata l'irrigazione di tipo umettante per tutti gli invasi eccettuati quelli sul Mastallone e sul Sessera per i quali, data la predominante coltivazione del riso nella zona ad essi sottesa, si sono utilizzate le formulazioni ottenute per l'irrigazione a sommersione.

Nelle Figure 12.7, 12.8 e 12.9 sono state riportate le curve corrispondenti ai tempi di ritorno di 5, 10 e 20 anni. Come è già stato ricordato, attraverso tali curve, una volta stabilito quali erogazioni sono necessarie, si può stimare quale dovrebbe essere il volume di invaso sufficiente a garantire le erogazioni a meno delle criticità corrispondenti a T. Analogamente, se si stabilisce un volume di invaso, si possono stimare le erogazioni che possono essere effettuate a meno di criticità corrispondenti a T. Nelle figure sono state indicate le erogazioni massime possibili desunte dalle curve, corrispondenti ai tre diversi periodi di ritorno T, per i volumi di invaso di progetto indicati nel Piano di Tutela delle Acque della Regione Piemonte (Capitolo 10). Il limite idrologico di utilizzazione, corrispondente al deflusso medio annuo, è stato indicato con una linea orizzontale tratteggiata.

Ovviamente, all'aumentare della quota di utilizzo costante, aumenta il volume che è possibile erogare, dato che l'erogazione è ripartita più uniformemente nell'anno, e quindi di più facile soddisfacimento.

In Figura 12.10 si sono sovrapposte le curve adimensionali relative al tempo di ritorno $T = 10$ anni per i 6 invasi. Dalla rappresentazione si nota che il bacino che, a parità delle altre condizioni, richiede l'immagazzinamento del volume maggiore è l'Orba a Ortiglieto.

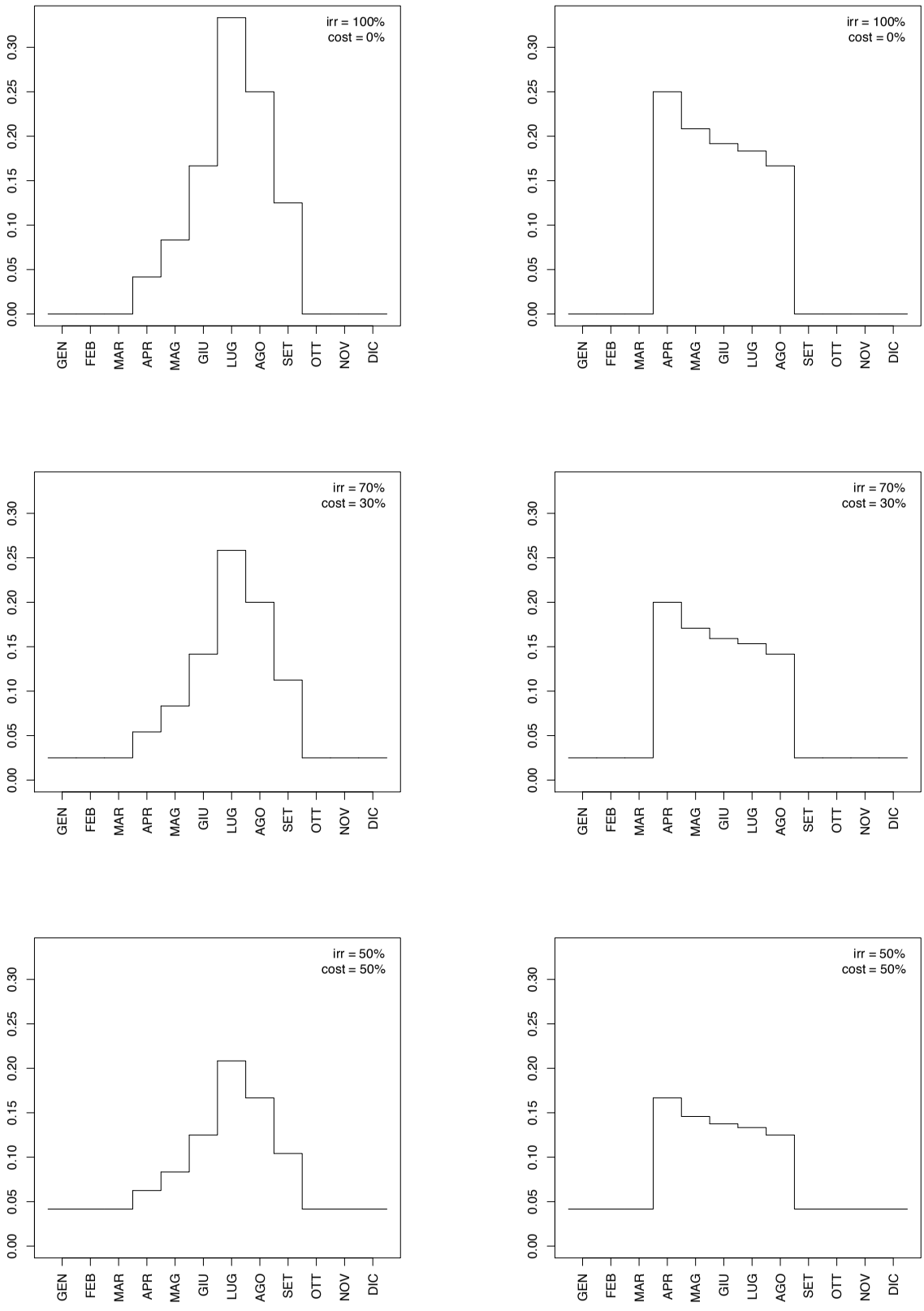


Figura 12.6: Utenza agli invasi: irrigua umettante (a sinistra) o a sommersione (a destra) con diverse quote di utenza costante.

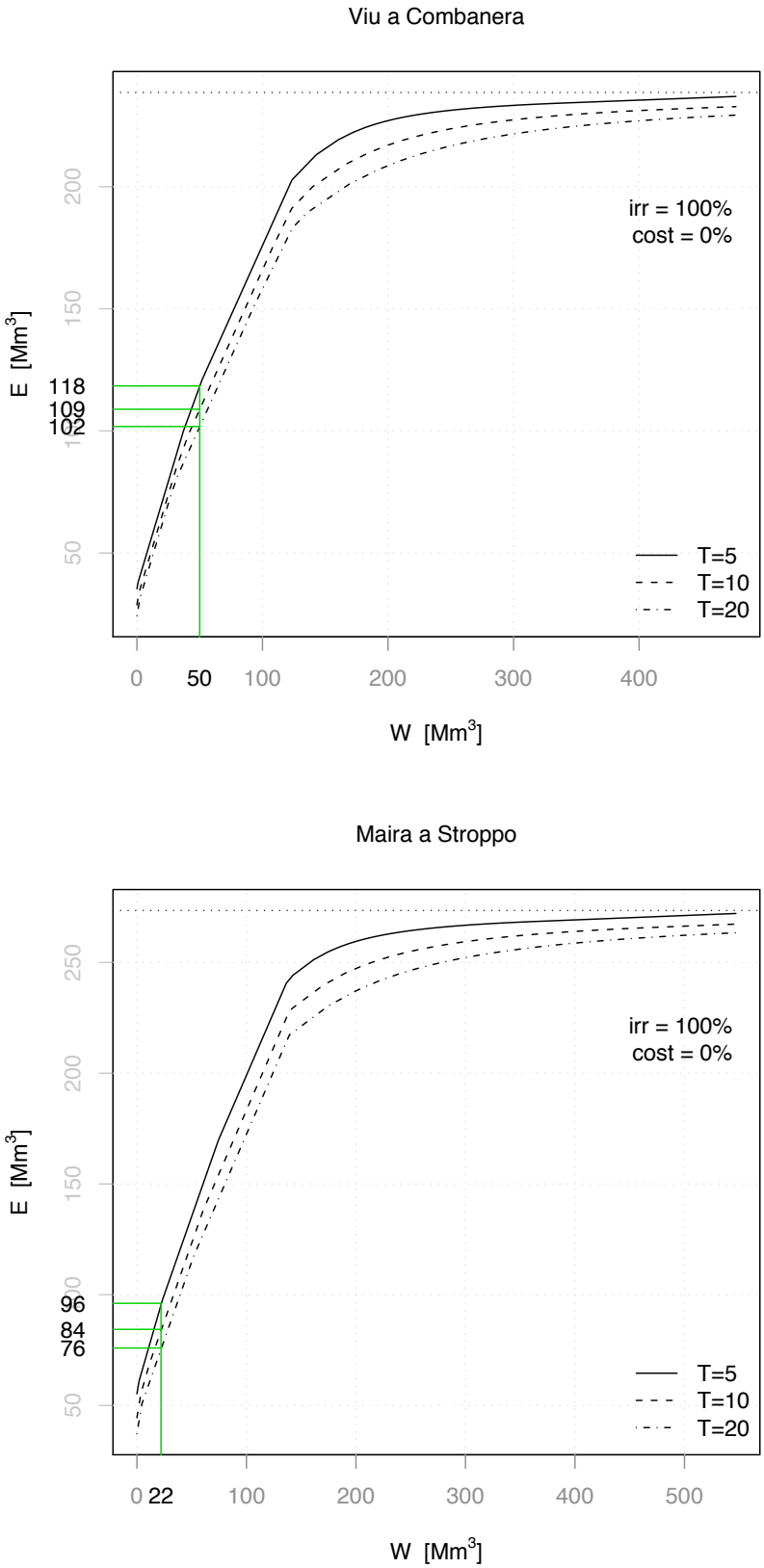


Figura 12.7: Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso esclusivamente irriguo. Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (1/3).

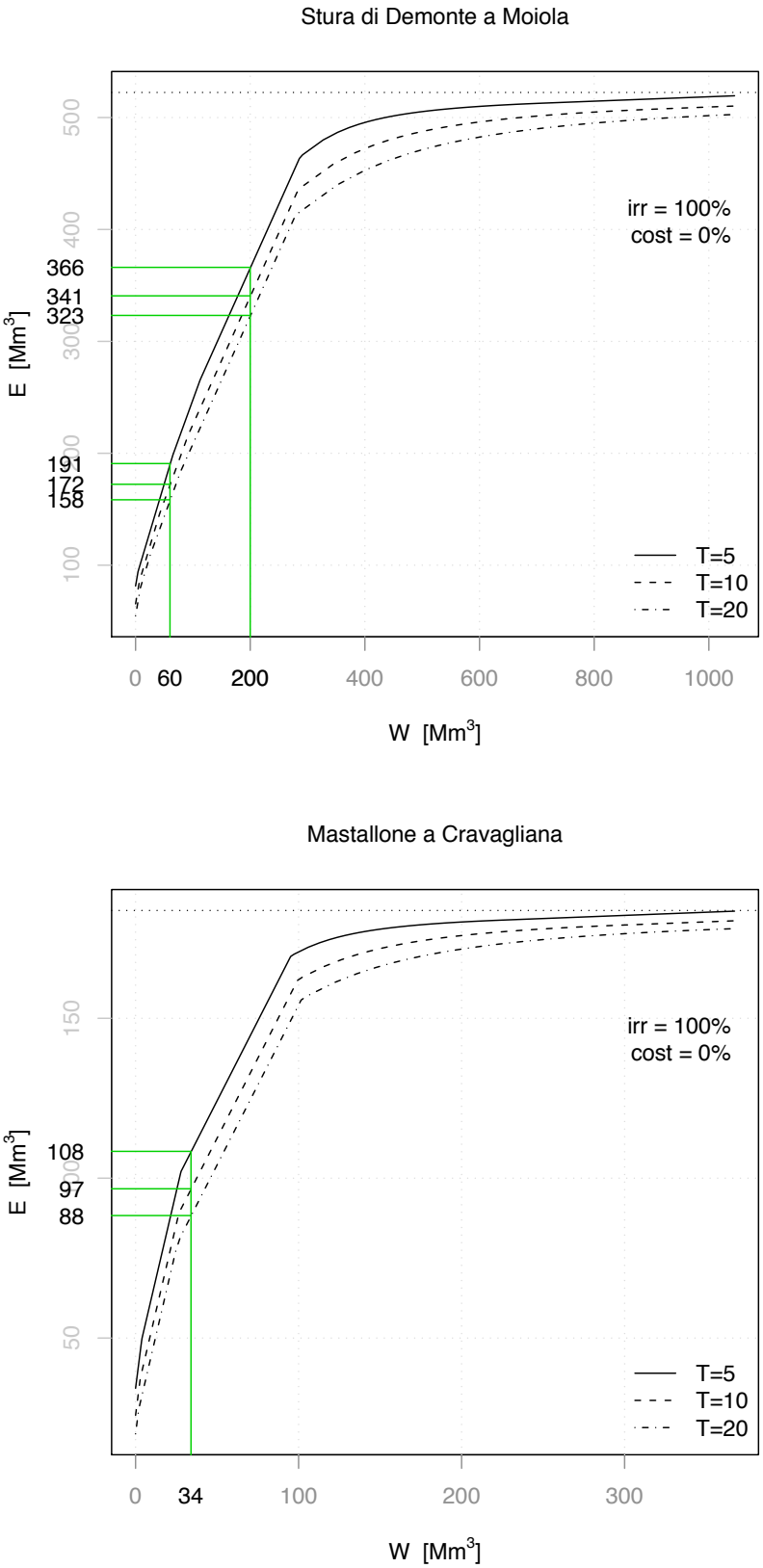


Figura 12.7: Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso esclusivamente irriguo. Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (2/3).

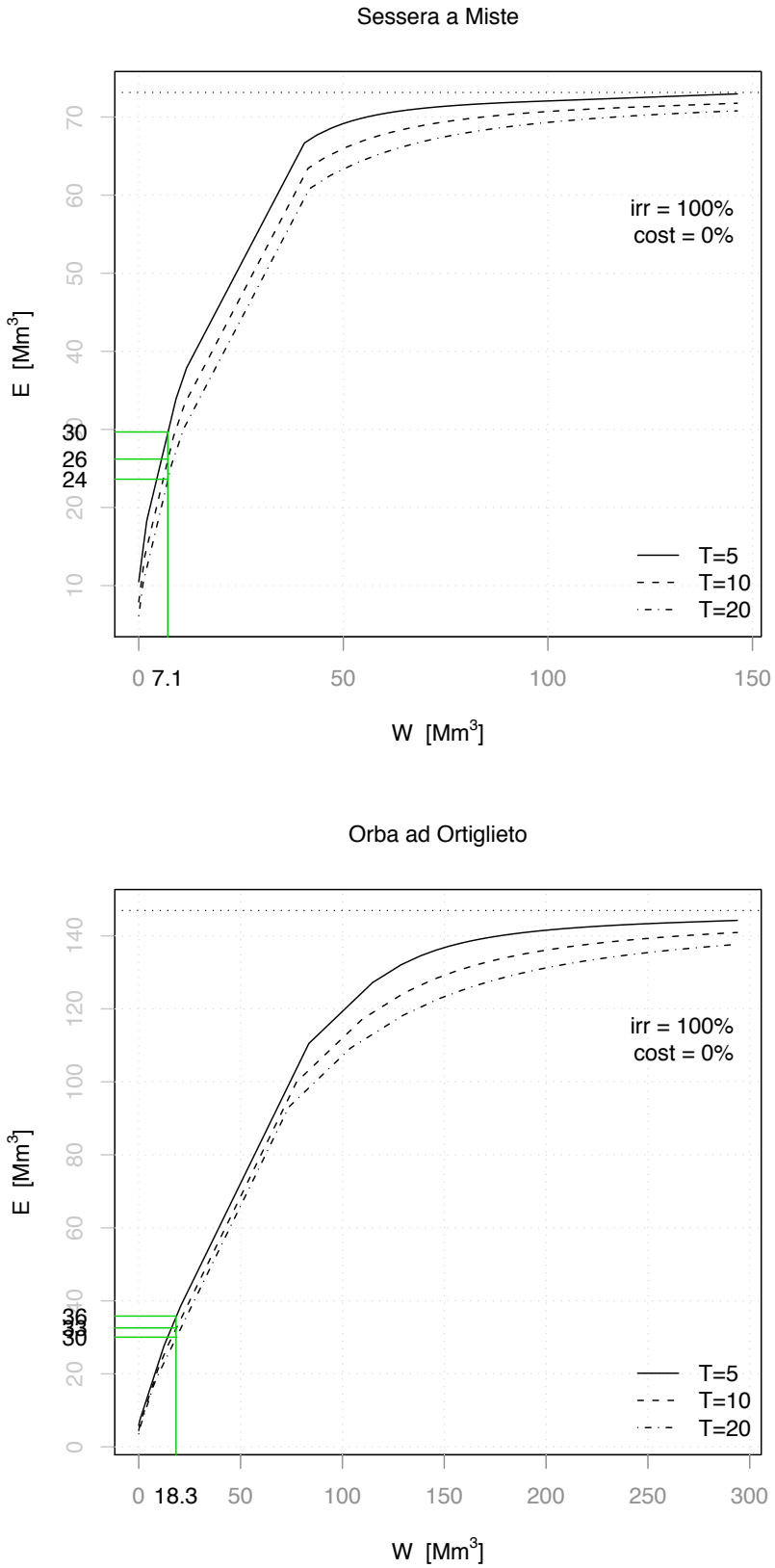


Figura 12.7: Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso esclusivamente irriguo. Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (3/3).

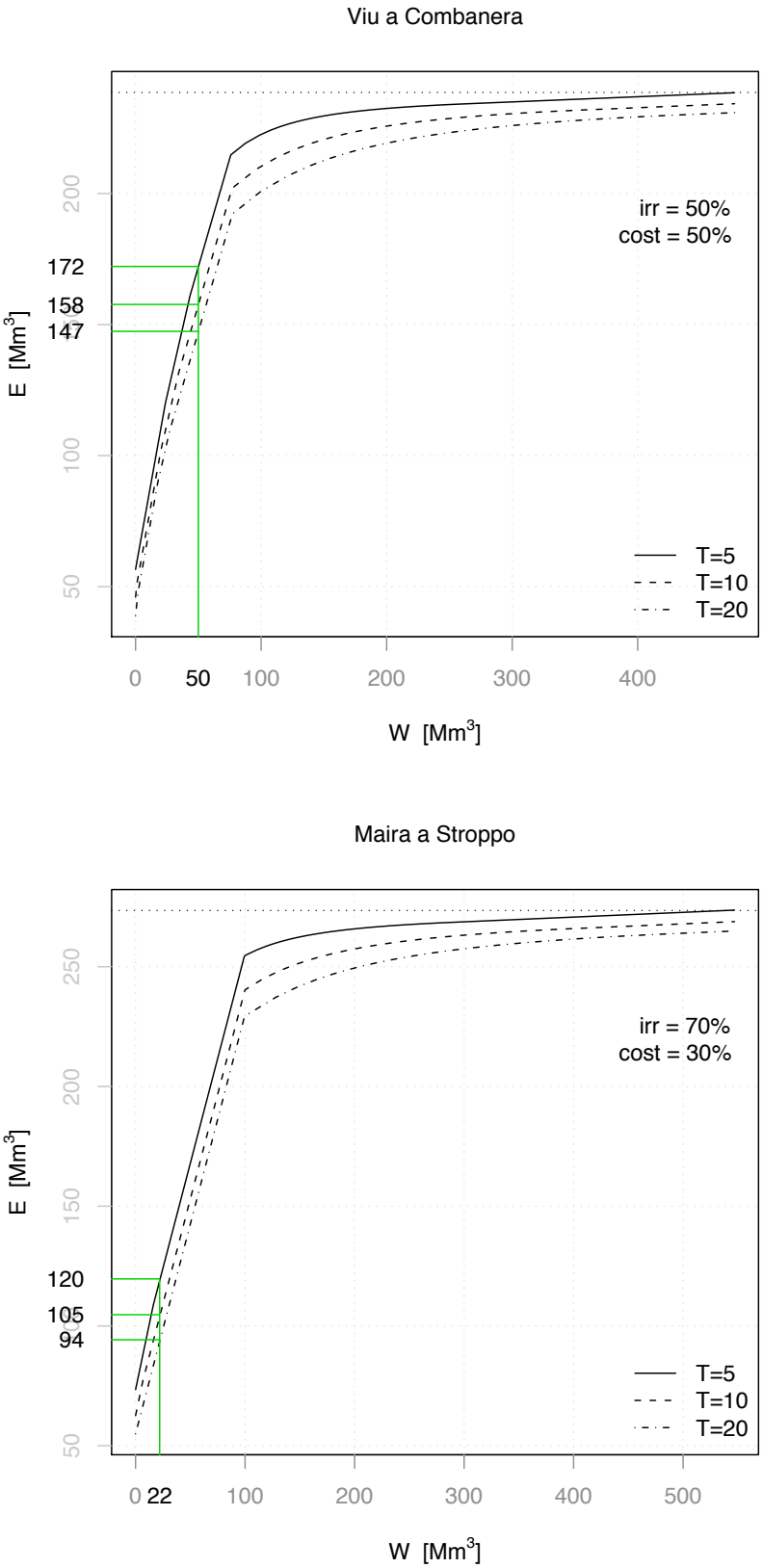


Figura 12.8: Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso promiscuo (basso uso costante). Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (1/3).

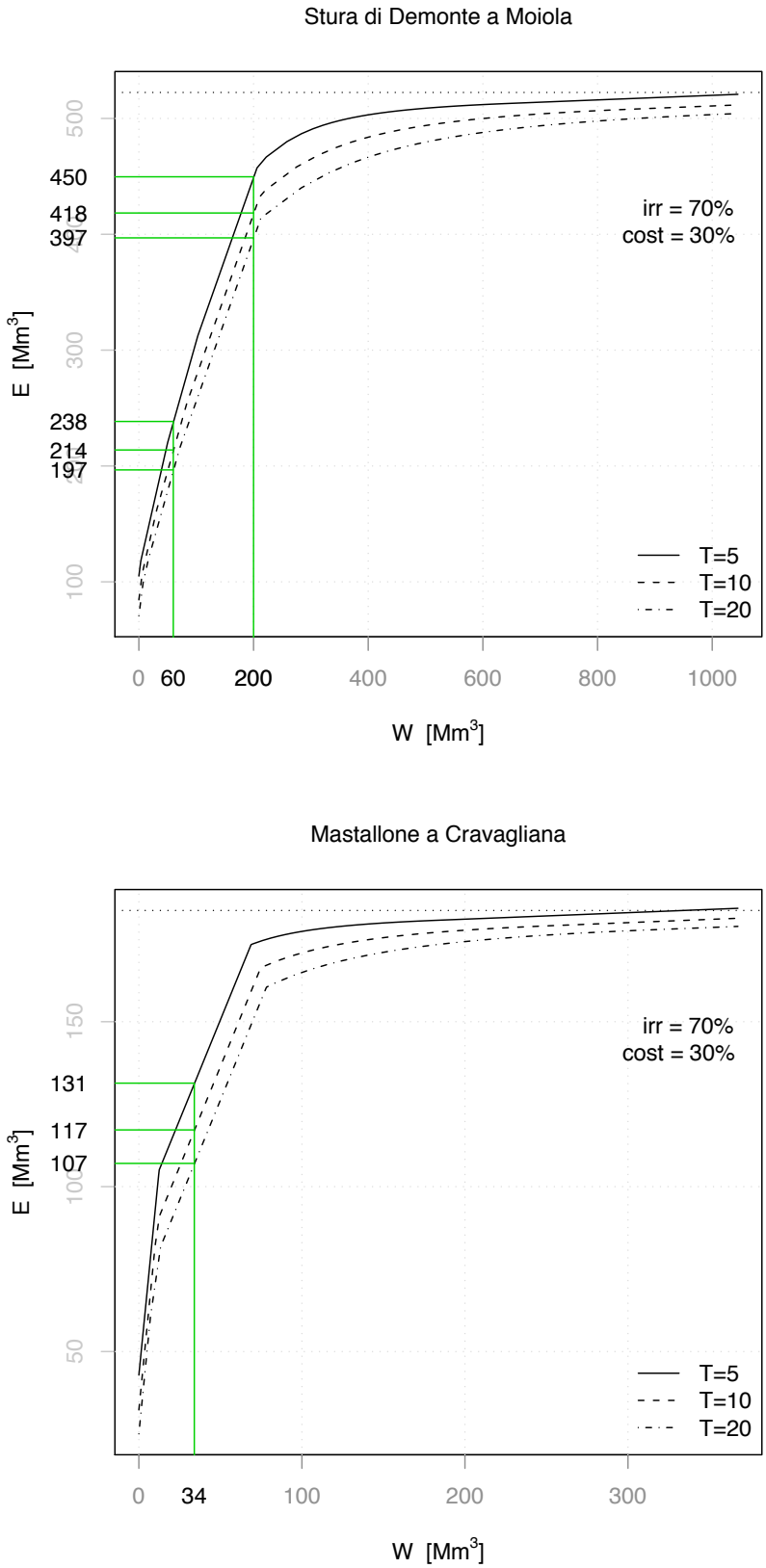


Figura 12.8: Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso promiscuo (basso uso costante). Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (2/3).

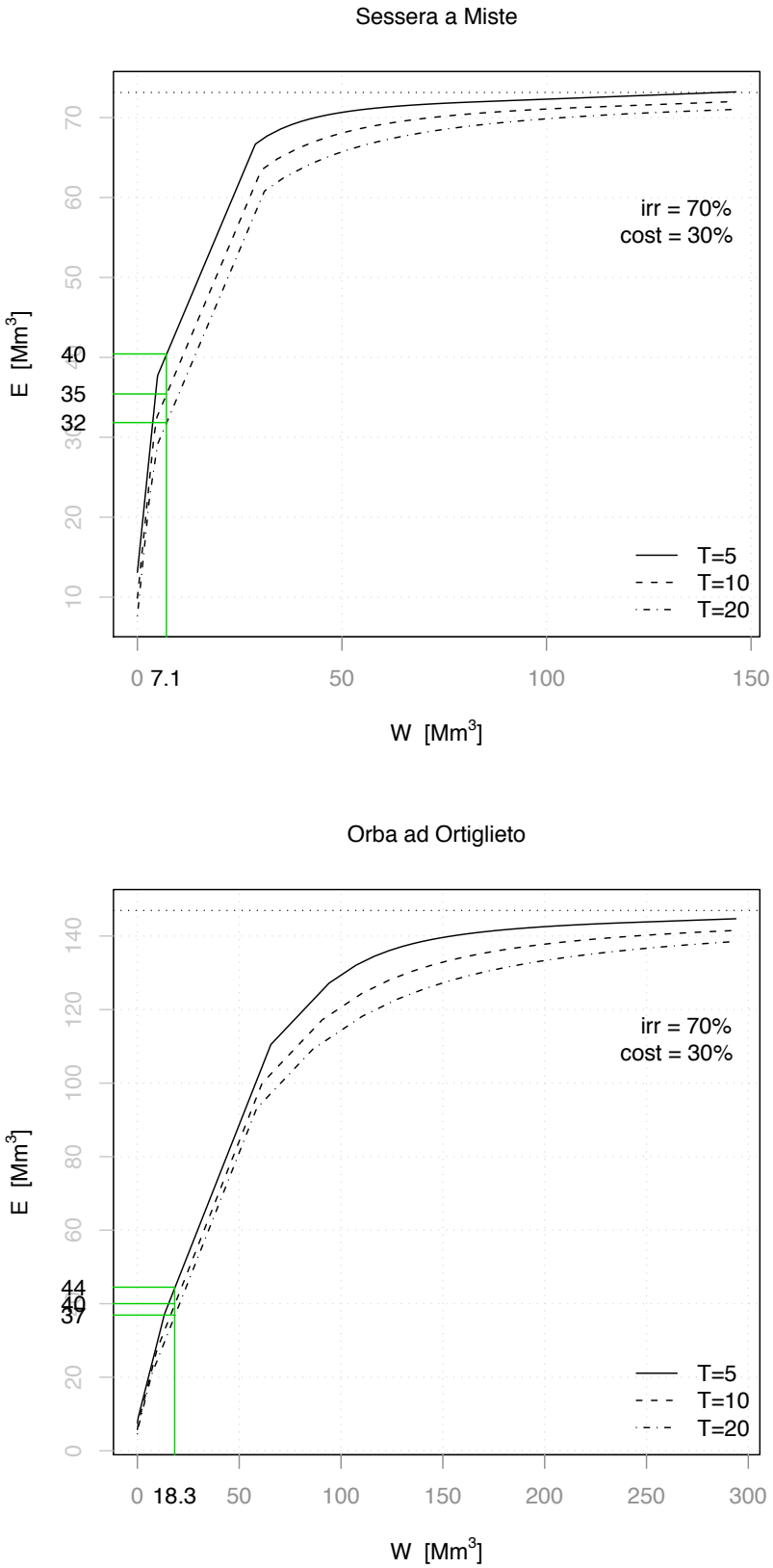


Figura 12.8: Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso promiscuo (basso uso costante). Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (3/3).

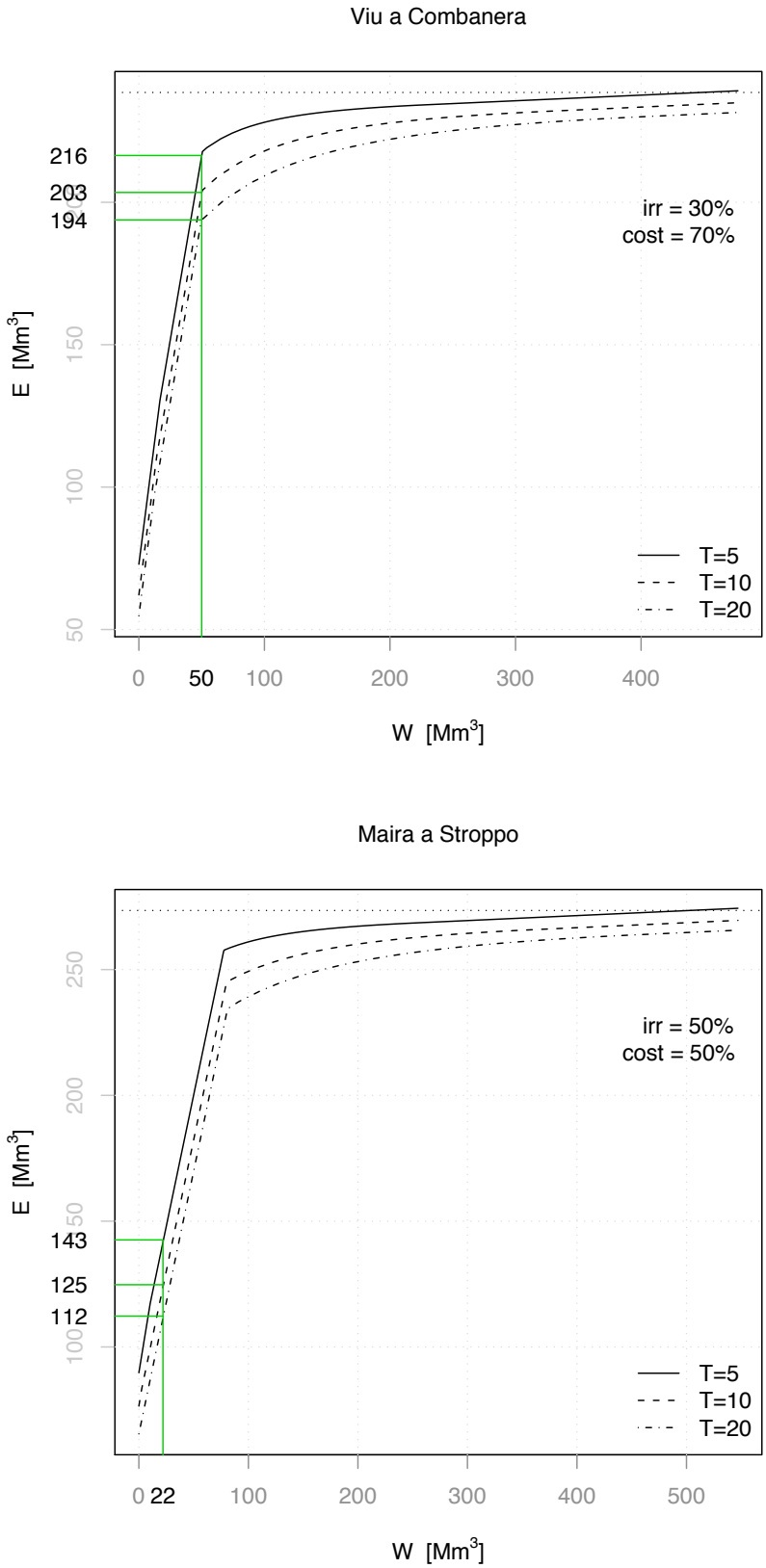


Figura 12.9: Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso promiscuo (alto uso costante). Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (1/3).

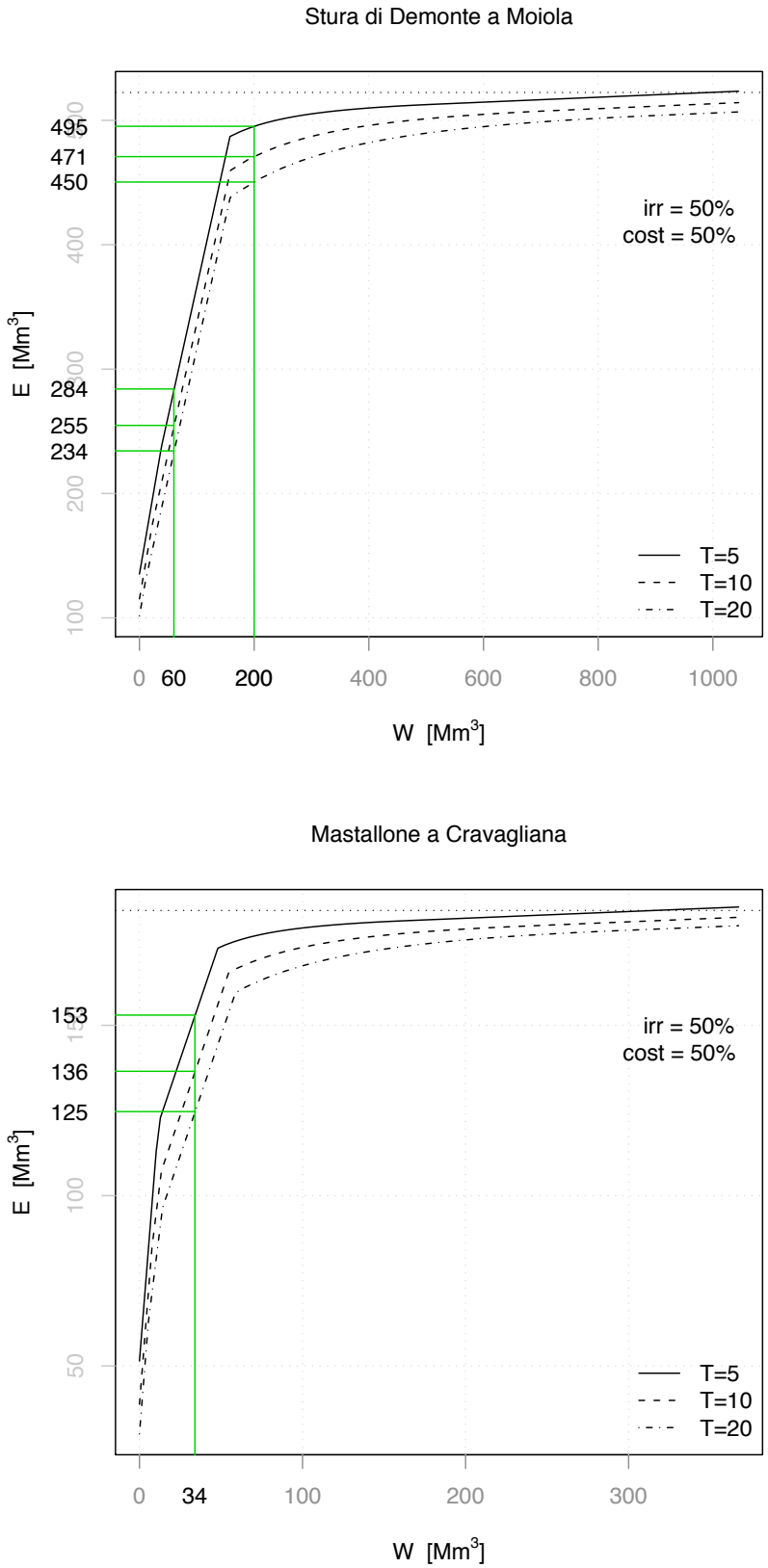


Figura 12.9: Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso promiscuo (alto uso costante). Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (2/3).

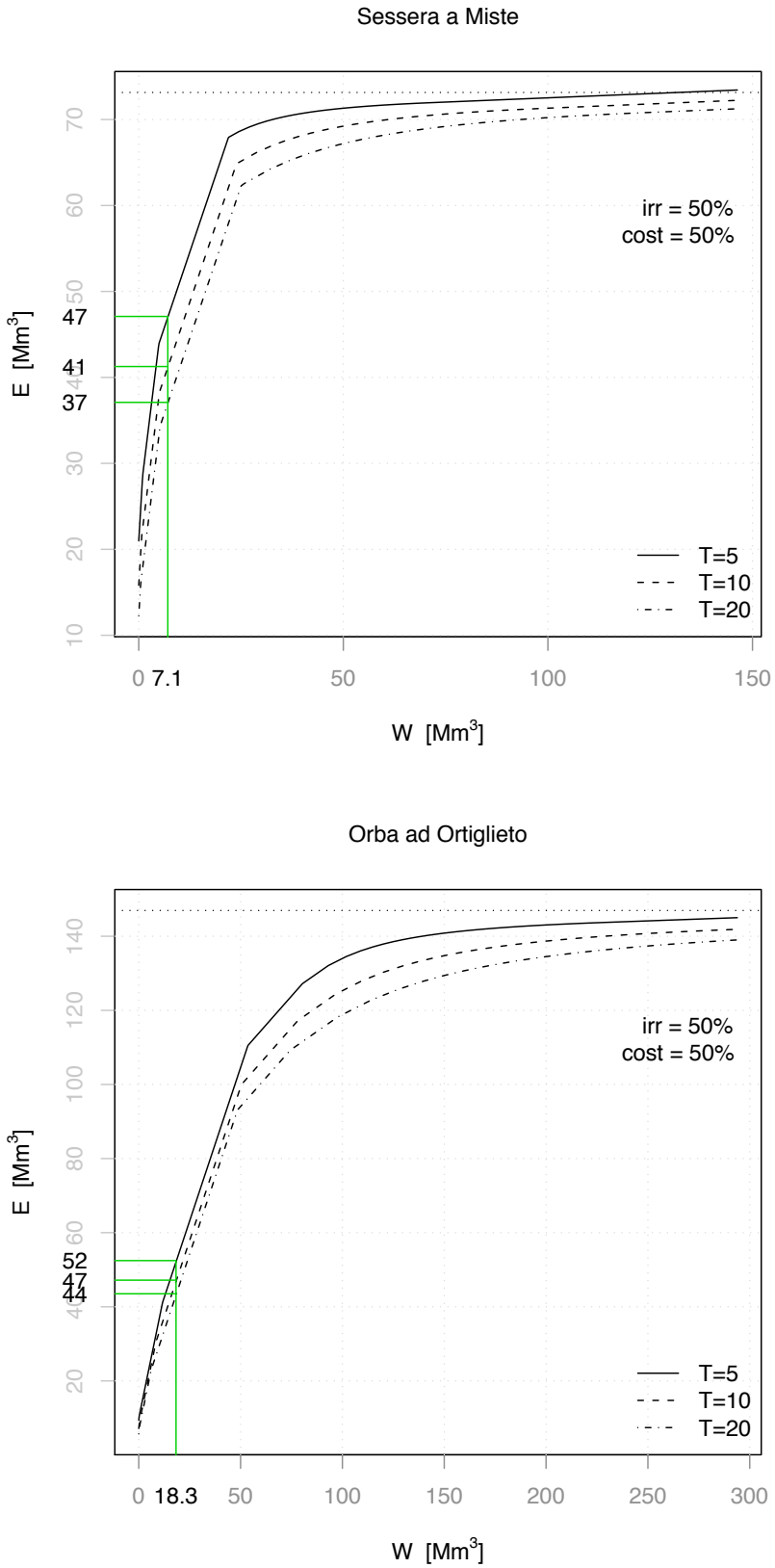


Figura 12.9: Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso promiscuo (alto uso costante). Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (3/3).

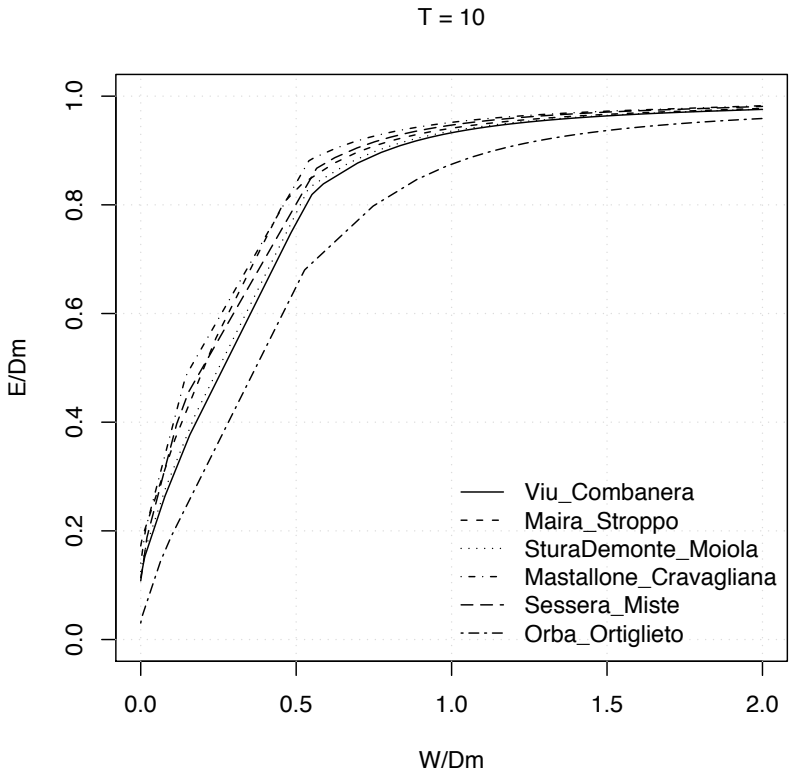


Figura 12.10: Curve di possibilità di regolazione adimensionali sovrapposte.

Capitolo 13

Generazione sintetica dei deflussi

13.1 Il modello DREAM

Il modello DREAM (acronimo di Distributed model for Runoff Et Antecedent soil Moisture simulation) è stato proposto in una prima versione da Manfreda, Fiorentino e De Smedt nel 2001 e poi successivamente migliorato ed aggiornato (Manfreda et al., 2002, 2004). Tale modello svolge la simulazione idrologica in continuo passando dalla scala giornaliera (DREAM-D) a quella oraria (DREAM-H) quando il sistema individua un evento che superi una prefissata soglia. Questo artifizio consente una notevole riduzione dei tempi di elaborazione ed allo stesso tempo una buona rappresentazione dei processi idrologici coinvolti nella generazione del deflusso superficiale e delle dinamiche del suolo, in quanto le dinamiche di imbibizione del suolo sono comunque ben interpretate alla scala giornaliera (Rodriguez-Iturbe et al., 2001; Laio et al., 2001).

I processi idrologici sono simulati, in entrambi i moduli, in una schematizzazione a griglia a maglie quadrate, in modo da poter considerare il bacino come un insieme di celle elementari con maglie di 240 m di lato. Ad ogni cella sono associate informazioni riguardanti la copertura vegetale, la tessitura del suolo, la morfologia, etc. Le informazioni pedologiche dei suoli sono assegnate sulla base degli studi HYPRES (Wösten et al., 1999). Nel modello il suolo è schematizzato come un bucket di dimensioni variabili, a seconda della tipologia di suolo (Figura 13.1), con flussi entranti ed uscenti quali: precipitazione, evapotraspirazione, deflusso superficiale, deflusso sub-superficiale, ricarica della falda freatica. La pioggia, prima di raggiungere il suolo, è intercettata dalla vegetazione in quantità che sono funzione della composizione della vegetazione, la rimanente acqua è immagazzinata nelle depressioni superficiali. La precipitazione efficace è divisa in due quantità: il runoff superficiale e l'infiltrazione nel suolo. Il contenuto d'acqua del suolo è ridistribuito secondo le caratteristiche morfologiche di ogni sottobacino. La pioggia giornaliera è distribuita spazialmente sul bacino facendo ricorso al metodo dei poligoni di Thiessen. Il modello DREAM è indicato per la simulazione dei processi idrologici relativi a

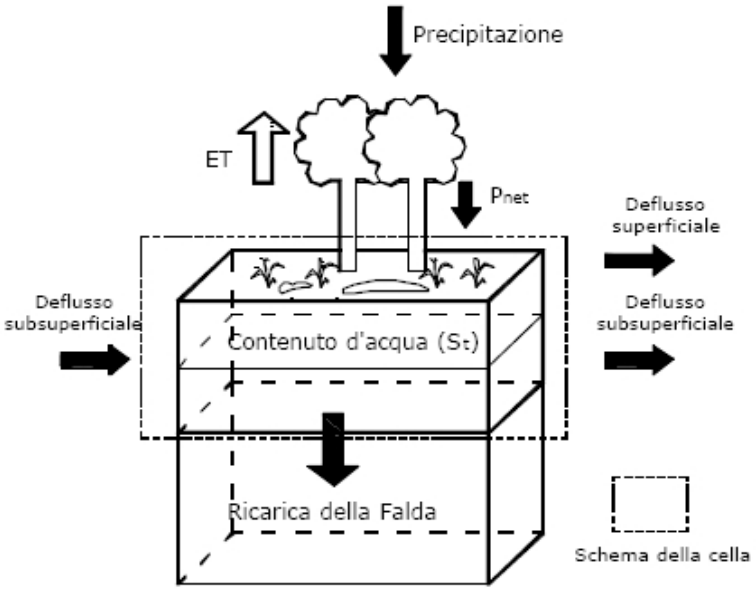


Figura 13.1: Schematizzazione dei flussi entranti e uscenti per volume unitario di suolo.

bacini di piccole (10-100 km^2) e medie dimensioni (100-1000 km^2).

13.1.1 Intercezione della vegetazione e depressioni superficiali

L'intercezione della vegetazione può essere considerata trascurabile durante un evento di piena ma costituisce un termine rilevante per il bilancio idrologico. Infatti, essa causa perdite dell'ordine del 10-20% della precipitazione totale annuale (Chang, 2003). Un modello che schematizza l'effetto della vegetazione deve essere in grado di cogliere le variazioni stagionali associate a tale termine. La copertura vegetale può essere interpretata come un semplice bucket di limitata capacità W_{sc}, seguendo l'equazione proposta da Dickinson (1984):

$$W_{sc} = 0.2 \cdot LAI \ , \tag{13.1}$$

dove il LAI (Leaf Area Index, [mm]) è l'indice di area fogliare, cioè la superficie di area fogliare per unità di superficie. Esso può essere calcolato sulla base di immagini da satellite oppure può essere stimato, mediante mappe mensili del satellite NOAA-AVHRR, grazie all'espressione seguente (Nemani and Running, 1996):

$$LAI = 1.71 \cdot NDVI + 0.48 \ , \tag{13.2}$$

dove: $NDVI = (RNIR - RVIS)/(RNIR + RVIS)$ è il Normalized Difference Vegetation Index, $RVIS$ è la riflettanza misurata nella banda del visibile (0.58-0.68 μm) e $RNIR$ è la riflettanza misurata nella banda dell'infrarosso vicino (0.725-1.1 μm). Il $NDVI$ è un parametro misurabile da strumentazione satellitare dotata di sensori nella banda del visibile e dell'infrarosso vicino. Esso risulta più elevato in presenza di vegetazione (con elevata attività fotosintetica) e minore in corrispondenza di superfici non vegetate o con attività fotosintetica debole (stress vegetazionale). Ciò dipende dal fatto che la vegetazione, a differenza delle superfici brulle o poco vegetate, riflette la radiazione solare molto di più nell'infrarosso vicino che nel visibile, così che il NDVI può essere utilizzato come marker spettrale della vegetazione e, quindi, per indicare: assenza o scarsità di vegetazione; consistente presenza di vegetazione senescente; stress vegetazionali dovuti a prolungati periodi di aridità; ritardo nella crescita della vegetazione; tagli o incendi di foreste.

Il contenuto d'acqua nella copertura vegetale è governato da un'equazione di bilancio del tipo:

$$\frac{w_c}{t} = p_v - e_{wc} \ , \tag{13.3}$$

dove p_v è la quantità di pioggia immagazzinata dalla vegetazione ed e_{wc} è il tasso di evaporazione diretta. L'evaporazione dell'acqua bloccata dall'apparato fogliare è assunta proporzionale alla frazione di vegetazione bagnata (Famiglietti and Wood, 1994):

$$e_{wc} = w_{wc} \cdot e_{wct}, \text{ se } w_c > 0 \ , \tag{13.4}$$

dove $w_{wc} = (w_c/w_{sc})^{2/3}$ rappresenta la frazione di vegetazione bagnata (Deardorff, 1978) e e_{wct} l'evaporazione potenziale dall'intera copertura.

In assenza di vegetazione o, comunque, nel caso in cui la pioggia superi il valore delle perdite legate all'intercezione intervengono le cosiddette depressioni superficiali. Le depressioni superficiali producono uno stoccaggio supplementare d'acqua che dipende dalle caratteristiche locali del terreno: pendenza, uso del suolo e tipo di suolo. L'acqua immagazzinata può sia evaporare che re-infiltrarsi nel suolo dopo l'evento di pioggia. L'entità di tale perdita dipenderà dall'altezza di pioggia, dall'evaporazione e_0 da tali superfici e dall'infiltrazione i_D secondo:

$$\frac{w_{dep}}{t} = p_{dep} - e_0 - i_D \ , \tag{13.5}$$

dove la precipitazione immagazzinata p_{dep} e l'infiltrazione i_D nel suolo, proveniente dall'acqua degli invasi, sono descritte attraverso le seguenti espressioni:

$$p_{dep} = \begin{cases} P_t - I_{veg} & , \text{ se } P_t - I_{veg} < (w_{max} - w_{dep}) \\ w_{max} - w_{dep} & , \text{ se } P_t - I_{veg} \geq (w_{max} - w_{dep}) \end{cases} \tag{13.6}$$

Lo stoccaggio superficiale è funzione del parametro locale capacità di stoccaggio superficiale w_{max}, ed è tabellato in funzione di tre parametri che sono le classi di pendenza, l'uso del suolo e la pedologia. Quando la precipitazione efficace è minore della capacità di immagazzinamento $(w_{max} - w_{dep})$ allora essa è completamente immagazzinata, altrimenti la perdita è uguale alla capacità d'immagazzinamento.

13.1.2 Perdite del suolo

Secondo noti schemi di letteratura, il volume di precipitazione che affluisce in un bacino idrografico può raggiungere la sezione di chiusura attraverso tre diverse componenti caratterizzate da ritardo crescente: il deflusso superficiale che ruscella in superficie; il deflusso ipodermico che filtra in strati di suolo superficiali ed infine il deflusso profondo che raggiunge la sezione di chiusura attraverso lenti fenomeni di filtrazione in strati più profondi del sottosuolo. Nel modello la falda freatica è schematizzata in via concettuale mediante un invaso lineare ricaricato attraverso un processo diffuso di percolazione profonda. Tale componente è una perdita solo nel bilancio del contenuto d'acqua del suolo idrologicamente attivo mentre ai fini idrologici contribuisce al deflusso di base che ha andamenti regolari nel tempo (Manfreda et al., 2003).

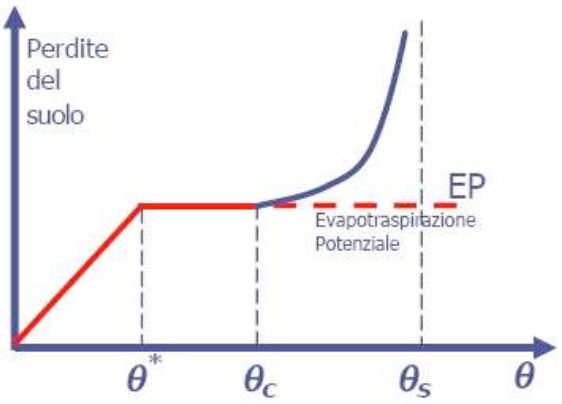


Figura 13.2: Perdite idrologiche del suolo (Rodriguez-Iturbe et al., 1999).

La percolazione profonda si innesca al superamento della capacità di campo ed è regolata dalla seguente espressione (Eagleson, 1978):

$$RG_t = \int_t^{t+1} K_s \left(\frac{S_t}{S_{max}} \right)^{(2+3m)/m} dt \ , \tag{13.7}$$

dove: K_s è la permeabilità a saturazione del suolo ed m è l'indice di distribuzione dei pori (pore-size distribution index).

L'evapotraspirazione è suddivisa in due componenti: evaporazione dal suolo nudo E_{bs} ed evapotraspirazione dalla vegetazione ET_{veg}. La distinzione è fatta mediante l'equazione di Eagleson (1982) che definisce la partizione tra suolo nudo e suolo vegetato:

$$M = 1 - e^{-\mu \cdot LAI} \ , \tag{13.8}$$

dove M rappresenta la frazione di suolo coperto da vegetazione e μ è un coefficiente (extinction coefficient) che varia in funzione dell'uso del suolo : 0.35 per i prati, 0.45 per grano, 0.5-0.77 per gli alberi (Larcher, 1975). L'evapotraspirazione dalla frazione M di suolo vegetato di ogni cella è calcolata in accordo con Rigon et al. (2002):

$$ET_{veg} = M \cdot \min\left(1, \ \frac{4}{3}\frac{S_t}{S_{max}}\right) \cdot (E_p - e_{wc}) \ . \tag{13.9}$$

L'ET_{veg} varia linearmente finché il grado di saturazione del suolo raggiunge il valore 0.75. Quando il contenuto di umidità supera detto valore, la traspirazione assume un valore pari a quello potenziale. L'evaporazione reale dalle superfici libere d'acqua è valutata presumendo che l'acqua può evaporare fino alla percentuale potenziale:

$$E_{bs} = (1 - M) \cdot \min(E_p, A_w) \ , \tag{13.10}$$

dove E_{bs} è l'evaporazione dal suolo nudo, A_w è l'acqua disponibile, ed E_p è l'evaporazione potenziale.

Nel modello DREAM, l'evapotraspirazione potenziale è calcolata in funzione dei dati climatici disponibili; esso utilizza sia l'equazione di Penman-Monteith modificata dalla FAO (Allen et al., 1998) sia equazioni empiriche quali quella di Thornthwaite (v.es. Moisello, 1999).

13.1.3 Bilancio idrologico del suolo

Il contenuto d'acqua del suolo rappresenta il fattore chiave per tutti i processi agenti alla scala di bacino (Western et al., 1998; Albertson and Montaldo, 2003). Le sue dinamiche rappresentano uno degli argomenti di maggiore interesse per la comunità scientifica, che è impegnata in numerose campagne di monitoraggio dei campi di umidità del suolo utilizzando sia TDR (time domain reflectometry) portatili (e.g. Tarrawarra) sia sensori a microonde passivi ed attivi. Il proliferare di queste nuove tecnologie ed il numero di campagne sperimentali svolte fino a questo momento hanno consentito di compiere numerosi passi in avanti nella comprensione del processo di imbibizione dei suoli (Rodríguez-Iturbe et al., 1995; Yoo et al., 1998; Western et al., 1998; Pan et al., 2003).

Il modello DREAM calcola il contenuto di umidità nello strato di suolo idrologicamente attivo in funzione della precipitazione, dell'evapotraspirazione, dell'interscambio subsuperficiale

e ricarica della falda, secondo un'equazione di bilancio definita a scala locale (si veda lo schema riportato in Figura 13.1):

$$S_{t+1} = S_t + I_t + RS_t - RG_t - ET_{veg} \ , \tag{13.11}$$

dove: S_{t+1} rappresenta il contenuto di acqua al tempo $t+1$, $S_t = \theta_t \cdot D$ è il contenuto di acqua nel suolo al tempo t, θ_t è il contenuto di umidità nel suolo, I_t è l'ammontare d'infiltrazione nel suolo, ET_{veg} è l'evapotraspirazione reale, RS_t è lo scambio di flusso laterale ed RG_t indica la ricarica della falda durante il tempo t. Dopo l'intercezione della vegetazione e quella della superficie del suolo, la precipitazione residua s'infiltra completamente nel suolo a meno che non ecceda la capacità di saturazione del suolo stesso. Segue che il runoff superficiale R_t e l'infiltrazione I_t possono essere definiti come nell'equazione seguente:

$$R_t = P_{net,t} - (S_{max} - S_{t-1}), \text{ se } P_{net,t} \geq (S_{max} - S_{t-1}) \ , \tag{13.12}$$

$$I_t = P_{net,t} - R_t, \text{ se } P_{net,t} \geq 0 \ , \tag{13.13}$$

dove: $P_{net,t} = P_t - I_{veg} - p_{dep}$ è la precipitazione netta durante t (data dalla pioggia diminuita della quota di intercezione I_{veg} e di stoccaggio superficiale p_{dep}), $S_{max} = \theta_s \cdot D$ è il contenuto di acqua di suolo a saturazione e θ_s è il contenuto d'acqua del suolo reso saturo. Elemento caratterizzante del modello è la modalità in cui viene trattato il deflusso subsuperficiale generato per exfiltrazione dalle celle che arrivano a saturazione mediante il meccanismo di redistribuzione (Figura 13.3). Questo è governato da una funzione di redistribuzione applicata ad ogni sottobacino di ordine immediatamente inferiore a quello del bacino stesso. La redistribuzione è valutata come una funzione del wetness index W_t o indice topografico proposto da Kirkby (1975). Quest'ultimo riflette la tendenza dell'acqua ad accumularsi in regioni con una grande area drenante a monte e con pendenze relativamente lievi. Il processo s'innesca solo al superamento della capacità di campo. Il bacino principale è suddiviso in un numero di sottobacini e per ognuno di questi il modello ridistribuisce il deflusso subsuperficiale cella per cella usando l'equazione seguente:

$$RS_{t,j} = \left(\frac{W_j \sum_{i=1}^{N} \max[c(S_{t,i} - S_{c,i})]}{\sum_{i=1}^{N} W_i} \right) - \max[c(S_{t,j} - S_{c,j})] \ , \tag{13.14}$$

dove: $RS_{t,j}$ è il flusso subsuperficiale relativo alla cella j, $W_i = \ln(a/\tan\beta)$ (a è l'area di drenaggio per unità di contorno e $\tan\beta$ è la pendenza locale nella direzione discendente) è

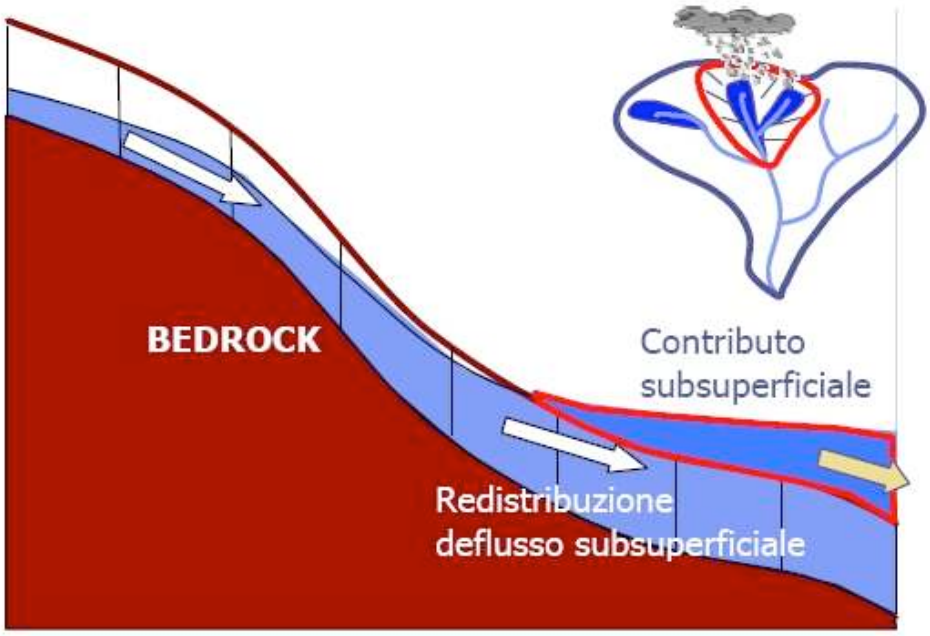


Figura 13.3: Schema di redistribuzione e produzione deflusso subsuperficiale.

l'indice topografico, calcolato per l'i-esima cella, $S_{t,i}$ è il contenuto d'acqua del suolo relativo alla cella i al tempo t, $S_{c,i}$ è il contenuto d'acqua alla capacità di campo relativo alla cella i, N è il numero di celle del sottobacino in cui ricade la cella j-esima e c [T^{-1}] è il parametro di redistribuzione. Quest'ultimo rappresenta un parametro di calibrazione del modello.

Nel caso di bacini piccoli e medi, è ragionevole presumere che il runoff prodotto nel giorno mediamente raggiunga la sezione di chiusura entro stesso giorno. Sotto tale ipotesi, il deflusso giornaliero può calcolarsi come la somma del deflusso superficiale prodotto nello stesso giorno ed il contributo del runoff subsuperficiale di ogni cella. Il deflusso profondo ovvero il contributo di falda, al contrario, è interpretato attraverso una relazione del serbatoio lineare tra il volume colato ed il deflusso uscente.

13.1.4 Routing superficiale

Quando il modulo a scala oraria DREAM-H è attivo, la dinamica del ruscellamento superficiale diventa uno degli aspetti dominanti per una stima attendibile degli idrogrammi di piena. Il flusso è diretto lungo le linee di massima pendenza ed è simulato sotto l'ipotesi di velocità locale costante. Il flusso in alveo e sui versanti è diretto attraverso percorsi determinati sulla base delle caratteristiche topografiche del bacino, descritto mediante un DEM con una risoluzione

di 240 m. La velocità in ogni cella è determinata usando l'ipotesi di velocità locale costante assumendo il raggio idraulico ed il coefficiente di scabrezza caratteristiche statiche del terreno che non cambiano durante l'evento di piena. La portata alla sezione di chiusura è calcolata come la somma dei contributi specifici di ogni cella dopo un tempo di residenza corrispondente al tempo necessario per raggiungere la sezione di chiusura. Tale parametro è definito flowtime ft, calcolato come il tempo richiesto per le particelle d'acqua per viaggiare sui versanti e lungo il reticolo idrografico che collega la cella alla sezione di chiusura del bacino. La velocità di flusso sia sul versante che nel reticolo è determinata con l'equazione di Manning, dove il coefficiente di scabrezza (n) è assegnato in funzione dell'uso del suolo ed il raggio idraulico (R) è considerato come caratteristica statica locale. La funzione di risposta del bacino è ottenuta in ambiente GIS, attraverso l'estrazione delle informazioni topografiche ed idrologiche dai dati spaziali digitali del bacino. Il raggio idraulico è valutato attraverso l'area di drenaggio a monte di ogni cella. In particolare, viene utilizzata un'equazione dedotta sulla base del rapporto stimato tra il raggio idraulico e la portata (Albertson and Simons, 1964):

$$R = R_{max} \cdot \left(\frac{A}{A_{max}} \right)^{0.26} . \tag{13.15}$$

Il raggio idraulico lungo il reticolo è funzione dell'area di drenaggio a monte di ogni cella, così come espresso nel Equazione 13.15, mentre è assunto costante lungo i versanti ed in particolare uguale a 0.01 m. Il parametro R_{max} rappresenta il parametro di taratura per il processo di corrivazione; esso infatti condiziona i tempi di risposta dell'intero bacino. Il deflusso orario è dato dalla somma dei contributi che vengono da ogni cella del bacino dopo un tempo di ritardo uguale al flowtime della cella stessa, come espresso nella seguente equazione:

$$Q_{s,t} = \sum_{d=1}^{t_{max}} R_{t-ft}(ft = d) , \tag{13.16}$$

dove: ft rappresenta il flowtime necessario per raggiungere la sezione di chiusura del bacino e t_{max} è il flowtime massimo del bacino.

13.2 Applicazione del modello DREAM a bacini piemontesi

Il modello è stato tarato su 3 bacini piemontesi (Figura 13.4) aventi caratteristiche morfo-climatiche differenti. Superficie del bacino e quota media sono abbastanza indicative delle differenze e delle analogie che intercorrono tra i bacini (vedi Tabella 13.1). Ulteriori informazioni sono fornite dai valori di precipitazione media annua (cha va dai 1114 mm della Stura di Demonte, ai 1271 mm della Stura di Lanzo, ai 1910 mm del Mastallone) e di portata media annua

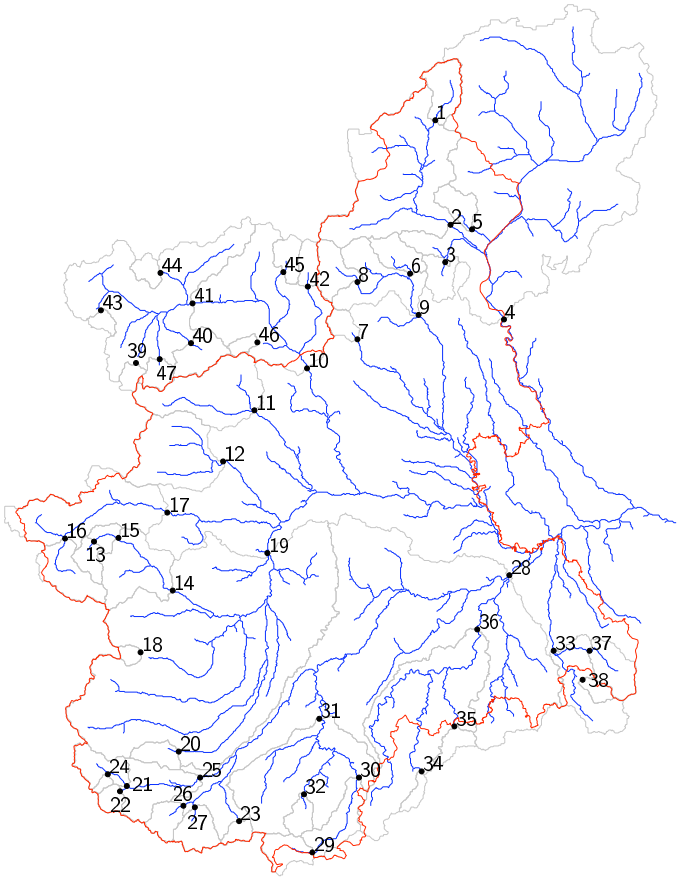


Figura 13.4: Bacini idrografici del Servizio Idrografico utilizzati nello studio (i bacini utilizzati per la calibrazione del modello DREAM sono il Mastallone a Ponte Folle (6), lo Stura di Lanzo a Lanzo (12) e lo Stura di Demonte a Gaiola (25)).

(1532 mm per il Mastallone chiuso a Ponte Folle, 1076 mm per la Stura di Lanzo a Lanzo, 982 mm per la Stura di Demonte a Gaiola).

Gli input richiesti dal modello sono costituiti dalle serie giornaliere di precipitazione e di temperatura, oltre che dalla serie di portate per la verifica dell'accordo con le portate ricostruite. Inoltre il modello utilizza informazioni distribuite, sotto forma di mappe a maglia quadrata, sul tipo di suolo, permeabilità e uso del suolo, Leaf Area Index, oltre che il modello digitale del terreno alla stessa risoluzione spaziale. Le informazioni sul tipo di suolo sono state derivate dai dati Hypres (Tabella 13.2), quelle di uso del suolo da dati di letteratura (Clapp and Hornberger, 1978) (Tabella 13.3) e il Leaf Area Index da mappe di NDVI derivate a loro volta da mappe mensili del satellite NOAA-AVHRR grazie all'Espressione 13.2 di (Nemani and Running, 1996). Per quanto riguarda la permeabilità un valore di K_s unico per ciascun bacino è stato dedotto dalla carta idrogeologica 1:250000 del Piemonte.

Tabella 13.1: Caratteristiche dei bacini su cui è stato tarato il modello DREAM.

		H_m [m s.m.m.]	S [km^2]	A_m [mm]	D_m [mm]
6	Mastallone a Ponte Folle	1319	149	1910	1532
12	Stura di Lanzo a Lanzo	1773	582	1271	1076
25	Stura di Demonte a Gaiola	1814	562	1114	982

Tabella 13.2: Tavola di conversione dalla codifica Hypres alla codifica utilizzata dal modello (COD).

Hypres	COD	Soil Type
1	1	Sand
1	2	Loamy Sand
1/2	3	Sandy Loam
2/3	4	Silt Loam
3	5	Silt
2	6	Loam
1/4	7	Sandy Clay Loam
3/4	8	Silt Clay Loam
2/4	9	Clay Loam
3/4	10	Sandy Clay
4	11	Silt Clay
4/5	12	Clay

Tabella 13.3: Tavole utilizzate per l'assegnazione di parametri di tessitura da letteratura (Clapp and Hornberger, 1978). (1/2)

Landuse		
Category	Cover	Root Depth [m]
1	crop or mixing farming	1.00
2	short grass	1.00
3	evergreen needle leaf tree	1.50
4	deciduous needle leaf tree	1.50
5	deciduous broad leaf tree	2.00
6	evergreen broad leaf tree	1.50
7	tall grass	1.00
8	irrigated crop	1.00
9	bog marsh	1.00
10	evergreen shrub	1.00
11	deciduous shrub	1.00
12	mixed woodland	2.00
13	impervious area/sewer channel	-
14	streams	-

Sulla formulazione originale del modello, sviluppato in un ambito di gestione di bacini pugliesi e lucani, l'intervento di calibrazione operato è stato minimo. Dei due parametri del modello, il primo (coefficiente di ridistribuzione del contenuto d'acqua che eccede la capacità di campo) è stato tenuto costante e pari al valore valutato dagli autori (0.25), mentre il secondo è stato

Tabella 13.3: Tavole utilizzate per l'assegnazione di parametri di tessitura da letteratura (Clapp and Hornberger, 1978). (2/2)

Uso suolo	Codice	Profondità Suolo
Foreste e Boschi	1	2
Prati, praterie	2	1
Suoli ad uso prevalentemente agricolo	3	1
Suoli Nudi (con vegetazione rada o assente)	4	0.5
Aree impermeabili (aree urbanizzate)	5	0

valutato tramite l'adattamento di un modello di tipo esponenziale negativo al tratto di curva di esaurimento del flusso di base, ottenendo rispettivamente 90 per la Stura di Lanzo, 84 per il Mastallone e 200 per la Stura di Demonte.

In Tabella 13.4 sono riportate alcune statistiche e nelle Figure 13.5, 13.6 e 13.7 alcuni grafici utili nella valutazione della bontà dei risultati ottenuti sui tre bacini di taratura. Se con Q_r si

Tabella 13.4: Statistiche di performance del modello per i tre bacini usati in calibrazione.

	RMSE [m^3/s]	NS [%]	Bil [%]
Mastallone a Ponte Folle	16.7	27.2	99.7
Stura di Lanzo a Lanzo	14.2	67.1	103.3
Stura di Demonte a Gaiola	10.5	45.9	97.4

indicano le portate osservate, con Q_s quelle simulate, con $\bar{Q}_r$ la media delle portate osservate e con N il numero delle osservazioni, il Root Mean Square Error (RMSE) è definito come

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum (Q_r - Q_s)^2}{N}} \ , \tag{13.17}$$

il coefficiente di Nash e Sutcliffe (NS), che è analogo al coefficiente di determinazione, come

$$\mathrm{NS} = \frac{1 - \sum (Q_r - Q_s)^2}{\sum (Q_r - \bar{Q}_r)^2} \cdot 100 \ , \tag{13.18}$$

e l'abilità nel riprodurre il bilancio di massa (Bil) come

$$\mathrm{Bil} = \frac{\sum Q_s}{\sum Q_r} \cdot 100 \ . \tag{13.19}$$

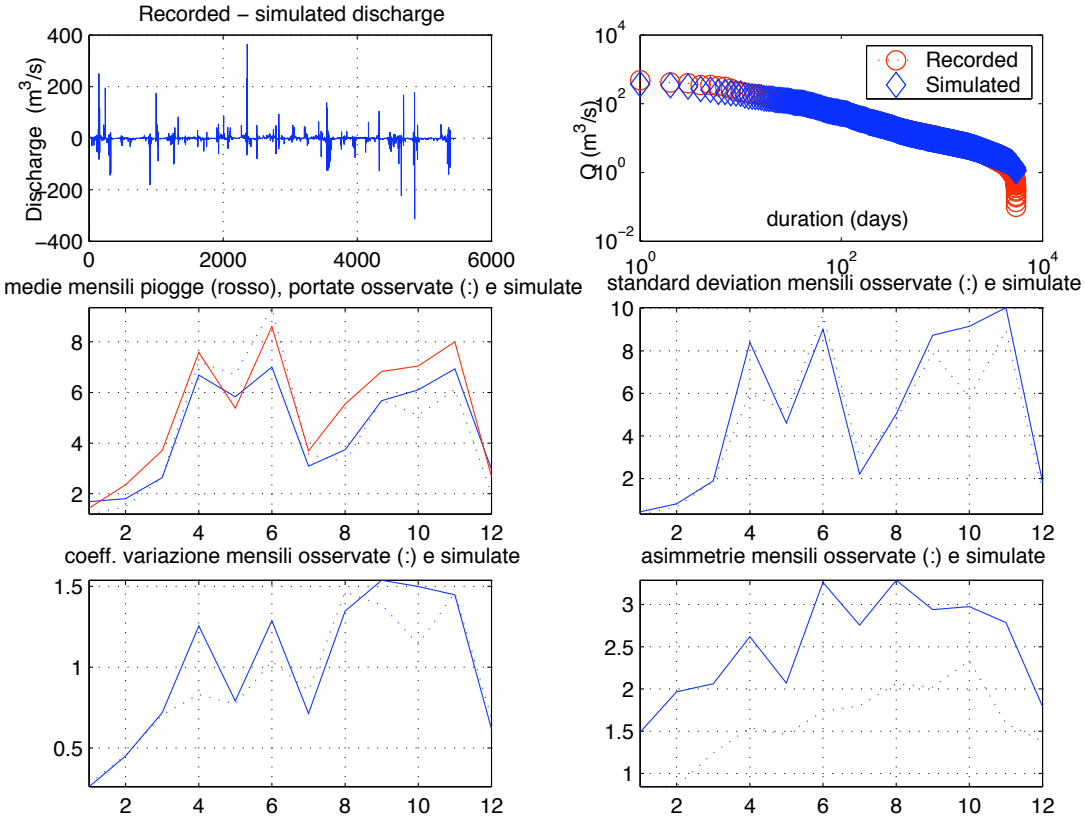


Figura 13.5: Grafici di performance del modello: Mastallone a Ponte Folle. A partire dal grafico in alto a sinistra e procedendo per righe, sono rappresentati: differenza tra portate giornaliere osservate e simulate; confronto tra curve di durata delle portate; confronto tra gli andamenti delle medie mensili di piogge e portate osservate e simulate; confronto tra gli andamenti delle standard deviation mensili delle portate osservate e misurate; confronto tra gli andamenti dei coefficienti di variazione mensili delle portate osservate e misurate; confronto tra gli andamenti delle asimmetrie mensili delle portate osservate e misurate.

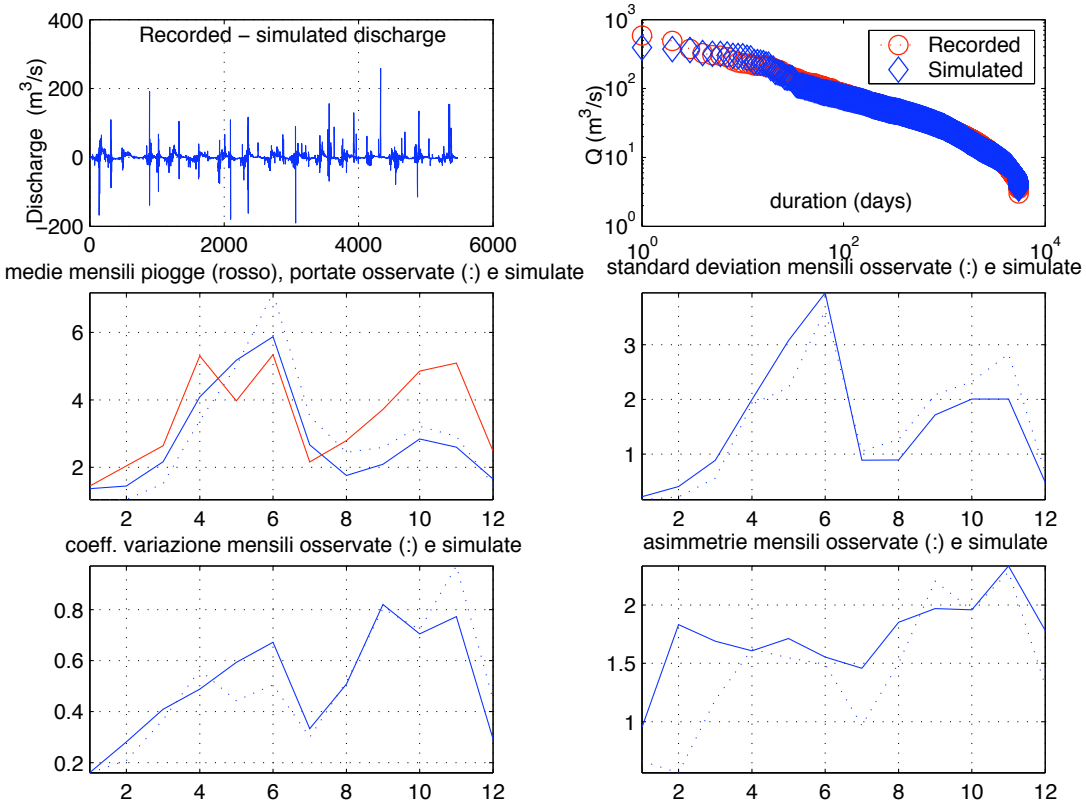


Figura 13.6: Grafici di performance del modello: Stura di Lanzo a Lanzo. A partire dal grafico in alto a sinistra e procedendo per righe, sono rappresentati: differenza tra portate giornaliere osservate e simulate; confronto tra curve di durata delle portate; confronto tra gli andamenti delle medie mensili di piogge e portate osservate e simulate; confronto tra gli andamenti delle standard deviation mensili delle portate osservate e misurate; confronto tra gli andamenti dei coefficienti di variazione mensili delle portate osservate e misurate; confronto tra gli andamenti delle asimmetrie mensili delle portate osservate e misurate.

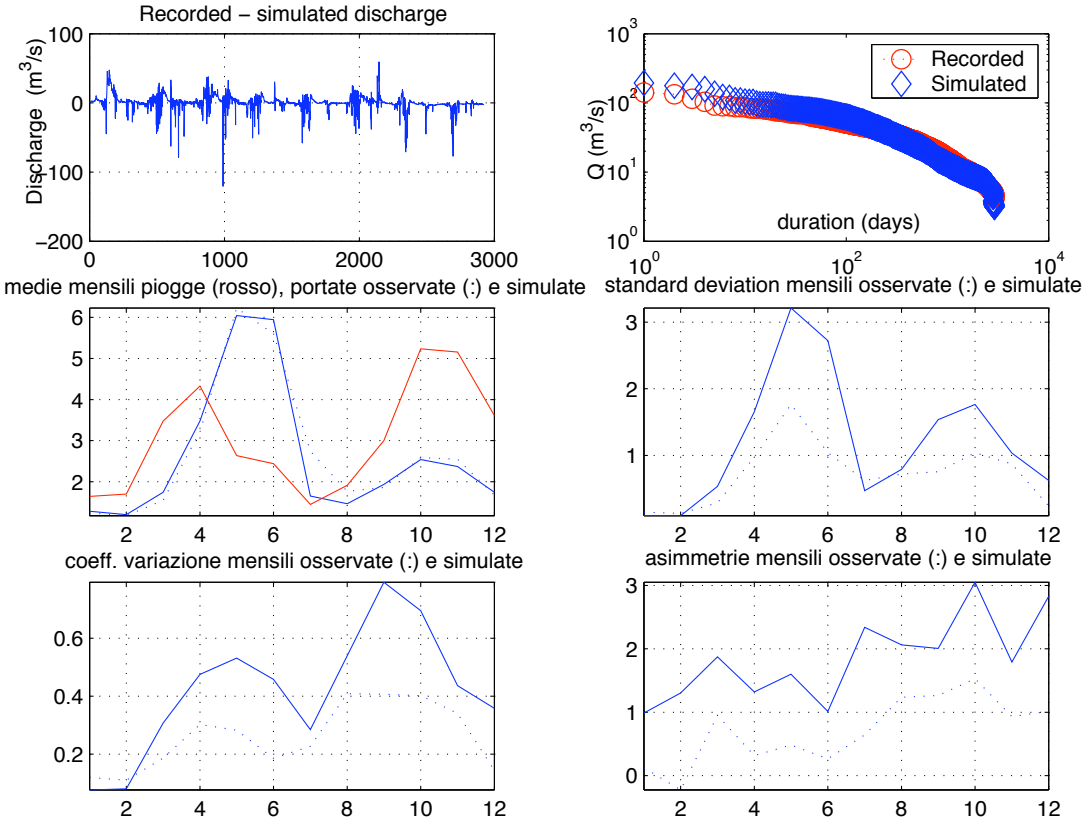


Figura 13.7: Grafici di performance del modello: Stura di Demonte a Gaiola. A partire dal grafico in alto a sinistra e procedendo per righe, sono rappresentati: differenza tra portate giornaliere osservate e simulate; confronto tra curve di durata delle portate; confronto tra gli andamenti delle medie mensili di piogge e portate osservate e simulate; confronto tra gli andamenti delle standard deviation mensili delle portate osservate e misurate; confronto tra gli andamenti dei coefficienti di variazione mensili delle portate osservate e misurate; confronto tra gli andamenti delle asimmetrie mensili delle portate osservate e misurate.

13.3 Scenari di utilizzazione degli invasi

Nel capitolo precedente si è descritto come si possono ottenere serie sintetiche di deflussi in ingresso agli invasi attraverso il modello afflussi-deflussi DREAM. In questo capitolo tali serie sintetiche sono utilizzate per simulare il comportamento degli invasi in differenti scenari di utenza. Le curve di possibilità di regolazione ottenute dai dati sintetici vengono prima di tutto validate attraverso il confronto con quelle ottenute con l'analisi regionale (vedi Capitolo 12) per l'utenza irrigua. Vengono quindi analizzati in dettaglio alcuni casi particolari: fissato il volume utile di invaso, si indagano la frequenza e l'entità delle fallanze corrispondenti a diversi scenari di utilizzo.

13.3.1 Confronto tra curve regionalizzate e curve sintetiche

L'analisi regionale di frequenza del deflusso annuo (Capitolo 6) e dei deflussi critici (Capitolo 8) permette la stima delle curve di possibilità di regolazione per una qualsiasi sezione del territorio piemontese e valdostano (Capitolo 9). L'analisi regionale è stata però condotta solo per due tipi di utilizzazione irrigua: per un caso di irrigazione umettante e per un caso di irrigazione a sommersione. Ovviamente sarebbe impensabile di ottenere le curve di possibilità di regolazione per ogni caso di utilizzo attraverso l'analisi regionale. In alcuni casi, inoltre, l'analisi regionale si rivela poco adatta alla stima dei deflussi critici, ad esempio nel caso di utilizzazione costante. Questo è uno dei motivi per cui si è reso necessario ricorrere alla simulazione idrologica descritta nel capitolo precedente.

Sia l'analisi regionale che la modellistica idrologica sono soggette a errori dovuti alle approssimazioni che entrambe introducono ed alla qualità dei dati che utilizzano. Le due metodologie si differenziano in tutti e due questi aspetti, per cui la loro robustezza può essere testata confrontando i rispettivi risultati. Dato l'ambito di nostro interesse, si sono confrontate le curve di possibilità di regolazione ottenute con l'analisi regionale nel Capitolo 12 con quelle che si ottengono a partire dai dati simulati (Paragrafo 13.2). In Figura 13.8 sono riportati i tipi di utilizzazione considerati per l'analisi regionale.

Le Figure 13.9, 13.10 e 13.11 riportano il confronto tra le curve di possibilità di regolazione ottenute nei due modi sopra indicati per tempi di ritorno di 5, 10 e 100 anni rispettivamente.

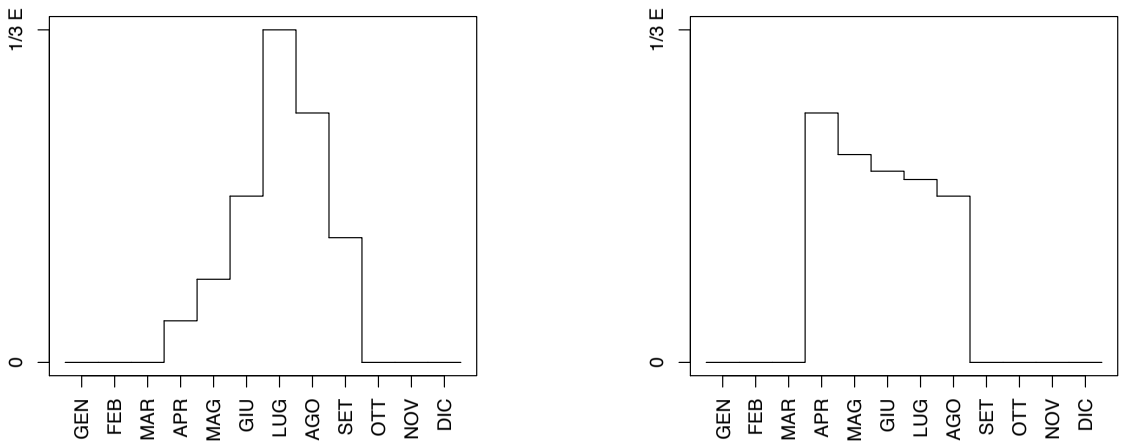


Figura 13.8: Utilizzazione irrigua umettante (a sinistra) e a sommersione (a destra) ipotizzate (Capitolo 8).

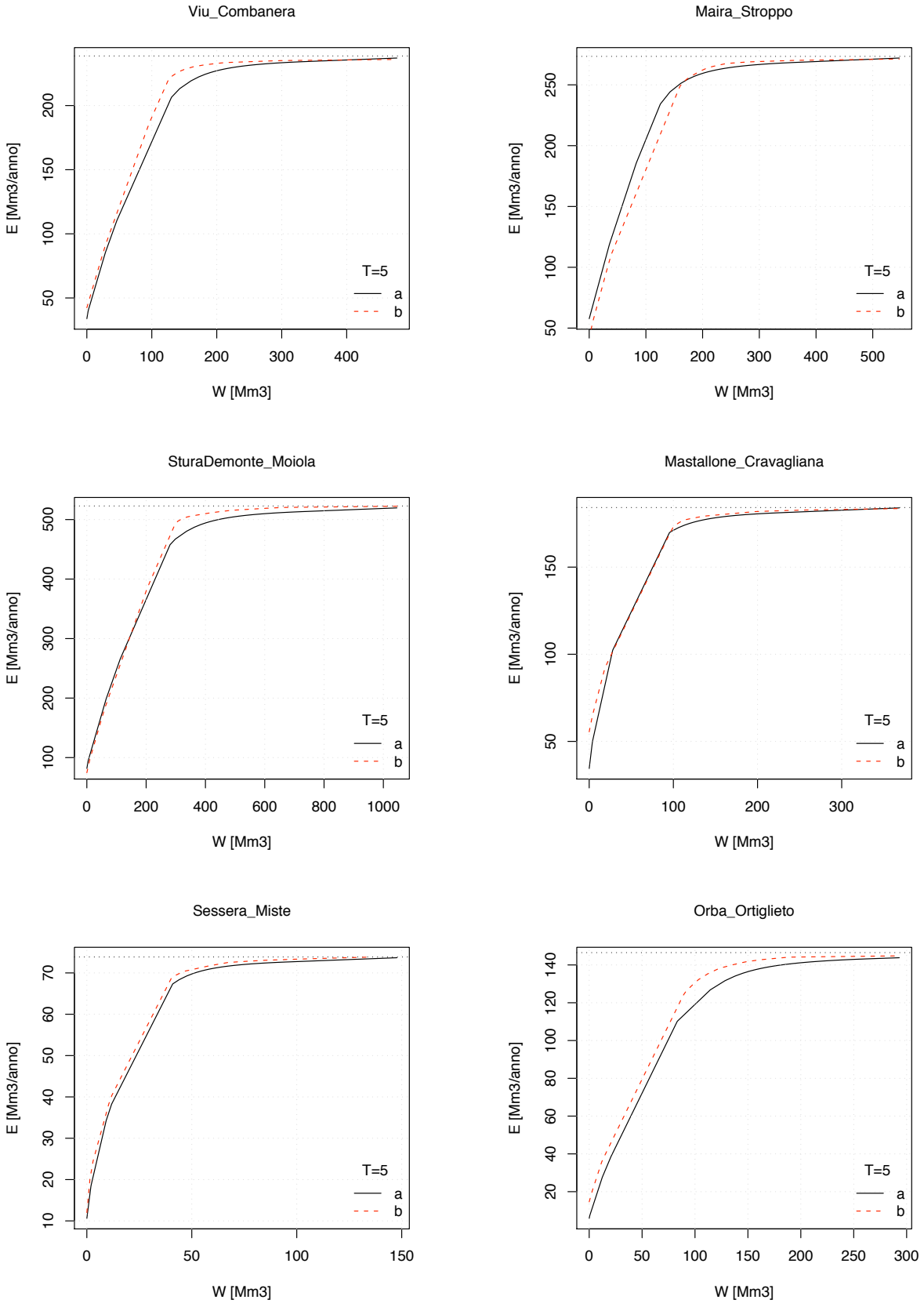


Figura 13.9: Confronto tra la curva di possibilità di regolazione ottenuta dall'analisi regionale (a) e la curva di possibilità di regolazione ottenuta dai dati sintetici (b).

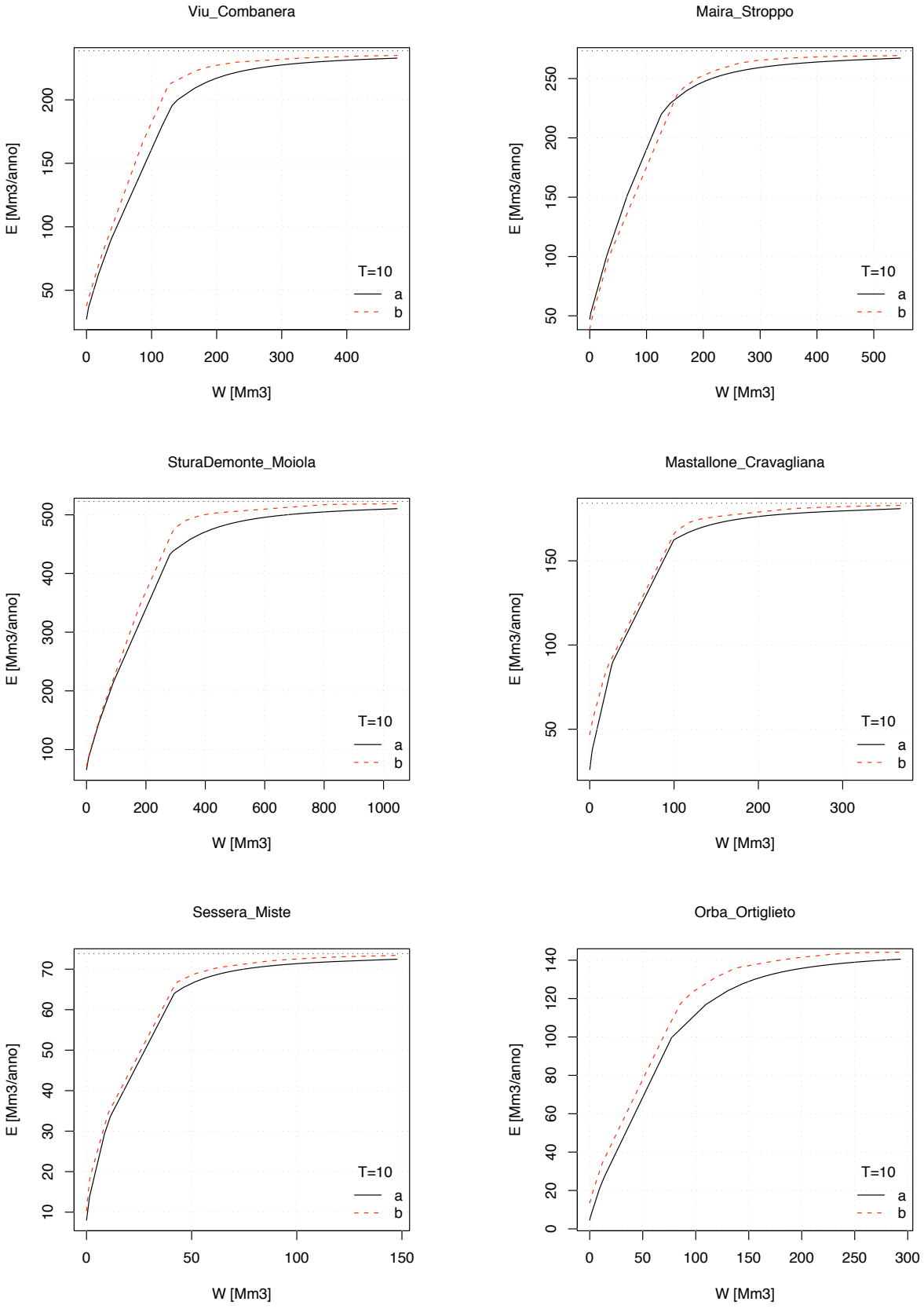


Figura 13.10: Confronto tra la curva di possibilità di regolazione ottenuta dall'analisi regionale (a) e la curva di possibilità di regolazione ottenuta dai dati sintetici (b).

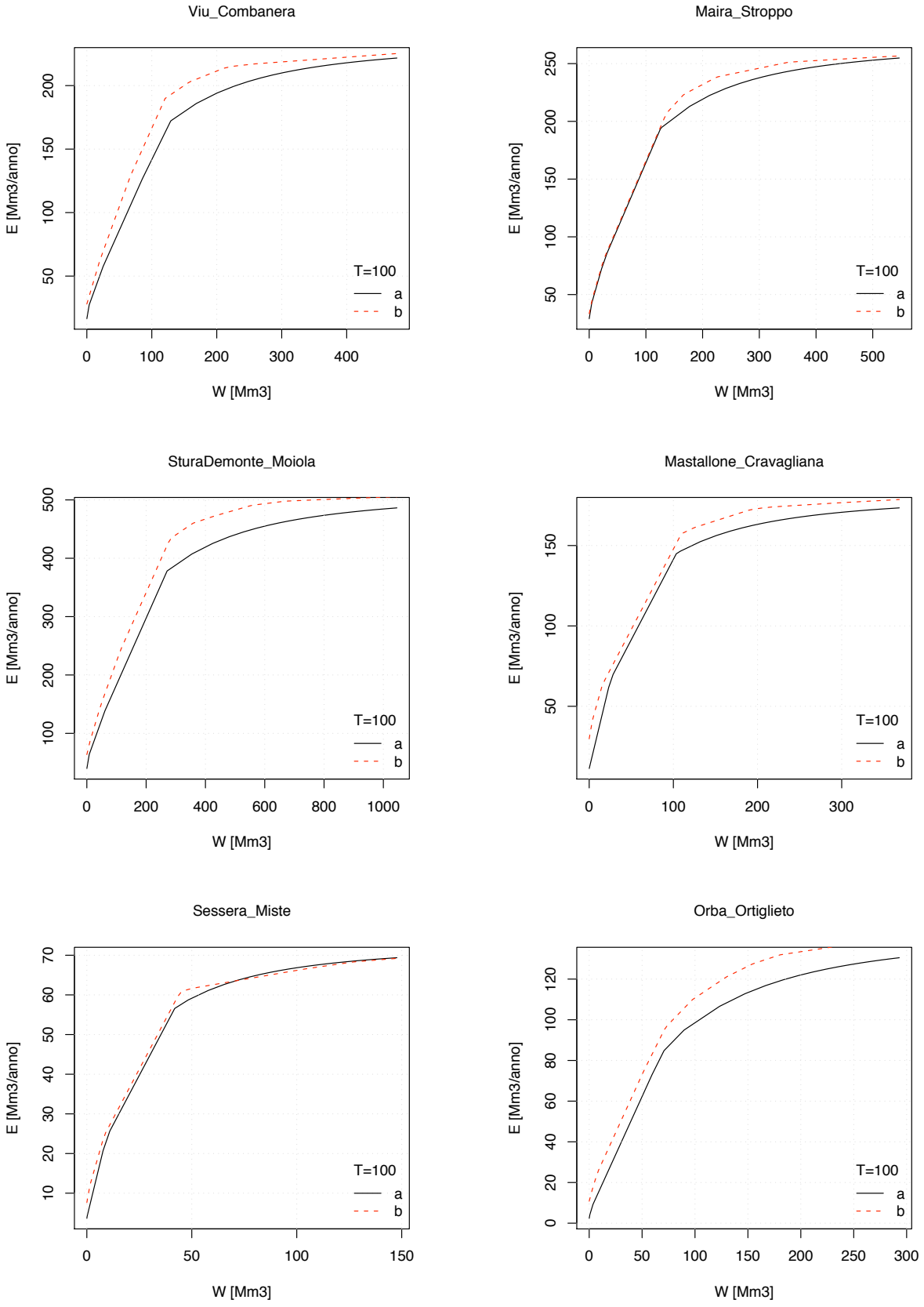


Figura 13.11: Confronto tra la curva di possibilità di regolazione ottenuta dall'analisi regionale (a) e la curva di possibilità di regolazione ottenuta dai dati sintetici (b).

13.3.2 Analisi delle fallanze

A partire dalle portate simulate si può simulare l'ipotetico funzionamento dell'invaso al variare delle richieste dell'utenza su base mensile. Le condizioni iniziali del serbatoio (che si assume pieno) non sono importanti in quanto si utilizza una serie simulata di 1000 anni di dati. Riportiamo qui di seguito alcuni grafici che riassumono i risultati ottenibili con quest'analisi. Per quanto riguarda l'utenza si fa riferimento al fabbisogno stimato al Paragrafo 11.4, opportunamente scalato nel caso in cui risultasse superiore al limite idrologico di utilizzazione (Combanera, Cravagliana e Miste).

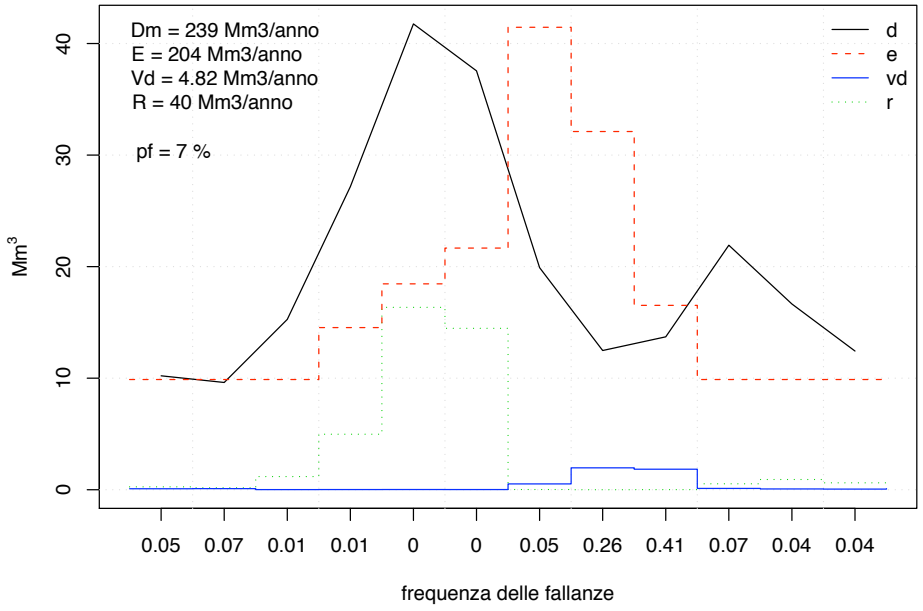


Figura 13.12: Analisi delle fallanze per l'invaso di Combanera (volume di invaso 50 Mm^3). (Dm) deflusso medio annuo [Mm^3/anno]; (E) erogazione annua [Mm^3/anno]; (Vd) volume medio annuo di deficit [Mm^3/anno]; (R) volume rilasciato medio annuo [Mm^3/anno]; (pf) probabilità di fallanza; (d) deflusso medio mensile ottenuto dalle simulazioni con il modello DREAM; (e) erogazione mensile; (vd) volume medio mensile di deficit; (r) volume rilasciato medio mensile. In ascissa è indicata in termini di frequenza di accadimento (con somma pari a 1) la ripartizione delle fallanze nei 12 mesi dell'anno.

La Figura 13.12 riporta i risultati dell'analisi condotta per l'invaso di Combanera, che si è ipotizzato avere volume di 50 Mm^3. La linea continua (d) indica, in [Mm^3], i deflussi medi mensili

dei 1000 anni simulati con il modello DREAM. Il deflusso medio annuo, 239 Mm^3, è riportato in alto a sinistra (Dm). Con la linea tratteggiata (e) si sono rappresentate le erogazioni mensili. La loro somma vale 204 Mm^3 che corrisponde ai 4/5 del fabbisogno stimato al Paragrafo 11.4 (255 Mm^3). Con la linea continua (vd) si sono indicati i volumi medi mensili di deficit, concentrati quasi esclusivamente nei mesi di agosto e settembre, la cui somma (Vd) ammonta a 4.8 Mm^3. La probabilità di avere delle fallanze (pf), ovvero la probabilità di non riuscire a soddisfare le richieste, è del 7%. Le fallanze si manifestano principalmente nei mesi di settembre (41% dei casi) e agosto (26% dei casi) ma ce ne sono anche in inverno, 5% a gennaio e 7% a febbraio (vedi ascissa). Con la linea puntinata (r) si sono indicati i volumi medi mensili rilasciati, non trattenuti dall'invaso perché pieno, la cui somma (R) vale, mediamente, 40 Mm^3/anno.

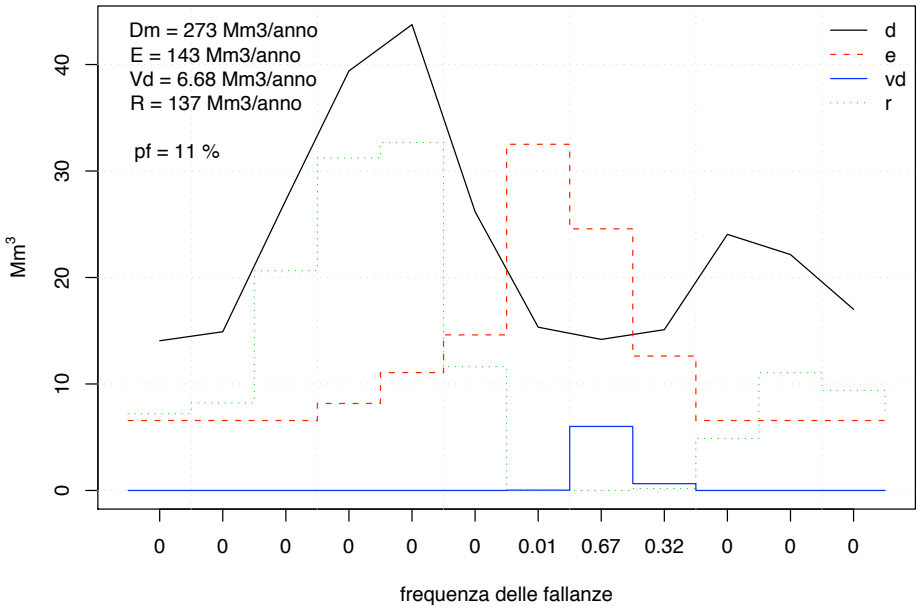


Figura 13.13: Analisi delle fallanze per l'invaso di Stroppo (volume di invaso 22 Mm^3). (Dm) deflusso medio annuo [Mm^3/anno]; (E) erogazione annua [Mm^3/anno]; (Vd) volume medio annuo di deficit [Mm^3/anno]; (R) volume rilasciato medio annuo [Mm^3/anno]; (pf) probabilità di fallanza; (d) deflusso medio mensile ottenuto dalle simulazioni con il modello DREAM; (e) erogazione mensile; (vd) volume medio mensile di deficit; (r) volume rilasciato medio mensile. In ascissa è indicata in termini di frequenza di accadimento (con somma pari a 1) la ripartizione delle fallanze nei 12 mesi dell'anno.

La Figura 13.13 riporta i risultati dell'analisi condotta per l'invaso di Stroppo, che si è ipotizzato avere volume di 22 Mm^3. La linea continua (d) indica, in [Mm^3], i deflussi medi mensili dei 1000 anni simulati con il modello DREAM. Il deflusso medio annuo, 273 Mm^3, è riportato in alto a sinistra (Dm). Con la linea tratteggiata (e) si sono rappresentate le erogazioni mensili. La loro somma vale 143 Mm^3 che corrisponde al fabbisogno stimato al Paragrafo 11.4. Con la linea continua (vd) si sono indicati i volumi medi mensili di deficit, concentrati quasi esclusivamente nel mese di agosto, la cui somma (Vd) ammonta a 6.7 Mm^3. La probabilità di avere delle fallanze (pf), ovvero la probabilità di non riuscire a soddisfare le richieste, è dell'11%. Le fallanze si manifestano principalmente nei mesi di agosto (67% dei casi) e settembre (32% dei casi) (vedi ascissa). Con la linea puntinata (r) si sono indicati i volumi medi mensili rilasciati, non trattenuti dall'invaso perché pieno, la cui somma (R) vale, mediamente, 40 Mm^3/anno.

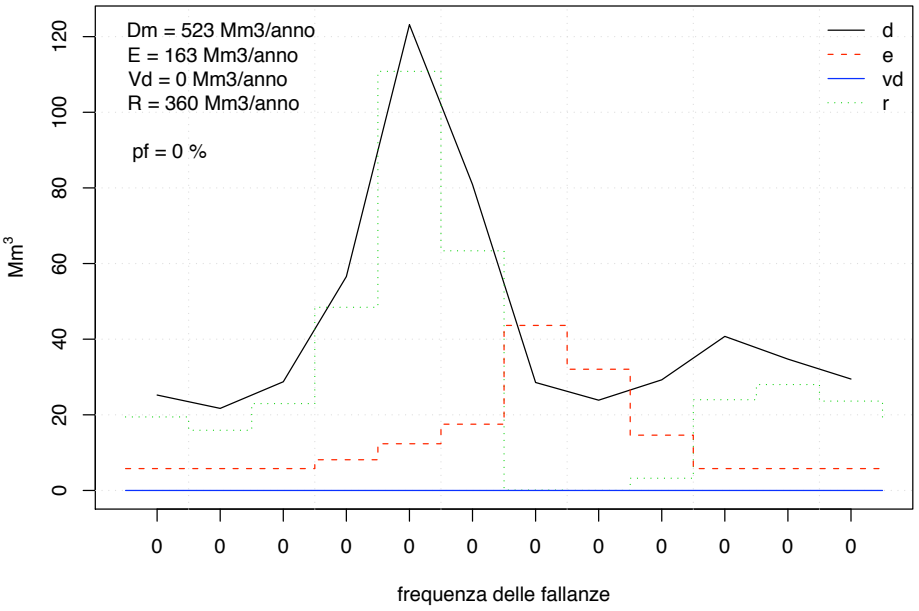


Figura 13.14: Analisi delle fallanze per l'invaso di Moiola (volume di invaso 60 Mm^3). (Dm) deflusso medio annuo [Mm^3/anno]; (E) erogazione annua [Mm^3/anno]; (Vd) volume medio annuo di deficit [Mm^3/anno]; (R) volume rilasciato medio annuo [Mm^3/anno]; (pf) probabilità di fallanza; (d) deflusso medio mensile ottenuto dalle simulazioni con il modello DREAM; (e) erogazione mensile; (vd) volume medio mensile di deficit; (r) volume rilasciato medio mensile. In ascissa è indicata in termini di frequenza di accadimento (con somma pari a 1) la ripartizione delle fallanze nei 12 mesi dell'anno.

La Figura 13.14 riporta i risultati dell'analisi condotta per l'invaso di Moiola, che si è ipotizzato avere volume di 60 Mm^3. La linea continua (d) indica, in [Mm^3], i deflussi medi mensili dei 1000 anni simulati con il modello DREAM. Il deflusso medio annuo, 523 Mm^3, è riportato in alto a sinistra (Dm). Con la linea tratteggiata (e) si sono rappresentate le erogazioni mensili. La loro somma vale 163 Mm^3 che corrisponde al fabbisogno stimato al Paragrafo 11.4. Con la linea continua (vd) si sono indicati i volumi medi mensili di deficit, che risultano essere nulli. Anche la probabilità di avere delle fallanze (pf), ovvero la probabilità di non riuscire a soddisfare le richieste, è pari a 0. Se il fabbisogno stimato è corretto, allora un'invaso del genere sarebbe sovradimensionato, come naturalmente lo sarebbe l'alternativa di 200 Mm^3. Con la linea puntinata (r) si sono indicati i volumi medi mensili rilasciati, non trattenuti dall'invaso perché pieno, la cui somma (R) vale, mediamente, 360 Mm^3/anno.

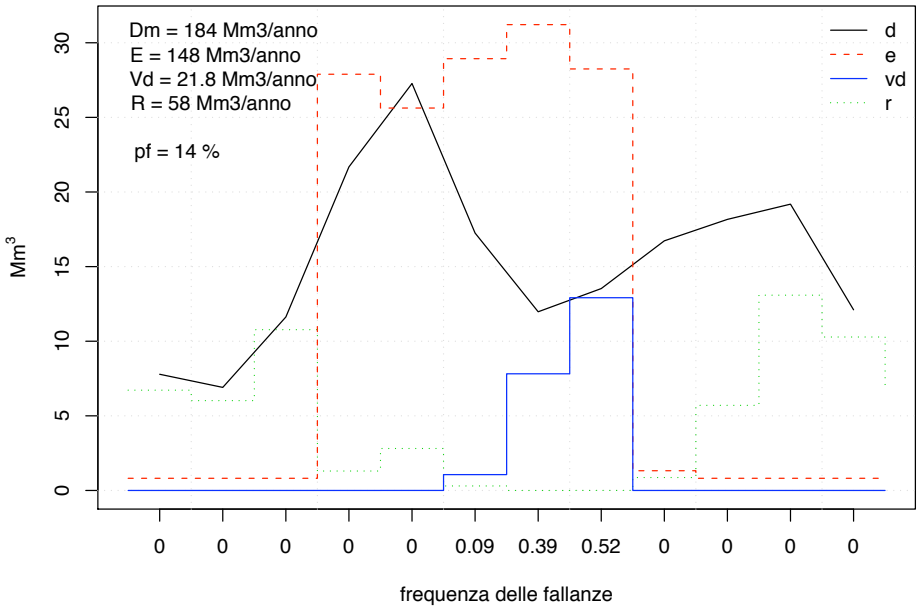


Figura 13.15: Analisi delle fallanze per l'invaso di Cravagliana (volume di invaso 34 Mm^3). (Dm) deflusso medio annuo [Mm^3/anno]; (E) erogazione annua [Mm^3/anno]; (Vd) volume medio annuo di deficit [Mm^3/anno]; (R) volume rilasciato medio annuo [Mm^3/anno]; (pf) probabilità di fallanza; (d) deflusso medio mensile ottenuto dalle simulazioni con il modello DREAM; (e) erogazione mensile; (vd) volume medio mensile di deficit; (r) volume rilasciato medio mensile. In ascissa è indicata in termini di frequenza di accadimento (con somma pari a 1) la ripartizione delle fallanze nei 12 mesi dell'anno.

La Figura 13.15 riporta i risultati dell'analisi condotta per l'invaso di Cravagliana, che si è ipotizzato avere volume di 34 Mm^3. La linea continua (d) indica, in [Mm^3], i deflussi medi mensili dei 1000 anni simulati con il modello DREAM. Il deflusso medio annuo, 184 Mm^3, è riportato in alto a sinistra (Dm). Con la linea tratteggiata (e) si sono rappresentate le erogazioni mensili. La loro somma vale 148 Mm^3 che corrisponde a 1/10 del fabbisogno stimato al Paragrafo 11.4 (1481 Mm^3). Con la linea continua (vd) si sono indicati i volumi medi mensili di deficit, concentrati quasi esclusivamente nei mesi di luglio e agosto, la cui somma (Vd) ammonta a 22 Mm^3. La probabilità di avere delle fallanze (pf), ovvero la probabilità di non riuscire a soddisfare le richieste, è del 14%. Le fallanze si manifestano principalmente nei mesi di luglio (39% dei casi) e agosto (52% dei casi) (vedi ascissa). Con la linea puntinata (r) si sono indicati i volumi medi mensili rilasciati, non trattenuti dall'invaso perché pieno, la cui somma (R) vale, mediamente, 58 Mm^3/anno.

La Figura 13.16 riporta i risultati dell'analisi condotta per l'invaso di Miste, che si è ipotizzato avere volume di 7.1 Mm^3. La linea continua (d) indica, in [Mm^3], i deflussi medi mensili dei 1000 anni simulati con il modello DREAM. Il deflusso medio annuo, 74 Mm^3, è riportato in alto a sinistra (Dm). Con la linea tratteggiata (e) si sono rappresentate le erogazioni mensili. La loro somma vale 54 Mm^3 che corrisponde ai 3/10 del fabbisogno stimato al Paragrafo 11.4 (179 Mm^3). Con la linea continua (vd) si sono indicati i volumi medi mensili di deficit, concentrati quasi esclusivamente nei mesi di giugno, luglio e agosto, la cui somma (Vd) ammonta a 11 Mm^3. La probabilità di avere delle fallanze (pf), ovvero la probabilità di non riuscire a soddisfare le richieste, è del 19%. Le fallanze si manifestano principalmente nei mesi di giugno (22% dei casi), luglio (39% dei casi) e agosto (34% dei casi) (vedi ascissa). Con la linea puntinata (r) si sono indicati i volumi medi mensili rilasciati, non trattenuti dall'invaso perché pieno, la cui somma (R) vale, mediamente, 31 Mm^3/anno.

La Figura 13.17 riporta i risultati dell'analisi condotta per l'invaso di Ortiglieto, che si è ipotizzato avere volume di 18.3 Mm^3. La linea continua (d) indica, in [Mm^3], i deflussi medi mensili dei 1000 anni simulati con il modello DREAM. Il deflusso medio annuo, 147 Mm^3, è riportato in alto a sinistra (Dm). Con la linea tratteggiata (e) si sono rappresentate le erogazioni mensili. La loro somma vale 72 Mm^3 che corrisponde al fabbisogno stimato al Paragrafo 11.4. Con la linea continua (vd) si sono indicati i volumi medi mensili di deficit, concentrati quasi esclusivamente nel mese di agosto, la cui somma (Vd) ammonta a 0.66 Mm^3. La probabilità di avere delle fallanze (pf), ovvero la probabilità di non riuscire a soddisfare le richieste, è del 3.3%. Le fallanze si manifestano principalmente nei mesi di agosto (51% dei casi) e settembre (44% dei casi) (vedi ascissa). Con la linea puntinata (r) si sono indicati i volumi medi mensili rilasciati, non trattenuti dall'invaso perché pieno, la cui somma (R) vale, mediamente, 75 Mm^3/anno.

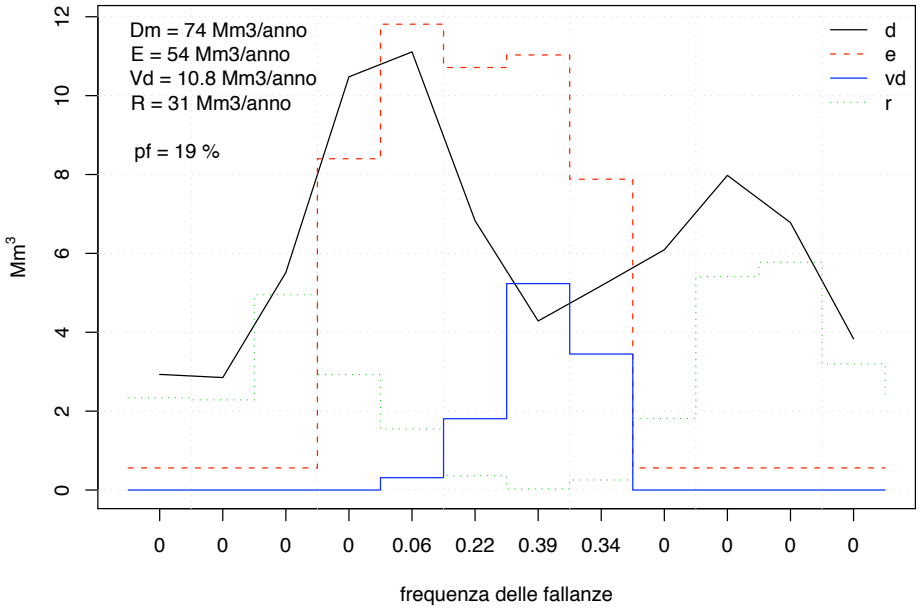


Figura 13.16: Analisi delle fallanze per l'invaso di Miste (volume di invaso 7.1 Mm^3). (Dm) deflusso medio annuo [Mm^3/anno]; (E) erogazione annua [Mm^3/anno]; (Vd) volume medio annuo di deficit [Mm^3/anno]; (R) volume rilasciato medio annuo [Mm^3/anno]; (pf) probabilità di fallanza; (d) deflusso medio mensile ottenuto dalle simulazioni con il modello DREAM; (e) erogazione mensile; (vd) volume medio mensile di deficit; (r) volume rilasciato medio mensile. In ascissa è indicata in termini di frequenza di accadimento (con somma pari a 1) la ripartizione delle fallanze nei 12 mesi dell'anno.

I casi analizzati sono significativi in virtù del fatto che tengono conto del fabbisogno stimato a valle degli invasi (Paragrafo 11.4). Ovviamente, avendo a disposizione serie storiche di deflussi mensili simulati, queste considerazioni si possono fare per qualsiasi volume di erogazione e per qualsiasi "forma" dell'erogazione. Si può quindi andare a vedere cosa comporta, in termini di volumi di deficit e di probabilità di fallanza, la variazione delle erogazioni all'utenza.

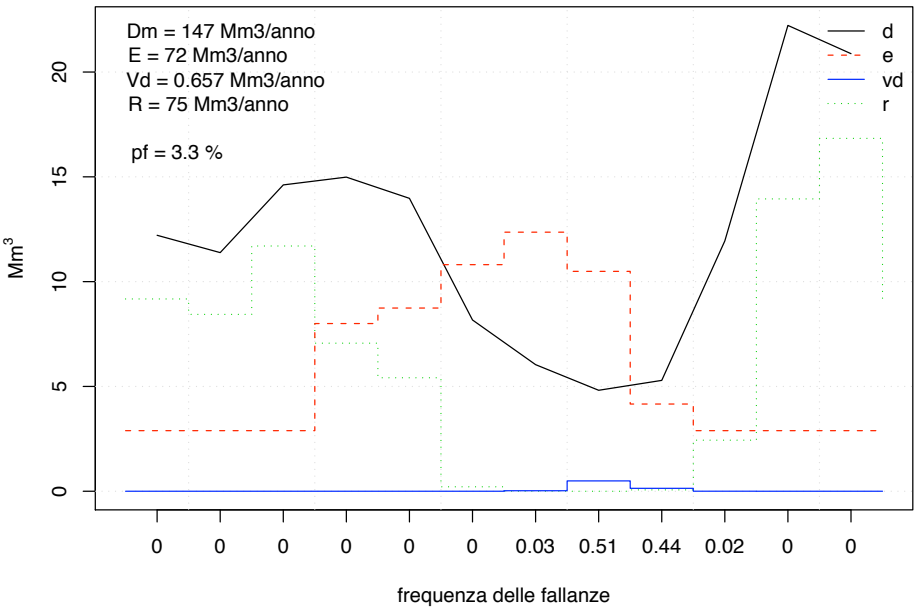


Figura 13.17: Analisi delle fallanze per l'invaso di Ortiglieto (volume di invaso 18.3 Mm^3). (Dm) deflusso medio annuo [Mm^3/anno]; (E) erogazione annua [Mm^3/anno]; (Vd) volume medio annuo di deficit [Mm^3/anno]; (R) volume rilasciato medio annuo [Mm^3/anno]; (pf) probabilità di fallanza; (d) deflusso medio mensile ottenuto dalle simulazioni con il modello DREAM; (e) erogazione mensile; (vd) volume medio mensile di deficit; (r) volume rilasciato medio mensile. In ascissa è indicata in termini di frequenza di accadimento (con somma pari a 1) la ripartizione delle fallanze nei 12 mesi dell'anno.

Capitolo 14

Effetto di laminazione degli invasi

L'accumulo temporaneo dei volumi idrici transitanti durante un evento di piena in un invaso artificiale produce una riduzione del valore al colmo dell'idrogramma in uscita rispetto a quello in entrata, configurando il cosiddetto effetto di laminazione della piena. A parità di caratteristiche dell'onda di piena entrante, tale effetto di laminazione risulta fortemente influenzato da fattori di tipo morfologico e idraulico, quali l'area del lago, l'area del bacino e le caratteristiche geometriche degli organi di scarico. Basandosi su tali fattori, diversi autori hanno proposto indici sintetici per una valutazione speditiva dell'effetto di laminazione. Gli indici presenti in letteratura sono tuttavia spesso costruiti in maniera tale da non permettere una loro applicazione generalizzata, in quanto riferiti a specifiche condizioni idrologicoidrauliche, oppure forniscono risultati puramente qualitativi, non direttamente confrontabili con l'effettivo indice di laminazione.

In questo lavoro si è utilizzata una procedura analitica semplificata di derivazione del coefficiente di laminazione di un invaso (Miotto et al., 2006b), attraverso la formulazione dell'indice sintetico SFA (Synthetic Flood Attenuation), basato su tre sole grandezze, di immediata valutazione: area del bacino, area del lago di invaso e lunghezza della soglia dello scarico di superficie. L'indice SFA può essere ottenuto per via diretta (senza taratura) e, essendo di derivazione analitica, rappresenta effettivamente un coefficiente di laminazione.

14.1 Indici speditivi di laminazione

In presenza di un invaso artificiale, l'accumulo temporaneo dei volumi idrici transitanti durante un evento di piena, produce una riduzione del valore al colmo dell'idrogramma in uscita rispetto a quello in entrata, configurando il cosiddetto effetto di laminazione della piena. Volendo quantificare il rischio idrologico in un bacino in cui sia presente un invaso, si può procedere tramite metodi di simulazione. Questi considerano onde di progetto corrispondenti a diversi periodi di ritorno, calcolando di volta in volta i valori di picco delle onde uscenti dal serbatoio. In questo

caso, la valutazione dell'effetto di laminazione si basa sulla soluzione dell'equazione di continuità dei serbatoi

$$q_e(t) - q_u(t, H) = \frac{dV(t, H)}{dt} \ , \tag{14.1}$$

che fornisce la variazione di volume V in un invaso come differenza tra la portata in ingresso $q_e(t)$ e la portata in uscita $q_u(t, H)$ dagli organi di scarico, che dipende dal livello idrico H nel serbatoio. Nota la sollecitazione in ingresso $q_e(t)$ e la relazione che lega la portata $q_u(t)$ esitata dagli scarichi al volume invasato, si ricava l'idrogramma uscente $q_u(t)$. Il suo valore massimo Q_u, rapportato al corrispondente valore al colmo della portata in ingresso Q_e, fornisce il coefficiente di laminazione relativo all'invaso:

$$\eta = \frac{Q_u}{Q_e} \ . \tag{14.2}$$

Già in presenza di un singolo bacino contenente un singolo invaso, determinare la curva di frequenza delle piene a valle dello stesso risulta un obiettivo che presenta notevoli incertezze. Queste sono essenzialmente legate alla costruzione delle onde di piena di progetto, le quali devono presentare forme riconducibili a quelle osservate. Per la scarsità di dati storici relativi ai volumi di piena, nella determinazione di onde di piena di progetto risulta difficile scegliere uno tra i numerosi metodi proposti nel passato, in quanto spesso legati ad un particolare contesto climatico. Inoltre, come si vedrà in seguito, anche rispettando la curva di riduzione dei colmi di piena si possono proporre forme d'onda che producono risultati molto diversi. Se l'obiettivo è quello di una valutazione su scala regionale del rischio di piena in territori caratterizzati dalla presenza di invasi, si vede bene come le difficoltà divengono quasi insormontabili. Infatti, la grande varietà di configurazioni idrauliche delle opere di scarico presenti sulle dighe italiane rende assolutamente arduo il compito di identificare procedure standard per una valutazione "uniforme" dell'effetto di laminazione esercitato dalle capacità di invaso. Non appena ci si discosta dal classico caso di singola soglia libera di sfioro, le varianti possibili diventano subito numerose ed ogni scelta tecnica appare arbitraria o soggettiva. Esaminando e rielaborando le poche proposte esistenti nella letteratura tecnica, viene utilizzato un recente indice sintetico (Miotto et al., 2006b), capace di descrivere l'effetto di laminazione degli invasi grazie alla conoscenza di pochi fondamentali parametri di carattere idrologico ed idraulico. L'elaborazione di questo indice è strettamente legata a considerazioni di carattere idraulico, in base alle quali si dovrebbe determinare in modo non arbitrario la geometria di uno scarico "caratteristico". Ciò è necessario in tutti i casi in cui gli scarichi siano intercettati da paratoie.

14.1.1 Indici proposti in letteratura

La definizione di indici di tipo speditivo è effettuata, in letteratura, in base ad ipotesi semplificate sulla forma dell'onda di piena e sulla tipologia delle opere di scarico. Questi indici possono essere distinti in generi di tipo qualitativo o di tipo quantitativo. Gli indici sintetici di tipo qualitativo evidenziano le possibilità di laminazione in un bacino idrografico a causa della presenza di laghi senza distinzione tra invasi naturali ed artificiali, fornendo un valore di confronto tra due o più invasi. Gli indici di tipo quantitativo forniscono il coefficiente η in base a poche grandezze significative, come il volume dell'onda di piena, il volume del serbatoio destinato alla laminazione, il tempo di raggiungimento del picco e la durata dell'onda di piena. Un indice sintetico di tipo qualitativo è il Flood Attenuation by Reservoirs and Lakes (FARL) (Scarrott et al., 1999). Esso è costituito da una relazione intercorrente tra la superficie del lago A_L, l'area del bacino imbrifero A_B sotteso dall'invaso e l'area A_C del bacino sotteso dalla sezione di valle nella quale si vuole valutare l'indice:

$$\alpha = (1 - \sqrt{r})^w \ , \tag{14.3}$$

in cui $r = A_L/A_B$ mentre $w = A_B/A_C$. In presenza di più invasi, l'indice FARL risulta essere il prodotto dei singoli α valutati per ogni lago. Il valore ottenuto non è un coefficiente di laminazione e quindi deve essere inteso in senso qualitativo e comparativo. Esso è utilizzato, unitamente ad altri parametri geomorfoclimatici X_i, in formule per la valutazione della piena indice (Dalrymple, 1960) del tipo

$$Q_{\text{indice}} = a \cdot \text{FARL}^b \prod X_i^c \ , \tag{14.4}$$

Gli indici di tipo quantitativo sono stati per lo più introdotti per effettuare un pre-dimensionamento dei volumi da destinare alla laminazione, in base ad un coefficiente di laminazione η desiderato. Questi indici si basano sulla scelta di particolari forme per le onde di piena entranti, a volte mantenute per le onde uscenti, e sono vincolati al fatto che il coefficiente η venga ottenuto al raggiungimento del livello di massimo invaso, quando tutto il volume disponibile è stato utilizzato. Solo in alcuni casi si prende in considerazione anche la posizione del picco dell'onda in ingresso. Un particolare criterio quantitativo è quello proposto da Piga et al. (2000) che realizzano un'analisi multiregressiva sui parametri che influenzano la laminazione. Utilizzando le grandezze L [m] (larghezza della soglia di sfioro), A_L [km^2] (area del lago di invaso) ed A_B [km^2] (area del bacino sotteso), i citati autori hanno ottenuto un coefficiente η sintetico tramite la relazione

$$\eta = 1 - \exp[-(0.119 \cdot L^{0.225} \cdot A_L^{-0.583} \cdot A_B^{0.405})] \ . \tag{14.5}$$

L'Equazione 14.5 è valida per onde di piena di elevato periodo di ritorno e per bacini con caratteristiche idrologiche simili a quelli considerati nella stima della relazione, che sono localizzati nella regione Sardegna.

14.1.2 L'indice sintetico di attenuazione delle piene

Per valutare le prestazioni degli indici presenti in letteratura si consideri il caso generale in cui l'onda di piena venga smaltita attraverso scarichi di superficie ad efflusso libero, condizioni con la quale sono stati ricavati tutti gli indici citati precedentemente. Gli indici di tipo qualitativo hanno l'inconveniente di fornire un valore che non è direttamente paragonabile al coefficiente di laminazione. Essi, inoltre, si basano sulla conoscenza di due sole grandezze: area del lago A_L e area del bacino A_B e non tengono conto delle dimensioni caratteristiche dello scarico. Questo, a parità di altre condizioni, determina una consistente perdita di informazione. D'altra parte, gli indici di tipo quantitativo, essendo stati sviluppati per problemi di progetto, determinano un'applicazione piuttosto arbitraria in fase di verifica. I risultati sono ottenuti invertendo le formule originali e considerando η come incognita, invece che come dato del problema. In molti casi è necessario stimare il volume invasato durante l'evento di piena, volume che è a priori incognito e comunque i risultati sono vincolati alla forma delle onde di piena, sia in ingresso che in uscita, utilizzate per la definizione degli indici. Gli indici derivati da analisi multiregressiva, infine, pur avendo un'elevata capacità descrittiva, hanno l'inconveniente di vincolare l'applicazione a bacini simili a quelli utilizzati per la taratura. Ad esempio, nel caso del bacino del Toce (Miotto et al., 2006a) un'analisi simile a quella condotta da Piga et al. (2000) ha portato a buoni riscontri, sia utilizzando le stesse grandezze proposte nell'Equazione 14.5, ma esponenti diversi, sia introducendo anche l'esponente n della curva di possibilità pluviometrica espressa in forma monomia, evidenziando il legame con le caratteristiche climatiche della zona in cui vengono proposti gli indici. Considerando la necessità di minimizzare l'arbitrarietà delle ipotesi nell'ambito di studi sul rischio di piena, si sono considerate semplici condizioni al contorno di funzionamento del serbatoio, per sviluppare un nuovo indice sintetico a partire da una soluzione semplificata dell'Equazione 14.1 di continuità. Le ipotesi di partenza sono:

- utilizzo, ai fini della laminazione, di un solo scarico di superficie, avente comunque le luci completamente aperte e con funzionamento a stramazzo;
- livello iniziale del lago pari alla quota della soglia dello scarico di superficie considerato;
- serbatoio illimitato superiormente: per semplificare la valutazione si permette il superamento del livello di massimo invaso durante la laminazione.

Rappresentando la curva dei volumi di invaso la legge $V = A_L \cdot H^{m1}$, in cui H rappresenta il carico idraulico, e la legge di efflusso nella forma $q_u = c_1 \cdot L \cdot H^{r1}$, in cui L è la larghezza della soglia di sfioro, tramite sostituzione di H nella curva dei volumi di invaso, si ricava la relazione

$$V = A_L \cdot \left(\frac{q_u}{c_1 \cdot L} \right)^{\frac{m1}{r1}} \quad , \tag{14.6}$$

considerando l'invaso lineare ($m1 = r1$) si ricava $V = I \cdot q_u$ con

$$I = \frac{A_L}{c_1 \cdot L} \ . \tag{14.7}$$

In ingresso all'invaso si considerano idrogrammi di forma rettangolare, di durata D, la cui portata

$$Q_D = \varepsilon_D \cdot Q_C \ , \tag{14.8}$$

è determinata a partire dalla curva di riduzione dei colmi di piena ε_D (v.es. Miotto et al., 2004), una volta nota la portata al colmo di piena Q_C. Sotto queste ipotesi l'Equazione 14.1 è riscritta nella forma

$$Q_D - q_u(t) = I \cdot \frac{dq_u(t)}{dt} \ . \tag{14.9}$$

Risolta l'Equazione 14.9, la portata massima in uscita (ottenuta al tempo $t = D$) vale:

$$Q_{u,D} = Q_D \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{D}{I} \right) \right] \ . \tag{14.10}$$

Il coefficiente di laminazione è ottenuto massimizzando, al variare di D, la funzione

$$\eta = \frac{Q_C \cdot \varepsilon_D \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{D}{I} \right) \right]}{Q_C} = \varepsilon_D \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{D}{I} \right) \right] \ . \tag{14.11}$$

Per il rapporto di riduzione ε_D si adotta la forma semplificata

$$\varepsilon_D = \exp\left(-\frac{D}{K} \right) \ , \tag{14.12}$$

in cui il parametro K, proporzionale al tempo di ritardo t_R e ad una funzione esponenziale del tipo e_n (con n esponente della curva di possibilità pluviometrica espressa in forma monomia), è tipico del bacino in esame. Questo tipo di espressione è stato scelto per consentire di risolvere analiticamente l'Equazione 14.11. Sostituendo ε_D dell'Equazione 14.12 nell'Equazione 14.11 ed imponendo la condizione di massimo al variare della durata D, si ricava la durata critica

$$D_C = -I \cdot \ln\left(\frac{I}{I + K} \right) \ . \tag{14.13}$$

Questa, sostituita nell'Equazione 14.11, fornisce un'espressione analitica per il coefficiente η, configurando un indice sintetico per la valutazione dell'effetto di laminazione SFA (Synthetic Flood Attenuation)

$$\text{SFA} = \frac{1}{R} \cdot \left(\frac{R}{R+1} \right)^{R+1} . \tag{14.14}$$

Il parametro $R = 1/K \propto A_L/(c_1 \cdot L \cdot t_R \cdot e^n)$ racchiude in sé sia informazioni sulla geometria della diga in esame, sia informazioni sul bacino sotteso. Esso può essere ulteriormente semplificato in base ad alcune osservazioni: innanzitutto si può sostituire al tempo di ritardo t_R l'espressione $\sqrt{A_B}$ in base a quanto viene proposto in letteratura (v.es. Rossi and Villani, 1995); in secondo luogo si ha che, nel normale campo di variazione di c_1 ed n, il prodotto tra c_1 ed e^n varia tra 2 e 4. Sostituendo ad esso, in prima approssimazione, il valore 3, si giunge a definire un indice semplificato di natura semi-teorica, caratterizzato dal parametro

$$R = 100 \cdot \frac{A_L}{L \cdot \sqrt{A_B}} . \tag{14.15}$$

in cui A_L ed A_B sono espresse in [km^2], mentre L è espresso in [m]. Il fattore moltiplicativo 100 tiene conto, oltre che delle semplificazioni indicate, anche di considerazioni di analisi dimensionale necessarie per esprimere correttamente le tre grandezze da cui dipende R.

14.2 Valutazione dell'indice SFA per le dighe in progetto

Un range rappresentativo dell'indice SFA (Equazione 14.14) è stato valutato per gli invasi in progetto facendo variare, compatibilmente con le informazioni possedute, la larghezza della soglia di sfioro L (Tabelle 14.1, 14.2 e 14.3). Le superfici dei laghi alla quota di massimo invaso sono state calcolate a partire dalle curve caratteristiche degli invasi ottenute dal DTM a 50 m, come indicato al Paragrafo 11.3. Il valore A_B/A_L (Tabella 14.1) dà l'inverso dell'estensione del lago artificiale relativa alla grandezza del bacino idrografico, per cui, ad esempio, il Mastallone a Cravagliana presenta un lago relativamente più esteso, e quindi più adatto alla laminazione, del Viù a Combanera, benché più piccolo in termini assoluti.

Come portata di piena si è considerata la portata corrispondente al tempo di ritorno $T = 1000$ anni valutata con il metodo VAPI (Villani, 2003):

$$Q_p = Q_m \cdot K_T$$

dove Q_m è la portata media annua e K_T è il fattore di crescita ottenibile a partire dalle mappe del VAPI Piemonte (Villani, 2003). I 2/3 della portata di piena così stimata è stata utilizzata per formulare 5 ipotesi di lunghezza dello sfioro L (Tabella 14.2). Si è ipotizzato inoltre che il

Tabella 14.1: Parametri degli invasi in progetto: volume di massimo invaso (V_{max}), superficie del bacino (A_B), superficie del lago alla quota di massimo invaso (A_L) e rapporto tra queste (A_B/A_L).

	V_{max} [Mm^3]	A_B [km^2]	A_L [km^2]	A_B/A_L
Viù a Combanera	50	213.9	1.58	135
Maira a Stroppo	22	331.1	0.74	450
Stura di Demonte a Moiola	200	558.5	7.85	71
Stura di Demonte a Moiola (*)	60	558.5	3.73	150
Mastallone a Cravagliana	34	115.7	1.25	93
Sessera a Miste	7.1	51.5	0.26	200
Orba ad Ortiglieto	18.3	138.4	1.30	107

coefficiente di efflusso c_e fosse pari a 0.48 e che il carico massimo sulla soglia h potesse variare da 2.20 a 2.60 m con passo 10 cm. Con i valori così ipotizzati si è ricavata

$$L = \frac{2}{3} Q_p / \left(c_e \cdot h \sqrt{2gh} \right)$$

che, arrotondata, è quella indicata in Tabella 14.2.

Tabella 14.2: Cinque ipotesi di larghezza della soglia di sfioro L, a partire dalla portata massima al colmo Q_p ottenuta con il metodo VAPI.

	Q_p [m^3/s]	L [m]				
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Viù a Combanera	1280	140	150	160	170	180
Maira a Stroppo	490	60	60	60	70	70
Stura di Demonte a Moiola	570	60	70	70	80	80
Stura di Demonte a Moiola (*)	570	60	70	70	80	80
Mastallone a Cravagliana	1250	140	150	160	170	180
Sessera a Miste	520	60	60	70	70	70
Orba ad Ortiglieto	1590	180	190	200	210	230

Applicando le Equazioni 14.14 e 14.15 nei 5 casi di lunghezza dello sfioro si ottengono i valori di SFA di Tabella 14.3. Come si può notare, la variazione di L influisce sul valore di SFA, ma in maniera moderata. Naturalmente l'invaso che consentirebbe la maggiore laminazione è quello di Moiola, soprattutto nell'ipotesi $V_{max} = 200$ Mm^3. Come già indicato in precedenza l'invaso di Cravagliana ha capacità di laminazione maggiore, anche se di poco, di quello di Combanera, benché l'invaso sia più piccolo.

I valori di SFA ottenuti per le dighe in progetto possono essere confrontati con quelli ottenuti nelle dighe esistenti di Tabella 14.4, per le quali si sono calcolati i coefficienti di laminazione η per

Tabella 14.3: Coefficiente SFA calcolato per gli invasi in progetto nelle 5 ipotesi di larghezza della soglia di sfioro.

	SFA				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Viù a Combanera	0.757	0.768	0.777	0.786	0.794
Maira a Stroppo	0.778	0.778	0.778	0.799	0.799
Stura di Demonte a Moiola	0.364	0.396	0.396	0.425	0.425
Stura di Demonte a Moiola (*)	0.524	0.557	0.557	0.585	0.585
Mastallone a Cravagliana	0.746	0.757	0.767	0.776	0.784
Sessera a Miste	0.795	0.795	0.815	0.815	0.815
Orba ad Ortiglieto	0.791	0.799	0.806	0.812	0.823

diverse forme dell'onda di piena sollecitante. In Tabella 14.4 si sono riportati i valori massimo η_{max} e minimo η_{min} dei coefficienti di laminazione. Come si può vedere, l'SFA si attesta tra i due e permette di discernere correttamente la capacità di laminazione degli invasi.

Tabella 14.4: Valutazione dei valori massimo e minimo del coefficiente di laminazione η e del coefficiente SFA al variare della forma dell'onda di piena sollecitante in dighe esistenti.

	A_B [km^2]	A_L [km^2]	L [m]	η_{min}	η_{max}	SFA
Agaro	10.6	0.650	36.00	0.228	0.684	0.363
Agrasina	17.8	0.014	12.30	0.883	0.995	0.886
Alpe Cavalli	23.7	0.467	18.00	0.367	0.795	0.372
Alpe Larecchio	3.0	0.183	25.00	0.259	0.770	0.422
Busin Inferiore	2.5	0.336	10.00	0.100	0.247	0.142
Camplicciolì	35.2	0.324	13.50	0.434	0.882	0.430
Camposecco	4.1	0.383	105.85	0.419	0.927	0.605
Ceppo Morelli	121.0	0.040	84.00	0.943	0.997	0.972
Devero	25.4	0.960	25.50	0.238	0.610	0.303
Lago Avino	5.3	0.430	45.25	0.246	0.715	0.426
Lago Cingino	3.1	0.140	65.00	0.443	0.943	0.678
Morasco	35.3	0.650	45.00	0.395	0.849	0.541
Quarazza	25.8	0.028	31.20	0.843	0.993	0.915
Sabbione	14.4	1.210	10.00	0.101	0.157	0.100
Val Toggia	10.3	0.810	28.00	0.161	0.414	0.269
Vannino	11.9	0.480	22.80	0.288	0.797	0.344

Conclusioni

L'attività di ricerca qui presentata è inquadrabile nelle azioni sviluppate dalla Regione Piemonte nel perseguimento degli obiettivi di pianificazione e tutela delle risorse idriche, anche a seguito degli studi realizzati per la redazione del Piano regionale di Tutela delle Acque. Lo studio descritto in questo documento si ripropone di arricchire il quadro conoscitivo relativo alle possibilità di utilizzazione delle risorse idriche conseguenti alla eventuale realizzazione, in Piemonte, di alcuni grandi invasi artificiali per usi plurimi. Lo studio ha avuto come duplice obiettivo quello di determinare dal punto di vista idrologico la disponibilità di risorsa idrica a diversa scala temporale in corrispondenza di sezioni fluviali di interesse, e quello di fornire precise indicazioni quantitative sulla possibilità di utilizzazione dell'acqua, in relazione alle diverse categorie di usi, a seguito della eventuale realizzazione degli invasi.

Nella prima parte della relazione sono descritti in dettaglio gli aspetti metodologici e le tecniche, in parte sviluppate appositamente, su cui è basato lo studio. Nella seconda parte, dedicata alla Valutazione della risorsa idrica superficiale in Piemonte, i metodi in precedenza descritti sono stati utilizzati per costruire i modelli di stima dei deflussi in sezioni fluviali qualsiasi comprese nel territorio regionale. In particolare sono state considerate le variabili: deflusso annuo, deflusso mensile adimensionale (regime idrologico) e deflusso mimino in più mesi consecutivi. Per quanto riguarda l'entità dei deflussi minimi la stima è stata fatta su periodi critici, il cui mese di inizio e la cui durata sono stati definiti in relazione al massimo squilibrio tra domanda e disponibilità. Tale valutazione è stata effettuata in relazione a due tipologie principali di domanda: quella irrigua umettante e quella irrigua a sommersione. Queste sono caratterizzate da differenti valori relativi di domanda mensile (curve di domanda) che sono comunque non uniformi nel tempo. Si è tuttavia dimostrato che la valenza della caratterizzazione proposta si conserva anche per utenze aventi curva di domanda quasi costante, quali sono quelle relative ad usi promiscui (irriguo, industriale e potabile) in un ampio campo di variabilità delle quote di ripartizione tra i diversi usi.

A partire dalle suddette stime, la valutazione delle risorse idriche può essere eseguita per un qualsiasi bacino idrografico nel territorio piemontese. In particolare, tali stime sono state

direttamente effettuate per sei sezioni di interesse connesse alle ipotesi di realizzazione di nuovi invasi artificiali, risultanti dagli elaborati della fase di studio propedeutica alla redazione del Piano regionale di Tutela delle Acque. I corsi d'acqua e le relative sezioni degli invasi sarebbero: Stura di Viù a Combanera, Maira a Stroppo, Stura di Demonte a Moiola, Mastallone a Cravagliana, Sessera a Miste ed Orba ad Ortiglieto.

Su tutte le sezioni fluviali di possibile interesse in ambito regionale, ed in particolare sulle sei sezioni di cui sopra, è stata inoltre predisposta la possibilità di stimare le *curve probabilistiche di possibilità di regolazione*. Tali curve mettono in relazione una capacità di invaso (o di regolazione) con la possibilità di erogare un volume annuo assegnato a meno di un prefissato rischio di deficit. Maggiori sono le dimensioni della capacità di invaso maggiore è l'entità del deficit (ad esempio estivo) colmato dall'invaso, per cui risulta possibile incrementare il livello dell'erogazione trasferita alle utenze sfruttando il surplus invernale accumulato nell'invaso.

Per ognuna delle sei sezioni di interesse si sono ipotizzate tre tipologie di utilizzazione: esclusivamente irrigua, promiscua con forte componente irrigua e promiscua con forte componente costante. Nei tre casi è stato valutato il volume annuo erogabile nel caso in cui le dighe avessero la capacità di invaso ipotizzata dal Piano di Tutela delle Acque.

In vista della costruzione di strumenti di valutazione più raffinati, che possano consentire di mettere a confronto anche diverse alternative gestionali e soddisfare più obiettivi in competizione tra loro, sono state poi generate lunghe serie sintetiche di deflussi mensili in corrispondenza delle sezioni di interesse. Tali sequenze hanno caratteri statistici uguali a quelli utilizzati nella costruzione delle curve di possibilità di regolazione ma sono state ottenute attraverso la generazione di lunghe serie sintetiche di precipitazioni e la successiva calibrazione di un modello idrologico afflussi-deflussi, denominato "DREAM", recentemente sviluppato presso l'Università della Basilicata. Tali serie sono state utilizzate nella costruzione di alcuni scenari dinamici di utilizzo degli invasi, eseguendo in particolare un'analisi delle caratteristiche specifiche dei deficit, definiti "fallanze", in termini di frequenza di accadimento e di deficit volumetrici. È stata infine proposta una procedura per la valutazione speditiva dell'efficacia delle dighe rispetto all'obiettivo di attenuazione delle piene, attraverso il calcolo di un indice denominato "Synthetic Flood Attenuation", sviluppato presso il Politecnico di Torino. Questa determinazione, che dipende direttamente dalle caratteristiche costruttive delle dighe, fornisce un coefficiente di laminazione dimensionalmente corretto e può essere utilizzata con estrema semplicità per esaminare gli effetti di alternative progettuali in relazione ad una funzione che può avere grande importanza per aumentare la sicurezza idraulica dei territori di valle.

Utilizzando gli strumenti metodologici descritti in precedenza e sulla base delle informazioni disponibili per il comparto irriguo, che sono aggiornate al 2006, è possibile concludere che:

1. Per le ipotesi di dighe a Combanera, Stroppo, Ortiglieto e Moiola si conferma che le domande idriche considerate in questo studio non potrebbero essere soddisfatte in assenza di capacità di invaso. Ciò che emerge dalle valutazioni del Capitolo 12 è che, in base alle domande espresse in Tabella 11.11, i volumi di invaso ipotizzati per la diga di Combanera e di Stroppo sono abbastanza ben calibrati, quello della diga di Ortiglieto risulta insufficiente, mentre quello ipotizzato sulla diga di Moiola (60 Mm^3) appare elevato (Figura 12.9). Ovviamente, per la diga di Moiola un volume di invaso pari a quello ipotizzato consente una notevole efficacia in termini di laminazione delle piene, circostanza testimoniata dai bassi valori del coefficiente di attenuazione SFA (Tabella 14.3).

2. Per gli invasi del nord del Piemonte (Sessera e Mastallone) le procedure qui presentate consentono di effettuare solo valutazioni parziali, in quanto essi non sono stati considerati nelle loro inevitabili connessioni con i sistemi irrigui esistenti. Questi invasi dominano infatti superfici irrigue che necessariamente rimarranno servite anche dalla rete di canali che attualmente ne copre la domanda, per cui le possibilità di utilizzazione della risorsa idrica dipendono dallo studio dell'interazione tra invasi e derivazioni. Con gli strumenti metodologici qui proposti si può tuttavia valutare l'efficacia specifica di queste opere se ad esse viene opportunamente attribuita un'area da servire, con la quantificazione del relativo fabbisogno idrico.

È essenziale sottolineare che le considerazioni fatte ai punti precedenti non possono essere considerate esaustive rispetto alla valutazione tecnica di efficacia degli invasi, in quanto richiedono valutazioni integrative riguardanti almeno i seguenti aspetti:

- Necessità di accurata ricostruzione del dominio spaziale della domanda, tramite definizione di comparti territoriali e di possibili aggregazioni logiche che ne consentano la connessione ai sistemi idrici esistenti.

- Definizione delle interazione tra gli invasi ed i sistemi idrici esistenti, per precisare le modalità di erogazione e valutare possibili sinergie

- Accurata valutazione dell'interazione tra capacità di invaso e necessità ambientali (deflusso minimo vitale) anche in relazione ai benefici conseguibili dall'ambiente

- Studio di dettaglio sugli effetti degli invasi in relazione alla mitigazione del rischio di piena a valle

- Valutazione degli ulteriori benefici a fronte di nuovi scenari derivanti dal cambiamento climatico.

Pur a fronte di ulteriori approfondimenti necessari per definire il ruolo che nuovi invasi possono avere in un futuro assetto dei sistemi idrici regionali, le conoscenze acquisite con questo lavoro consentono già di disporre, su tutto il territorio regionale, di una cospicua serie di metodologie idrologiche necessarie a valutare l'efficienza delle dighe nel soddisfare domande deficitarie. In tal senso, questo studio costituisce uno strumento operativo pienamente utilizzabile per gli scopi di pianificazione delle risorse idriche regionali.

Elenco delle tabelle

6.1 Parametri morfoclimatici considerati nello studio per i bacini idrografici (1/2) . . 73
6.1 Parametri morfoclimatici considerati nello studio per i bacini idrografici (2/2) . . 74
6.2 Migliori regressioni tra D_m e le variabili morfoclimatiche 78
6.3 Momenti ed L-momenti campionari delle serie storiche dei deflussi annui nelle 38 sezioni idrometriche considerate 84
6.4 Stima della probabilità associata alla statistica di Anderson-Darling 89
6.5 Confronto dell'RMSE delle formule di stima del deflusso medio annuo 94
6.6 Confronto dell'RMSE di cross-validation dei modelli di stima del deflusso medio annuo 94

10.1 Scheda riassuntiva per l'invaso di Combanera. 149
10.2 Scheda riassuntiva per l'invaso di Stroppo. 151
10.3 Scheda riassuntiva per l'invaso di Moiola. (1/3) 153
10.3 Scheda riassuntiva per l'invaso di Moiola. (2/3) 153
10.3 Scheda riassuntiva per l'invaso di Moiola. (3/3) 154
10.4 Scheda riassuntiva per l'invaso di Cravagliana. 156
10.5 Scheda riassuntiva per l'invaso di Miste. 158
10.6 Scheda riassuntiva per l'invaso di Ortiglieto. 159

11.1 Parametri morfometrici dei bacini sottesi alle dighe in progetto calcolati a partire dal Modello Digitale del Terreno a maglia quadrata di lato 250 m (1/2). 170
11.1 Parametri morfometrici dei bacini sottesi alle dighe in progetto calcolati a partiredal Modello Digitale del Terreno a maglia quadrata di lato 250 m (2/2). 171
11.2 Calcolo dell'afflusso medio annuo sui bacini sottesi dagli invasi in progetto: si sono indicate le stazioni pluviometriche utilizzate, l'area dei corrispettivi topoieti, il peso attribuito ad ognuna (in [%]), il numero di anni di osservazione (n) e la media degli afflussi annui (1/2). 172

11.2 Calcolo dell'afflusso medio annuo sui bacini sottesi dagli invasi in progetto: si sono indicate le stazioni pluviometriche utilizzate, l'area dei corrispettivi topoieti, il peso attribuito ad ognuna (in [%]), il numero di anni di osservazione (n) e la media degli afflussi annui (2/2). 173

11.3 Parametri climatici per i bacini sottesi dagli invasi in progetto: evapotraspirazione potenziale media annua ET_p; radiazione netta media annua R_n; indice di Thornthwaite I_T; indice di Budyko I_B. 176

11.4 Dati caratteristici della richiesta idrica agli invasi in progetto desunti dal PTA. . 184

11.5 Fabbisogni [mm] stimati con la metodologia di Merlo (Regione Piemonte, 2001) alle stazioni termo-pluviometriche utilizzate. 186

11.6 Ripartizione percentuale delle colture in Piemonte. 187

11.7 Fabbisogni medi irrigui [10^6 m^3] stimati per i comprensori irrigui a valle delle dighe in progetto. 187

11.8 Fabbisogni medi irrigui [10^6 m^3] stimati per il comprensorio irriguo del "Cervo-Sesia" a valle della diga di Miste. 188

11.9 Dotazione irrigua attuale media mensile [l/s]. 188

11.10 Deficit irriguio medio [10^6 m^3] stimato per il comprensorio irriguo del "Cervo-Sesia" a valle della diga di Miste. 189

11.11 Utenze totali medie [10^6 m^3] delle dighe in progetto. 189

12.1 Caratteristiche morfoclimatiche dei bacini sottesi dalle dighe in progetto utili alla stima della curva di frequenza del deflusso annuo. 191

12.2 Deflusso indice calcolato con le tre regressioni lineari di Capitolo 6 per i bacini sottesi alle dighe in progetto. 192

12.3 Deflussi annui corrispondenti a tempi di ritorno assegnati per le sezioni delle dighe in progetto (D_m stimato con l'Equazione 6.7). 194

12.4 Deflussi medi mensili [mm] stimati con l'analisi regionale. 196

12.5 Deflussi medi [mm/mese] stimati per i periodi critici corrispondenti alle aggregazioni di 1, 2, 3, 4, 5 e 6 mesi: si è considerata l'irrigazione umettante per Viù a Combanera, Maira a Stroppo, Stura di Demonte a Moiola e Orba ad Ortiglieto; si è considerata l'irrigazione a sommersione per il Mastallone a Cravagliana ed il Sessera a Miste. 198

12.6 Distribuzioni e parametri per la stima della curva di crescita dei deflussi nei periodi critici dello Stura di Viù a Combanera (irrigazione umettante). 200

12.7 Distribuzioni e parametri per la stima della curva di crescita dei deflussi nei periodi critici del Maira a Stroppo e dello Stura di Demonte a Moiola (irrigazione umettante). 200
12.8 Distribuzioni e parametri per la stima della curva di crescita dei deflussi nei periodi critici del Mastallone a Cravagliana e del Sessera a Miste (irrigazione a sommersione). 200
12.9 Distribuzioni e parametri per la stima della curva di crescita dei deflussi nei periodi critici dell'Orba ad Ortiglieto (irrigazione umettante). 201

13.1 Caratteristiche dei bacini su cui è stato tarato il modello DREAM. 226
13.2 Tavola di conversione dalla codifica Hypres alla codifica utilizzata dal modello (COD). 226
13.3 Tavole utilizzate per l'assegnazione di parametri di tessitura da letteratura 226
13.3 Tavole utilizzate per l'assegnazione di parametri di tessitura da letteratura 227
13.4 Statistiche di performance del modello per i tre bacini usati in calibrazione. . . . 227

14.1 Parametri degli invasi in progetto: volume di massimo invaso (V_{max}), superficie del bacino (A_B), superficie del lago alla quota di massimo invaso (A_L) e rapporto tra queste (A_B/A_L). 249
14.2 Cinque ipotesi di larghezza della soglia di sfioro L, a partire dalla portata massima al colmo Q_p ottenuta con il metodo VAPI. 249
14.3 Coefficiente SFA calcolato per gli invasi in progetto nelle 5 ipotesi di larghezza della soglia di sfioro. 250
14.4 Valutazione dei valori massimo e minimo del coefficiente di laminazione η e del coefficiente SFA al variare della forma dell'onda di piena sollecitante in dighe esistenti. 250

D.1 Coefficienti di approssimazione per le Equazioni D.73, D.74 e D.75. 354
D.2 Coefficienti di approssimazione per le Equazioni D.84-D.87. 356

E.1 Serie storiche dei deflussi annui [mm] (1/4). E4
E.1 Serie storiche dei deflussi annui [mm] (2/4). E5
E.1 Serie storiche dei deflussi annui [mm] (3/4). E6
E.1 Serie storiche dei deflussi annui [mm] (4/4). E7
E.2 Deflussi medi mensili [mm] tratti dalla Pubblicazione 17. . . . . E10
E.3 Afflussi medi mensili [mm] tratti dalla Pubblicazione 17. . . . . E11

E.4 Ampiezze e fasi della Serie di Fourier (Equazione 7.5) dei deflussi medi mensili adimensionalizzati ($d_i - \bar{d}$) per i bacini della Pubblicazione 17. . . . . E12
E.5 Ampiezze e fasi della Serie di Fourier (Equazione 7.5) degli afflussi medi mensili adimensionalizzati ($a_i - \bar{a}$) per i bacini della Pubblicazione 17. . . . . E13
E.6 Parametri della Serie di Fourier (Equazione 7.5) dei deflussi medi mensili adimensionalizzati ($d_i - \bar{d}$) per i bacini della Pubblicazione 17. . . . . E14
E.7 Parametri della Serie di Fourier (Equazione 7.5) degli afflussi medi mensili adimensionalizzati ($a_i - \bar{a}$) per i bacini della Pubblicazione 17. . . . . E15
E.8 RMSE dei regimi idrologici stimati con Fourier sui dati misurati e con le due formulazioni del Paragrafo 7.2.2 per i bacini della Pubblicazione 17. . . . . E16
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (1/37 Toce a Cadarese) E18
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (2/37 Toce a Candoglia) E18
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17 ed integrate con i dati degli annali. (3/37 Ticino a Miorina) E19
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (4/37 Mastallone a Ponte Folle) E20
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (5/37 Sesia a Campertogno) E21
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (6/37 Sesia a Ponte Aranco) E22
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17 ed integrate con i dati degli annali. (7/37 Dora Baltea a Tavagnasco) E23
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17 ed integrate con i dati degli annali. (8/37 Orco a Ponte Canavese) E24
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17 ed integrate con i dati degli annali. (9/37 Stura di Lanzo a Lanzo) E25
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (10/37 Chisone a Soucheres Basses) E26
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (11/37 Chisone a S.Martino) E26
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (12/37 Chisone a Fenestrelle) E27

E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (13/37 Dora Riparia a Oulx) E28
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (14/37 Dora Riparia a S.Antonino) E29
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17 ed integrate con i dati degli annali. (15/37 Po a Crissolo) E30
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17 ed integrate con i dati degli annali. (16/37 Grana a Monterosso) E31
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (17/37 Stura di Demonte a Pianche) E32
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (18/37 Rio Bagni a Bagni di Vinadio) E32
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (19/37 Vermenagna a Limone) E33
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (20/37 Rio del Piz a Pietraporzio) E33
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (21/37 Stura di Demonte a Gaiola) E34
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (22/37 Gesso di Entracque ad Entracque) E34
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17 ed integrate con i dati degli annali. (23/37 Tanaro a Montecastello) E35
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (24/37 Tanaro a Ponte Nava) E36
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (25/37 Tanaro a Nucetto) E37
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17 ed integrate con i dati degli annali. (26/37 Tanaro a Farigliano) E38
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (27/37 Corsaglia a Molline) E39
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (28/37 Scrivia a Serravalle) E40
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (29/37 Erro a Sassello) E40

E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (30/37 Bormida a Cassine) E41
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (31/37 Borbera a Baracche) E41
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (32/37 Dora Baltea ad Aosta) E42
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (33/37 Lys a Gressoney) E42
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (34/37 Rutor a Promise) E43
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17. (35/37 Artanavaz a St.Oyen) E43
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17 ed integrate con i dati degli annali. (36/37 Evancon a Champoluc) E44
E.9 Serie storica dei deflussi mensili [mm] estratte dalla Pubblicazione 17 ed integrate con i dati degli annali. (37/37 Ayasse a Champorcher) E45
E.10 Mese, bimestre, trimestre, ..., semestre critici per irrigazioni umettanti per le 47 sezioni del SIMN. E46
E.11 Mese, bimestre, trimestre, ..., semestre critici per irrigazioni a sommersione per le 47 sezioni del SIMN. E47

Elenco delle figure

1 Localizzazione dei nuovi invasi previsti dal Piano di Tutela delle Acque della Regione Piemonte. 5

1.1 Esempio di curva di frequenza del deflusso annuo 10

2.1 Differenza tra l'$RMSE_{\%}$ della media campionaria e l'$RMSE_{\%}$ della mediana campionaria nello spazio $\tau - \tau_3$ 17
2.2 Esempio di modello lineare semplice 18
2.3 Esempio di eteroschedasticità 20
2.4 Intervalli di confidenza della stima e di predizione per nuove osservazioni 25
2.5 Esempio di diagramma diagnostico $\hat{y} - y$ 28
2.6 Grafici dei residui nei confronti delle stime della regressione 29
2.7 Grafici dei residui in carta probabilistica normale 30
2.8 Set di dati affetti da multicollinearità 31

3.1 Differenze tra regioni disgiunte e regione di influenza 34
3.2 Dendogramma di agglomerazione di elementi a mezzo di un algoritmo di cluster analysis di tipo gerarchico 37
3.3 Ottimizzazione dei gruppi con un algoritmo di riallocazione degli elementi 38

4.1 Confronto tra curve di crescita 44
4.2 Esempio di misura della distanza tra curve di crescita 45

5.1 Spazio $\tau - \tau_3$ considerato per il confronto dei test 60
5.2 Percentuale di regioni erroneamente considerate non-omogenee dai test nello spazio $\tau - \tau_3$ (errore di Tipo I) 62
5.3 Potenza dei test nello spazio $\tau - \tau_3$ 63
5.4 Potenza dei test nei punti A, B, C e D quando l'eterogeneità è dovuta al solo parametro di forma τ_3 65

5.5 Potenza dei test nei punti A, B, C e D al variare della distribuzione generatrice . 66
5.6 Regioni dello spazio $\tau - \tau_3$ dove i test considerati dovrebbero essere utilizzati . . 67

6.1 Bacini idrografici del Servizio Idrografico utilizzati nello studio 75
6.2 Parametri geometrici di bacino 76
6.3 Grafici diagnostici della Regressione (6.7) 80
6.4 Grafici diagnostici della Regressione (6.8) 81
6.5 Confronto tra le Regressioni (6.7) e (6.8) 82
6.6 Consistenza delle serie storiche delle 47 stazioni idrometriche del SIMN 83
6.7 Suddivisione dei bacini in 4 regioni omogenee sul piano $H_m - Y_{bar}$ 86
6.8 Rappresentazione delle quattro regioni sul piano degli L-momenti per la decisione del test di omogeneità da utilizzare 87
6.9 Rappresentazione geografica dei bacini appartenenti alle 4 regioni omogenee . . . 88
6.10 Rappresentazione delle quattro regioni e delle distribuzioni di probabilità a due ed a tre parametri sul diagramma degli L-momenti 90
6.11 Curve di crescita campionarie e curva di crescita regionale per le regioni omogenee individuate 91
6.12 Rappresentazione delle curve di crescita regionali in carta probablistica lognormale 92
6.13 Densità di probabilità $f(q)$ associata alle quatto curve di crescita regionali 93
6.14 Suddivisione del piano $H_m - Y_{bar}$ nelle 4 regioni omogenee 95
6.15 Legame tra la statistica di Anderson-Darling A^2 di bontà di adattamento e l'errore relativo di stima della media 97

7.1 Esempio di regimi idrometrici sovrapposti 100
7.3 Esempi di regime idrometrico e pluviometrico sovrapposti 101
7.4 Esempio di Serie di Fourier per due sezioni 104
7.5 Esempio di Serie di Fourier per due sezioni 105
7.6 Esempio di regimi idrometrici ottenuti tramite i modelli 107
7.7 Applicazione del modello più completo (Equazioni (6.7) e (7.9)) e di quello più semplice (Equazioni (6.8) e (7.10)) su due sezioni monitorate. 109

8.4 Curve di richiesta tipo 117

11.1 Bacini sottesi dagli invasi in progetto. 162
11.2 Bacino dello Stura di Demonte a Moiola ricavato dal Modello Digitale del Terreno amaglia quadrata di lato 250 m. 163

11.3 Pendenza di ogni pixel del bacino dello Stura di Demonte a Moiola. 165
11.4 Aspect di ogni pixel del bacino dello Stura di Demonte a Moiola. 165
11.5 Funzione di ampiezza del bacino dello Stura di Demonte a Moiola. 167
11.6 Lunghezza dei versanti del bacino dello Stura di Demonte a Moiola. 168
11.7 Magnitudine delle aste del reticolo del bacino dello Stura di Demonte a Moiola. . 168
11.8 Suddivisione nelle classi di Horton-Strahler delle aste del reticolo del bacino dello Stura di Demonte a Moiola. 169
11.9 Pluviometri del database Precipitazioni e Temperature (Regione Piemonte, 1998). 174
11.10Pluviometri nella zona dei bacini sottesi agli invasi in progetto. 175
11.11Identificazione dell'invaso e curve caratteristiche per la diga di Moiola. (1/6) . . 178
11.11Identificazione dell'invaso e curve caratteristiche per la diga di Stroppo. (2/6) . . 179
11.11Identificazione dell'invaso e curve caratteristiche per la diga di Combanera. (3/6) 180
11.11Identificazione dell'invaso e curve caratteristiche per la diga di Cravagliana. (4/6) 181
11.11Identificazione dell'invaso e curve caratteristiche per la diga di Miste. (5/6) . . . 182
11.11Identificazione dell'invaso e curve caratteristiche per la diga di Ortiglieto. (6/6) . 183
11.12Utenze totali medie [10^6 m^3] delle dighe in progetto: uso irriguo (irr) + uso industriale (ind) + uso potabile (pot) + deflusso minimo vitale (DMV). 190

12.1 Posizionamento dei bacini sottesi dalle dighe in progetto nelle regioni omogenee per l'attribuzione delle curve di crescita del deflusso annuo D. 193
12.2 Curve di frequenza del deflusso annuo D. È riportato anche l'asse del tempo di ritorno T. 195
12.3 Confronto tra i regimi mensili stimati per i bacini sottesi alle dighe in progetto. . 197
12.4 Posizionamento dei bacini sottesi dalle dighe in progetto nelle regioni omogenee per l'attribuzione delle curve di crescita dei deflussi critici di durata da 4 a 6 mesi. 199
12.5 Ipotesi di utilizzo dell'invaso di Combanera: utilizzo irriguo, 70% irriguo e 30% costante, 50% irriguo e 50% costante, 30% irriguo e 70% costante. Ai volumi erogati è stato sovrapposto il regime idrologico stimato con l'analisi regionale. . . 203
12.6 Utenza agli invasi: irrigua umettante (a sinistra) o a sommersione (a destra) con diverse quote di utenza costante. 205
12.7 Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso esclusivamente irriguo. Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (1/3). 206

12.7 Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso esclusivamente irriguo. Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (2/3). 207
12.7 Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso esclusivamente irriguo. Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (3/3). 208
12.8 Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso promiscuo (basso uso costante). Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (1/3). 209
12.8 Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso promiscuo (basso uso costante). Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (2/3). 210
12.8 Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso promiscuo (basso uso costante). Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (3/3). 211
12.9 Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso promiscuo (alto uso costante). Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (1/3). 212
12.9 Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso promiscuo (alto uso costante). Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (2/3). 213
12.9 Curve di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto nel caso di uso promiscuo (alto uso costante). Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. (3/3). 214
12.10 Curve di possibilità di regolazione adimensionali sovrapposte. 215

13.1 Schematizzazione dei flussi entranti e uscenti per volume unitario di suolo. 218
13.2 Perdite idrologiche del suolo (Rodriguez-Iturbe et al., 1999). 220
13.3 Schema di redistribuzione e produzione deflusso subsuperficiale. 223

13.4 Bacini idrografici del Servizio Idrografico utilizzati nello studio (i bacini utilizzati per la calibrazione del modello DREAM sono il Mastallone a Ponte Folle (6), lo Stura di Lanzo a Lanzo (12) e lo Stura di Demonte a Gaiola (25)). 225
13.5 Grafici di performance del modello: Mastallone a Ponte Folle 228
13.6 Grafici di performance del modello: Stura di Lanzo a Lanzo 229
13.7 Grafici di performance del modello: Stura di Demonte a Gaiola 230
13.8 Utilizzazione irrigua umettante (a sinistra) e a sommersione (a destra) ipotizzate (Capitolo 8). 232
13.9 Confronto tra la curva di possibilità di regolazione ottenuta dall'analisi regionale (a) e la curva di possibilità di regolazione ottenuta dai dati sintetici (b). 233
13.10Confronto tra la curva di possibilità di regolazione ottenuta dall'analisi regionale (a) e la curva di possibilità di regolazione ottenuta dai dati sintetici (b). 234
13.11Confronto tra la curva di possibilità di regolazione ottenuta dall'analisi regionale (a) e la curva di possibilità di regolazione ottenuta dai dati sintetici (b). 235
13.12Analisi delle fallanze per l'invaso di Combanera 236
13.13Analisi delle fallanze per l'invaso di Stroppo 237
13.14Analisi delle fallanze per l'invaso di Moiola 238
13.15Analisi delle fallanze per l'invaso di Cravagliana 239
13.16Analisi delle fallanze per l'invaso di Miste 241
13.17Analisi delle fallanze per l'invaso di Ortiglieto 242

A.1 Esempio di modello lineare semplice. 304
A.2 Caso di eteroschedasticità. 305
A.3 Intervalli (al 95% di significatività) di confidenza per la stima della media $E(y|x_0)$ e di predizione per nuove osservazioni y_0. 308
A.4 Esempio di diagramma diagnostico $\hat{y} - y$. 312
A.5 Grafici dei residui nei confronti delle stime della regressione. Si sono esemplificate 4 situazioni differenti: a) situazione soddisfacente; b) e c) possibile eteroschedasticità dei residui; d) nonlinearità. 313
A.6 Grafici dei residui in carta probabilistica normale. Si sono esemplificate 2 situazioni differenti: a) situazione di normalità; b) non-normalità perché il campione è caratterizzato da asimmetria positiva. 314

B.1 Esempio Ward. (1/2) 319
B.1 Esempio Ward. (2/2) 320
B.2 Dendrogramma ottenuto tramite l'algoritmo di Ward. 321

B.3 Ottimizzazione dei cluster 323

C.1 Diagramma dei rapporti degli L-momenti 333

D.1 Esempi di densità di probabilità della distribuzione esponenziale 340
D.2 Esempi di densità di probabilità della distribuzione di Gumbel 342
D.3 Esempi di densità di probabilità della distribuzione Normale 344
D.4 Esempi di densità di probabilità della distribuzione generalizzata di Pareto . . . 346
D.5 Esempi di densità di probabilità della distribuzione generalizzata del valore estremo 348
D.6 Esempi di densità di probabilità della distribuzione logistica generalizzata 350
D.7 Esempi di densità di probabilità della distribuzione lognormale a tre parametri . 352
D.8 Esempi di densità di probabilità della distribuzione di Pearson tipo III 358
D.9 Esempi di densità di probabilità della distribuzione kappa 360

F.1 Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (1/8) F6
F.1 Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (2/8) F7
F.1 Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (3/8) F8
F.1 Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (4/8) F9
F.1 Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (5/8) F10
F.1 Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (6/8) F11
F.1 Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (7/8) F12
F.1 Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (8/8) F13
F.2 Rappresentazione in carta probabilistica normale delle Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (1/8) F14
F.2 Rappresentazione in carta probabilistica normale delle Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (2/8) F15
F.2 Rappresentazione in carta probabilistica normale delle Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (3/8) F16
F.2 Rappresentazione in carta probabilistica normale delle Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (4/8) F17
F.2 Rappresentazione in carta probabilistica normale delle Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (5/8) F18
F.2 Rappresentazione in carta probabilistica normale delle Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (6/8) F19
F.2 Rappresentazione in carta probabilistica normale delle Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (7/8) F20

F.2 Rappresentazione in carta probabilistica normale delle Serie storiche dei deflussi annui alle sezioni considerate nello studio. (8/8) F21
F.3 Selezione della distribuzione di probabilità per la variabile deflusso annuo (regione 1). (1/8) F22
F.3 Selezione della distribuzione di probabilità per la variabile deflusso annuo (regione 1). (2/8) F23
F.3 Selezione della distribuzione di probabilità per la variabile deflusso annuo (regione 2). (3/8) F24
F.3 Selezione della distribuzione di probabilità per la variabile deflusso annuo (regione 2). (4/8) F25
F.3 Selezione della distribuzione di probabilità per la variabile deflusso annuo (regione 3). (5/8) F26
F.3 Selezione della distribuzione di probabilità per la variabile deflusso annuo (regione 3). (6/8) F27
F.3 Selezione della distribuzione di probabilità per la variabile deflusso annuo (regione 4). (7/8) F28
F.3 Selezione della distribuzione di probabilità per la variabile deflusso annuo (regione 4). (8/8) F29
F.4 Regimi pluviometrici ($a_i/\bar{a}$) e idrometrici ($d_i/\bar{d}$) adimensionalizzati e sovrapposti per diverse zone geografiche. (1/5) F32
F.4 Regimi pluviometrici ($a_i/\bar{a}$) e idrometrici ($d_i/\bar{d}$) adimensionalizzati e sovrapposti per diverse zone geografiche. (2/5) F33
F.4 Regimi pluviometrici ($a_i/\bar{a}$) e idrometrici ($d_i/\bar{d}$) adimensionalizzati e sovrapposti per diverse zone geografiche. (3/5) F34
F.4 Regimi pluviometrici ($a_i/\bar{a}$) e idrometrici ($d_i/\bar{d}$) adimensionalizzati e sovrapposti per diverse zone geografiche. (4/5) F35
F.4 Regimi pluviometrici ($a_i/\bar{a}$) e idrometrici ($d_i/\bar{d}$) adimensionalizzati e sovrapposti per diverse zone geografiche. (5/5) F36
F.5 Regime idrometrico medio e serie dei mensili per i bacini considerati nello studio. (1/8) F37
F.5 Regime idrometrico medio e serie dei mensili per i bacini considerati nello studio. (2/8) F38
F.5 Regime idrometrico medio e serie dei mensili per i bacini considerati nello studio. (3/8) F39

F.5 Regime idrometrico medio e serie dei mensili per i bacini considerati nello studio. (4/8) F40
F.5 Regime idrometrico medio e serie dei mensili per i bacini considerati nello studio. (5/8) F41
F.5 Regime idrometrico medio e serie dei mensili per i bacini considerati nello studio. (6/8) F42
F.5 Regime idrometrico medio e serie dei mensili per i bacini considerati nello studio. (7/8) F43
F.5 Regime idrometrico medio e serie dei mensili per i bacini considerati nello studio. (8/8) F44
F.6 Regime idrometrico e pluviometrico per i bacini considerati nello studio; d_i sono i deflussi medi mensili di Tabella E.2, a_i sono gli afflussi medi mensili di Tabella E.3. (1/8) F45
F.6 Regime idrometrico e pluviometrico per i bacini considerati nello studio; d_i sono i deflussi medi mensili di Tabella E.2, a_i sono gli afflussi medi mensili di Tabella E.3. (2/8) F46
F.6 Regime idrometrico e pluviometrico per i bacini considerati nello studio; d_i sono i deflussi medi mensili di Tabella E.2, a_i sono gli afflussi medi mensili di Tabella E.3. (3/8) F47
F.6 Regime idrometrico e pluviometrico per i bacini considerati nello studio; d_i sono i deflussi medi mensili di Tabella E.2, a_i sono gli afflussi medi mensili di Tabella E.3. (4/8) F48
F.6 Regime idrometrico e pluviometrico per i bacini considerati nello studio; d_i sono i deflussi medi mensili di Tabella E.2, a_i sono gli afflussi medi mensili di Tabella E.3. (5/8) F49
F.6 Regime idrometrico e pluviometrico per i bacini considerati nello studio; d_i sono i deflussi medi mensili di Tabella E.2, a_i sono gli afflussi medi mensili di Tabella E.3. (6/8) F50
F.6 Regime idrometrico e pluviometrico per i bacini considerati nello studio; d_i sono i deflussi medi mensili di Tabella E.2, a_i sono gli afflussi medi mensili di Tabella E.3. (7/8) F51
F.6 Regime idrometrico e pluviometrico per i bacini considerati nello studio; d_i sono i deflussi medi mensili di Tabella E.2, a_i sono gli afflussi medi mensili di Tabella E.3. (8/8) F52

F.7 Regime idrometrico adimensionalizzato ($d_i - \bar{d}$) e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (1/8) F53

F.7 Regime idrometrico adimensionalizzato ($d_i - \bar{d}$) e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (2/8) F54

F.7 Regime idrometrico adimensionalizzato ($d_i - \bar{d}$) e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (3/8) F55

F.7 Regime idrometrico adimensionalizzato ($d_i - \bar{d}$) e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (4/8) F56

F.7 Regime idrometrico adimensionalizzato ($d_i - \bar{d}$) e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (5/8) F57

F.7 Regime idrometrico adimensionalizzato ($d_i - \bar{d}$) e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (6/8) F58

F.7 Regime idrometrico adimensionalizzato ($d_i - \bar{d}$) e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (7/8) F59

F.7 Regime idrometrico adimensionalizzato ($d_i - \bar{d}$) e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (8/8) F60

F.8 Regime pluviometrico adimensionalizzato ($a_i - \bar{a}$) e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (1/8) F61

F.8 Regime pluviometrico adimensionalizzato ($a_i - \bar{a}$) e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (2/8) F62

F.8 Regime pluviometrico adimensionalizzato ($a_i - \bar{a}$) e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (3/8) F63

F.8 Regime pluviometrico adimensionalizzato $(a_i - \bar{a})$ e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (4/8) F64
F.8 Regime pluviometrico adimensionalizzato $(a_i - \bar{a})$ e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (5/8) F65
F.8 Regime pluviometrico adimensionalizzato $(a_i - \bar{a})$ e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (6/8) F66
F.8 Regime pluviometrico adimensionalizzato $(a_i - \bar{a})$ e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (7/8) F67
F.8 Regime pluviometrico adimensionalizzato $(a_i - \bar{a})$ e Serie di Fourier a 2 armoniche per i bacini considerati nello studio; le 2 componenti armoniche sono rappresentate in grigio. (8/8) F68
F.9 Diagrammi diagnostici per le Serie di Fourier di Paragrafo 7.2.1. Nella figura in alto i numeri indicano i mesi dell'anno, in quella in basso il codice delle stazioni; in basso a destra è indicato l'$RMSE_{reg}$ medio. F69
F.10 Regimi idrometrici ottenuti per i 47 bacini considerati tramite il Modello 7.9 (a) ed il Modello 7.10 (b). (1/8) F70
F.10 Regimi idrometrici ottenuti per i 47 bacini considerati tramite il Modello 7.9 (a) ed il Modello 7.10 (b). (2/8) F71
F.10 Regimi idrometrici ottenuti per i 47 bacini considerati tramite il Modello 7.9 (a) ed il Modello 7.10 (b). (3/8) F72
F.10 Regimi idrometrici ottenuti per i 47 bacini considerati tramite il Modello 7.9 (a) ed il Modello 7.10 (b). (4/8) F73
F.10 Regimi idrometrici ottenuti per i 47 bacini considerati tramite il Modello 7.9 (a) ed il Modello 7.10 (b). (5/8) F74
F.10 Regimi idrometrici ottenuti per i 47 bacini considerati tramite il Modello 7.9 (a) ed il Modello 7.10 (b). (6/8) F75
F.10 Regimi idrometrici ottenuti per i 47 bacini considerati tramite il Modello 7.9 (a) ed il Modello 7.10 (b). (7/8) F76
F.10 Regimi idrometrici ottenuti per i 47 bacini considerati tramite il Modello 7.9 (a) ed il Modello 7.10 (b). (8/8) F77

F.11 Diagrammi diagnostici per i quattro modelli di Paragrafo 7.2.2. I numeri indicano i mesi dell'anno; in basso a destra è indicato l'$RMSE_{reg}$ medio di Tabella E.8. . F78
F.12 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati. (1/8) F79
F.12 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati. (2/8) F80
F.12 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati. (3/8) F81
F.12 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati. (4/8) F82
F.12 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati. (5/8) F83
F.12 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati. (6/8) F84
F.12 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati. (7/8) F85
F.12 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati. (8/8) F86
F.13 Diagrammi diagnostici dell'applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati. F87
F.14 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati; le stime negative si sono considerate nulle. (1/8) F88
F.14 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati; le stime negative si sono considerate nulle. (2/8) F89

F.14 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati; le stime negative si sono considerate nulle. (3/8) F90

F.14 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati; le stime negative si sono considerate nulle. (4/8) F91

F.14 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati; le stime negative si sono considerate nulle. (5/8) F92

F.14 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati; le stime negative si sono considerate nulle. (6/8) F93

F.14 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati; le stime negative si sono considerate nulle. (7/8) F94

F.14 Applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati; le stime negative si sono considerate nulle. (8/8) F95

F.15 Diagrammi diagnostici dell'applicazione del modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e di quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) ai 47 bacini considerati; le stime negative si sono considerate nulle. . . F96

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (1/24) F97

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (2/24) F98

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (3/24) F99

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (4/24) F100

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (5/24) F101

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (6/24) F102

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (7/24) F103

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (8/24) F104

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (9/24) F105

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (10/24) F106

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (11/24) F107

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (12/24) F108

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (13/24) F109

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (14/24) F110

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (15/24) F111

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (16/24) F112

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (17/24) F113

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (18/24) F114

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (19/24) F115

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (20/24) F116

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (21/24) F117

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (22/24) F118

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (23/24) F119

F.16 Confronto nell'individuazione dei minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali, tra il modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9) e quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10). (24/24) F120

F.17 Confronto tra il modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9), quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) e le formulazioni SIMPO (Equazioni 7.13 e 7.14), per i 47 bacini considerati. (1/8) F121

F.17 Confronto tra il modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9), quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) e le formulazioni SIMPO (Equazioni 7.13 e 7.14), per i 47 bacini considerati. (2/8) F122

F.17 Confronto tra il modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9), quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) e le formulazioni SIMPO (Equazioni 7.13 e 7.14), per i 47 bacini considerati. (3/8) F123
F.17 Confronto tra il modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9), quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) e le formulazioni SIMPO (Equazioni 7.13 e 7.14), per i 47 bacini considerati. (4/8) F124
F.17 Confronto tra il modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9), quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) e le formulazioni SIMPO (Equazioni 7.13 e 7.14), per i 47 bacini considerati. (5/8) F125
F.17 Confronto tra il modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9), quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) e le formulazioni SIMPO (Equazioni 7.13 e 7.14), per i 47 bacini considerati. (6/8) F126
F.17 Confronto tra il modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9), quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) e le formulazioni SIMPO (Equazioni 7.13 e 7.14), per i 47 bacini considerati. (7/8) F127
F.17 Confronto tra il modello per la stima del regime idrometrico più completo (Equazioni 6.7 e 7.9), quello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10) e le formulazioni SIMPO (Equazioni 7.13 e 7.14), per i 47 bacini considerati. (8/8) F128
F.18 Diagrammi diagnostici per i tre modelli per la stima del regime idrometrico: 1) modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9); 2) modello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10); 3) formulazioni SIMPO (Equazioni 7.13 e 7.14). F129
F.19 Diagrammi diagnostici per i tre modelli per la stima del regime idrometrico: 1) modello più completo (Equazioni 6.7 e 7.9); 2) modello più semplice (Equazioni 6.8 e 7.10); 3) formulazioni SIMPO (Equazioni 7.13 e 7.14). F130
F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (1/16) F132
F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (2/16) F133
F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (3/16) F134
F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (4/16) F135
F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (5/16) F136
F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (6/16) F137
F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (7/16) F138
F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (8/16) F139
F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (9/16) F140
F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (10/16) F141
F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (11/16) F142

F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (12/16) F143

F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (13/16) F144

F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (14/16) F145

F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (15/16) F146

F.20 Serie dei deflussi mensili per i bacini considerati nello studio. (16/16) F147

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (1/37 Toce a Cadarese) F148

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (2/37 Toce a Candoglia) F149

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (3/37 Ticino a Miorina) F150

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (4/37 Mastallone a Ponte Folle) F151

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (5/37 Sesia a Campertogno) F152

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (6/37 Sesia a Ponte Aranco) F153

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (7/37 Dora Baltea a Tavagnasco) F154

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (8/37 Orco a Ponte Canavese) F155

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (9/37 Stura di Lanzo a Lanzo) F156

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (10/37 Chisone a Soucheres Basses) F157

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (11/37 Chisone a San Martino) F158

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (12/37 Chisone a Fenestrelle) F159

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (13/37 Dora Riparia a Oulx) F160

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (14/37 Dora Riparia a S.Antonino) F161

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (15/37 Po a Crissolo) F162

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (16/37 Grana a Monterosso) F163

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (17/37 Stura di Demonte a Pianche) F164

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (18/37 Rio Bagni a Bagni di Vinadio) F165

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (19/37 Vermenagna a Limone) F166

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (20/37 Rio Piz a Pietraporzio) F167

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (21/37 Stura di Demonte a Gaiola) F168

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (22/37 Gesso di Entracque ad Entracque) F169

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (23/37 Tanaro a Montecastello) F170

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (24/37 Tanaro a Ponte Nava) F171

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (25/37 Tanaro a Nucetto) F172

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (26/37 Tanaro a Farigliano) F173

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (27/37 Corsaglia a Molline) F174

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (28/37 Scrivia a Serravalle) F175

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (29/37 Erro a Sassello) F176

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (30/37 Bormida a Cassine) F177

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (31/37 Borbera a Baracche) F178

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (32/37 Dora Baltea ad Aosta) F179

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (33/37 Lys a Gressoney) F180

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (34/37 Rutor a Promise) F181

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (35/37 Artanavaz a St.Oyen) F182

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (36/37 Evancon a Champoluc) F183

F.21 Rappresentazione dei deflussi minimi per aggregazioni temporali da 1 a 6 mesi: le medie nel diagramma polare in alto; gli istogrammi di frequenza dell'entità dei minimi a sinistra; gli istogrammi di frequenza di accadimento a destra. (37/37 Ayasse a Champorcher) F184

F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (1/37 Toce a Cadarese) F185

F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (2/37 Toce a Candoglia) F186

F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (3/37 Ticino a Miorina) F187

F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (4/37 Mastallone a Ponte Folle) F188

F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (5/37 Sesia a Campertogno) F189

F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (6/37 Sesia a Ponte Aranco) F190
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (7/37 Dora Baltea a Tavagnasco) F191
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (8/37 Orco a Ponte Canavese) F192
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (9/37 Stura di Lanzo a Lanzo) F193
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (10/37 Chisone a Soucheres Basses) F194
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (11/37 Chisone a San Martino) F195
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (12/37 Chisone a Fenestrelle) F196
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (13/37 Dora Riparia a Oulx) F197
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (14/37 Dora Riparia a S.Antonino) F198
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (15/37 Po a Crissolo) F199
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (16/37 Grana a Monterosso) F200
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (17/37 Stura di Demonte a Pianche) F201
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (18/37 Rio Bagni a Bagni di Vinadio) F202
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (19/37 Vermenagna a Limone) F203
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (20/37 Rio Piz a Pietraporzio) F204
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (21/37 Stura di Demonte a Gaiola) F205
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (22/37 Gesso di Entracque ad Entracque) F206

F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (23/37 Tanaro a Montecastello) F207
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (24/37 Tanaro a Ponte Nava) F208
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (25/37 Tanaro a Nucetto) F209
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (26/37 Tanaro a Farigliano) F210
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (27/37 Corsaglia a Molline) F211
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (28/37 Scrivia a Serravalle) F212
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (29/37 Erro a Sassello) F213
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (30/37 Bormida a Cassine) F214
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (31/37 Borbera a Baracche) F215
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (32/37 Dora Baltea ad Aosta) F216
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (33/37 Lys a Gressoney) F217
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (34/37 Rutor a Promise) F218
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (35/37 Artanavaz a St.Oyen) F219
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (36/37 Evancon a Champoluc) F220
F.22 Normal plot dei deflussi minimi mensili, bimestrali, ..., semestrali. (37/37 Ayasse a Champorcher) F221
F.23 Curve di richiesta stimate per diverse tipologie di coltura per i 20 punti di Figura 8.3 da Merlo et al. (Regione Piemonte, 2001); la curva media è rappresentata con la linea più marcata. (1/2) F222

F.23 Curve di richiesta stimate per diverse tipologie di coltura per i 20 punti di Figura 8.3 da Merlo et al. (Regione Piemonte, 2001); la curva media è rappresentata con la linea più marcata. (2/2) F223
F.24 Curve "tipo" di richiesta e regime idrometrico per le sezioni considerate nello studio. (1/8) F224
F.24 Curve "tipo" di richiesta e regime idrometrico per le sezioni considerate nello studio. (2/8) F225
F.24 Curve "tipo" di richiesta e regime idrometrico per le sezioni considerate nello studio. (3/8) F226
F.24 Curve "tipo" di richiesta e regime idrometrico per le sezioni considerate nello studio. (4/8) F227
F.24 Curve "tipo" di richiesta e regime idrometrico per le sezioni considerate nello studio. (5/8) F228
F.24 Curve "tipo" di richiesta e regime idrometrico per le sezioni considerate nello studio. (6/8) F229
F.24 Curve "tipo" di richiesta e regime idrometrico per le sezioni considerate nello studio. (7/8) F230
F.24 Curve "tipo" di richiesta e regime idrometrico per le sezioni considerate nello studio. (8/8) F231
F.25 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (1/8) F232
F.25 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (2/8) F233
F.25 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (3/8) F234
F.25 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (4/8) F235
F.25 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (5/8) F236
F.25 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (6/8) F237
F.25 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (7/8) F238
F.25 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (8/8) F239

F.26 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (1/8) F240
F.26 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (2/8) F241
F.26 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (3/8) F242
F.26 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (4/8) F243
F.26 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (5/8) F244
F.26 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (6/8) F245
F.26 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (7/8) F246
F.26 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni umettanti ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (8/8) F247
F.27 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (1/8) F248
F.27 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (2/8) F249
F.27 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (3/8) F250
F.27 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (4/8) F251
F.27 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (5/8) F252

F.27 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (6/8) F253
F.27 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (7/8) F254
F.27 Differenza tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (8/8) F255
F.28 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (1/8) F256
F.28 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (2/8) F257
F.28 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (3/8) F258
F.28 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (4/8) F259
F.28 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (5/8) F260
F.28 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (6/8) F261
F.28 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (7/8) F262
F.28 Diagramma polare dei massimi mensili, bimestrali, ..., semestrali delle differenze tra la curva di richiesta per irrigazioni a sommersione ed il regime idrometrico adimensionalizzati. (8/8) F263
F.29 Grafici diagnostici della regressione lineare 8.1 del deflusso medio per aggregazioni mensili critiche nel caso di irrigazione umettante (1 mese) (1/6). F264
F.29 Grafici diagnostici della regressione lineare 8.1 del deflusso medio per aggregazioni mensili critiche nel caso di irrigazione umettante (2 mesi) (2/6). F265

F.29 Grafici diagnostici della regressione lineare 8.1 del deflusso medio per aggregazioni mensili critiche nel caso di irrigazione umettante (3 mesi) (3/6). F266
F.29 Grafici diagnostici della regressione lineare 8.1 del deflusso medio per aggregazioni mensili critiche nel caso di irrigazione umettante (4 mesi) (4/6). F267
F.29 Grafici diagnostici della regressione lineare 8.1 del deflusso medio per aggregazioni mensili critiche nel caso di irrigazione umettante (5 mesi) (5/6). F268
F.29 Grafici diagnostici della regressione lineare 8.1 del deflusso medio per aggregazioni mensili critiche nel caso di irrigazione umettante (6 mesi) (6/6). F269
F.30 Rappresentazione "plotting position" delle serie dei deflussi critici appartenenti ai cluster individuati (irrigazione umettante). (1/6) F270
F.30 Rappresentazione "plotting position" delle serie dei deflussi critici appartenenti ai cluster individuati (irrigazione umettante). (2/6) F271
F.30 Rappresentazione "plotting position" delle serie dei deflussi critici appartenenti ai cluster individuati (irrigazione umettante). (3/6) F272
F.30 Rappresentazione "plotting position" delle serie dei deflussi critici appartenenti ai cluster individuati (irrigazione umettante). (4/6) F273
F.30 Rappresentazione "plotting position" delle serie dei deflussi critici appartenenti ai cluster individuati (irrigazione umettante). (5/6) F274
F.30 Rappresentazione "plotting position" delle serie dei deflussi critici appartenenti ai cluster individuati (irrigazione umettante). (6/6) F275
F.31 Grafici diagnostici della regressione lineare 8.6 del deflusso medio per aggregazioni mensili critiche nel caso di irrigazione a sommersione (1 mese) (1/6). F276
F.31 Grafici diagnostici della regressione lineare 8.6 del deflusso medio per aggregazioni mensili critiche nel caso di irrigazione a sommersione (2 mesi) (2/6). F277
F.31 Grafici diagnostici della regressione lineare 8.6 del deflusso medio per aggregazioni mensili critiche nel caso di irrigazione a sommersione (3 mesi) (3/6). F278
F.31 Grafici diagnostici della regressione lineare 8.6 del deflusso medio per aggregazioni mensili critiche nel caso di irrigazione a sommersione (4 mesi) (4/6). F279
F.31 Grafici diagnostici della regressione lineare 8.6 del deflusso medio per aggregazioni mensili critiche nel caso di irrigazione a sommersione (5 mesi) (5/6). F280
F.31 Grafici diagnostici della regressione lineare 8.6 del deflusso medio per aggregazioni mensili critiche nel caso di irrigazione a sommersione (6 mesi) (6/6). F281
F.32 Rappresentazione "plotting position" delle serie dei deflussi critici appartenenti ai cluster individuati (irrigazione a sommersione). (1/6) F282

F.32 Rappresentazione “plotting position” delle serie dei deflussi critici appartenenti ai cluster individuati (irrigazione a sommersione). (2/6) F283
F.32 Rappresentazione “plotting position” delle serie dei deflussi critici appartenenti ai cluster individuati (irrigazione a sommersione). (3/6) F284
F.32 Rappresentazione “plotting position” delle serie dei deflussi critici appartenenti ai cluster individuati (irrigazione a sommersione). (4/6) F285
F.32 Rappresentazione “plotting position” delle serie dei deflussi critici appartenenti ai cluster individuati (irrigazione a sommersione). (5/6) F286
F.32 Rappresentazione “plotting position” delle serie dei deflussi critici appartenenti ai cluster individuati (irrigazione a sommersione). (6/6) F287
F.33 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per colture umettanti: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall’analisi regionale (1/13). F290
F.33 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per colture umettanti: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall’analisi regionale (2/13). F291
F.33 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per colture umettanti: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall’analisi regionale (3/13). F292
F.33 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per colture umettanti: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall’analisi regionale (4/13). F293
F.33 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per colture umettanti: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall’analisi regionale (5/13). F294
F.33 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per colture umettanti: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall’analisi regionale (6/13). F295
F.33 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per colture umettanti: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall’analisi regionale (7/13). F296
F.33 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per colture umettanti: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall’analisi regionale (8/13). F297
F.33 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per colture umettanti: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall’analisi regionale (9/13). F298
F.33 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per colture umettanti: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall’analisi regionale (10/13). F299
F.33 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per colture umettanti: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall’analisi regionale (11/13). F300
F.33 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per colture umettanti: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall’analisi regionale (12/13). F301

F.33 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per colture umettanti: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall'analisi regionale (13/13). F302

F.34 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per irrigazione a sommersione: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall'analisi regionale (1/13). . . . F303

F.34 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per irrigazione a sommersione: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall'analisi regionale (2/13). . . . F304

F.34 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per irrigazione a sommersione: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall'analisi regionale (3/13). . . . F305

F.34 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per irrigazione a sommersione: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall'analisi regionale (4/13). . . . F306

F.34 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per irrigazione a sommersione: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall'analisi regionale (5/13). . . . F307

F.34 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per irrigazione a sommersione: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall'analisi regionale (6/13). . . . F308

F.34 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per irrigazione a sommersione: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall'analisi regionale (7/13). . . . F309

F.34 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per irrigazione a sommersione: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall'analisi regionale (8/13). . . . F310

F.34 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per irrigazione a sommersione: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall'analisi regionale (9/13). . . . F311

F.34 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per irrigazione a sommersione: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall'analisi regionale (10/13). . . . F312

F.34 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per irrigazione a sommersione: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall'analisi regionale (11/13). . . . F313

F.34 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per irrigazione a sommersione: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall'analisi regionale (12/13). . . . F314

F.34 Confronto tra curve di possibilità di regolazione adimensionali per irrigazione a sommersione: a) ottenute dai dati; b) ottenute dall'analisi regionale (13/13). . . . F315

F.35 Curve adimensionali di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto (1/3). F318

F.35 Curve adimensionali di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto (2/3). F319

F.35 Curve adimensionali di possibilità di regolazione per gli invasi in progetto (3/3). F320

F.36 Curve di possibilità di regolazione dell'invaso di Viù corrispondenti a tre tempi di ritorno (T = 5,10 e 100 anni) per 3 ipotesi di utilizzo: utilizzo irriguo, 50% irriguo e 50% costante, 30% irriguo e 70% costante. Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. F321

F.37 Curve di possibilità di regolazione dell'invaso di Stroppo corrispondenti a tre tempi di ritorno (T = 5,10 e 100 anni) per 3 ipotesi di utilizzo: utilizzo irriguo, 70% irriguo e 30% costante, 50% irriguo e 50% costante. Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. F322

F.38 Curve di possibilità di regolazione dell'invaso di Moiola corrispondenti a tre tempi di ritorno (T = 5,10 e 100 anni) per 3 ipotesi di utilizzo: utilizzo irriguo, 70% irriguo e 30% costante, 50% irriguo e 50% costante. Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. F323

F.39 Curve di possibilità di regolazione dell'invaso di Cravagliana corrispondenti a tre tempi di ritorno (T = 5,10 e 100 anni) per 3 ipotesi di utilizzo: utilizzo irriguo, 70% irriguo e 30% costante, 50% irriguo e 50% costante. Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. F324

F.40 Curve di possibilità di regolazione dell'invaso di Miste corrispondenti a tre tempi di ritorno (T = 5,10 e 100 anni) per 3 ipotesi di utilizzo: utilizzo irriguo, 70% irriguo e 30% costante, 50% irriguo e 50% costante. Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. F325

F.41 Curve di possibilità di regolazione dell'invaso di Ortiglieto corrispondenti a tre tempi di ritorno (T = 5,10 e 100 anni) per 3 ipotesi di utilizzo: utilizzo irriguo, 70% irriguo e 30% costante, 50% irriguo e 50% costante. Sono stati indicati i valori di erogazione annua corrispondente ai volumi di invaso ipotizzati, per i tre diversi tempi di ritorno. F326

Bibliografia

Ahmad, M., Sinclair, C., and Werritty, A. (1988). Log-logistic flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*, 98:215–224.

Albertson, J. and Montaldo, N. (2003). Temporal dynamics of soil moisture variability: 1. theoretical basis. *Water Resour. Res.*, 39(10):1274.

Albertson, M. and Simons, D. (1964). Fluid mechanics. In Chow, V., editor, *Handbook of Applied Hydrology*, pages 7.1–7.49. McGraw Hill Book Co., New York.

Allen, R., Pereira, L., Raes, D., and Smith, M. (1998). Crop evapotranspiration guidelines for computing crop water requirements. Technical Report 56, Food and Agriculture Organization of the United Nations, Roma.

Basson, M., Allen, R., Pegram, G., and van Rooyen, J. (1994). *Probabilistic management of water resource and hydropower systems*. Water Resources Publications.

Bocchiola, D., De Michele, C., and Rosso, R. (2003). Review of recent advances in index flood estimation. *Hydrology and Earth System Sciences*, 7(3):283–296.

Brath, A., Camorani, G., and Castellarin, A. (2004). Una tecnica di stima regionale della curva di durata delle portate in bacini non strumentati. In *XXIX Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, volume 2, pages 391–398, Trento. Università di Trento.

Burn, D. (1988). Delineation of groups for regional flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*, 104:345–361.

Burn, D. (1990). Evaluation of regional flood frequency analysis with a region of influence approach. *Water Resources Research*, 26(10):2257–2265.

Burn, D. and Goel, N. (2000). The formation of groups for regional flood frequency analysis. *Hydrological Sciences - Journal - des Sciences Hydrologiques*, 45(1):97–112.

Castellarin, A., Burn, D., and Brath, A. (2001). Assessing the effectiveness of hydrological similarity measures for flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*, 241:270–285.

Castelli, D. (2004). Interventi per il superamento delle crisi idriche ricorrenti, la valorizzazione e lo sviluppo dell'ambiente del comprensorio di bonifica. Technical report, Consorzio Overt Sesia-Baraggia, Vercelli.

Chang, M. (2003). *Forest and precipitation, in Forest hydrology : an introduction to water and forests*. CRC Press, Boca Raton.

Chow, V. (1954). The log-probability law and its engineering applications. In *ASCE*, 80, pages 536–1–536–25.

Chowdhury, J., Stedinger, J., and Lu, L. (1991). Goodness-of-fit tests for regional generalized extreme value flood distributions. *Water Resources Research*, 27:1765–1776.

Clapp, R. and Hornberger, G. (1978). Empirical equations for some soil hydraulic-properties. *Water Resources Research*, 14(4):601–604.

Claps, P., Fiorentino, M., and Silvagni, G. (1998). Studio per la valorizzazione e la salvaguardia delle risorse idriche in basilicata. valutazione delle risorse idriche e possibilità di regolazione dei deflussi. Technical report, Regione Basilicata.

Claps, P. and Mancino, L. (2002). Impiego di classificazioni climatiche quantitative nell'analisi regionale del deflusso annuo. In *XXVIII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, pages 169–178, Potenza. 16-19 settembre 2002.

Conover, W., Johnson, M., and Johnson, M. (1981). A comparative study for homogeneity of variances, with applications to the outer cantinental shelf bidding data. *Technometrics*, 23(4):351–361.

Cox, D. and Hinkley, D. (1974). *Theoretical statistics*. Chapman and Hall, London.

Cunnane, C. (1988). Methods and merits of regional flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*, 100:269–290.

D'Agostino, R. and Stephens, M., editors (1986). *Goodness-of-Fit Techniques*, chapter Tests based on EDF statistics. Marcel Dekker, New York.

Dalrymple, T. (1960). *Flood frequency analyses*, volume 1543-A of *Water Supply Paper*. U.S. Geological Survey, Reston, Va.

De Michele, C. and Rosso, R. (2002). A multi-level approach to flood frequency regionalization. *Hydrology and Earth System Sciences*, 6(2):185–194.

Deardorff, J. (1978). Efficient prediction of ground surface temperature and moisture, with inclusion of a layer of vegetation. *J. Geophys. Res.*, 82:1889–1903.

Dickinson, R. (1984). Climate processes and climate sensitivity. *Geophysical Monographs*, 29:58–72.

Durbin, J. and Knott, M. (1971). Components of cramér-von mises statistics. *London School of Economics and Political Science*, pages 290–307.

Eagleson, P. (1978). Climate, soil and vegetation, 5. a derived distribution of storm surface runoff. *Water Resour. Res.*, 14(5):740–748.

Eagleson, P. (1982). Ecological optimality in water limited na tural soil- vegetation system 1. theory and hypothesis. *Water Resour. Res.*, 18(2):325–340.

Fabbris, L. (1997). *Statistica multivariata: analisi esplorativa dei dati.* Serie di Matematica. McGraw-Hill Libri Italia srl, Milano.

Famiglietti, J. and Wood, E. (1994). Multi-scale modeling of spatially-variable water and energy balance processes. *Water Resour. Res.*, 30(11):3061–3078.

Farquharson, F., Green, C., Meigh, J., and Sutcliffe, J. (1987). Comparison of flood frequency curves for many different regions of the world. In Singh, V., editor, *Regional Flood Frequency Analysis*, pages 223–256, Louisiana State University, Baton Rouge, U.S.A. Proceedings of theInternational Symposium on Flood Frequency and Risk Analyses, 14-17 May 1986.

Ferraresi, M., Todini, E., and Franchini, M. (1988). Un metodo per la regionalizzazione dei deflussi medi. In *XXI Convegno di Idraulica*, L'Aquila.

Fill, H. and Stedinger, J. (1995). Homogeneity tests based upon gumbel distribution and a critical appraisal of darlymple's test. *Journal of Hydrology*, 166:81–105.

Fill, H. and Stedinger, J. (1998). Using regional regression within index flood procedures and an empirical bayesian estimator. *Journal of Hydrology*, 210(1-4):128–145.

Fiorentino, M., Gabriele, S., Rossi, F., and Versace, P. (1987). Hierarchical approach for regional flood frequency analysis. In Singh, V., editor, *Regional Flood Frequency Analysis*, pages 35–49. Reidel, D., Norwell, Mass.

Georgopoulos, P. G. and Seinfeld, J. H. (1982). Statistical distributions of air pollutant concentrations. *Environmental Science & Technology*, 16(7):401A–416A.

Greenwood, J., Landwehr, J., Matalas, N., and Wallis, J. (1979). Probability weighted moments: Definition and relation to parameters of several distributions expressable in inverse form. *Water Resources Research*, 15:1049–1054.

Gumbel, E. (1944). Ranges and midranges. *Annals of Mathematical Statistics*, 15:414–422.

Gumbel, E. (1958). *Statistics of Extremes*. Columbia University Press, New Jork.

Hall, M. and Minns, W. (1999). The classification of hydrologically homogeneous regions. *Hydrological Sciences - Journal - des Sciences Hydrologiques*, 44(5):693–704.

Hampel, F. R. (1974). The influence curve and its role in robust estimation. *J. Am. Stat. Ass.*, 69(346):383–393.

Harrison, M. and McCabe, B. (1979). A test for heteroscedasticity based on ordinary least squares residuals. *Journal of the American Statistical Association*, 74:494–499.

Hosking, J. and Wallis, J. (1993). Some statistics useful in regional frequency analysis. *Water Resources Research*, 29(2):271–281.

Hosking, J. and Wallis, J. (1997). *Regional Frequency Analysis: An Approach Based on L-Moments*. Cambridge University Press.

Hydrodata (1982). Studio e progettazione di massima delle sistemazioni idrauliche dell'asta principale del po, dalle sorgenti alla foce, finalizzate alla difesa ed alla conservazione del suolo ed alla utilizzazione delle risorse idriche. Technical report, Magistrato per il Po. Studio SIMPO.

Jenkinson, A. (1955). The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) value of meterological elements. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 81:158–171. Generalized Extreme Value distribution.

Johnson, N., Kotz, S., and Balakrishnan, N. (1994). *Continuous univariate distributions*, volume 1 of *Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics*. John Wiley and Sons Inc.

Johnson, N., Kotz, S., and Balakrishnan, N. (1995). *Continuous Univariate Distributions*. John Wiley and Sons, inc., International Edition.

Kirkby, M. (1975). Hydrograph modelling strategies. In R.F. Peel, M. C. and Haggett, P., editors, *Progress in Physical and Human Geography*, pages 69–90. Heinemann, London.

Kottegoda, N. and Rosso, R. (1998). *Statistics, probability, and reliability for civil and environmental engineers*. McGraw-Hill, International Edition.

Laio, F. (2004). Cramer-von mises and anderson-darling goodness of fit tests for extreme value distributions with unknown parameters. *Water Resources Research*, 40:W09308, doi:10.1029/2004WR003204.

Laio, F., Porporato, A., Ridolfi, L., and Rodriguez-Iturbe, I. (2001). Plants in water controlled ecosystems: Active role in hydrological processes and response to water stress, ii. probabilistic soil moisture dynamics. *Advances in Water Res.*, 24:707–723.

Larcher, W. (1975). *Physiological Plant Ecology*. Springer Verlag, New York.

Legendre, P. (2000). Comparison of permutation methods for the partial correlation and partial mantel tests. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 67:37–73.

Lettenmaier, D., Wallis, J., and Wood, E. (1987). Effect of regional heterogeneity on flood frequency estimation. *Water Resources Research*, 23(2):313–323.

Lu, L. and Stedinger, J. R. (1992). Sampling variance of normalized gev/pwm quantile estimators and a regional homogeneity test. *Journal of Hydrology*, 138(1/2):223–245.

Manfreda, S., Giordano, C., and Iacobellis, V. (2003). Stima dei deflussi di base mediante un filtro fisicamente basato. In *Giornata di Studio: Metodi Statistici e Matematici per l'Analisi delle Serie Idrologiche*, volume 1, pages 247–258. D. Piccolo and L. Ubertini, ISBN 88-88885-00-5.

Manfreda, S., Jacobellis, V., and Fiorentino, M. (2002). Un'analisi della variabilità delle aree contribuenti al deflusso di piena mediante modello idrologico distribuito. In *XXVIII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, volume 1, pages 360–372, Potenza. ISBN 88-7740-340-3, Editoriale Bios.

Manfreda, S., Jacobellis, V., and Fiorentino, M. (2004). Un esempio di modellistica integrata per l'analisi dei processi che controllano la frequenza delle piene fluviali. In *XXIX Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, volume 2, pages 463–470, Trento. ISBN 88-7740-382-9, Editoriale Bios.

Mantel, N. (1967). The detection of desease clustering and a generalized regression approach. *Cancer Res.*, 27:209–220.

Mantel, N. and Valand, R. (1970). A technique of nonparametric multivariate analysis. *Biometrics*, 26:547–558.

Merlo, C. (2004). L'irrigazione in piemonte all'alba del terzo millenio. Technical report, Facoltà di Agraria, Università degli Studi di Torino.

Miotto, F., Claps, P., and Laio, F. (2006a). Determinazione di un indice sintetico per la valutazione dell'effetto di laminazione. Technical report, Dipartimento di Idraulica, Trasporti e Infrastrutture Civili, Politecnico di Torino. Working Paper 2006-02 disponibile su `http://www2.polito.it/strutture/ditic/Ricerca/Working_papers`.

Miotto, F., Laio, F., and Claps, P. (2004). Sulla valutazione indiretta delle curve di riduzione dei colmi di piena. In *XXIX Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, volume 2, pages 471–479. 7-10 settembre 2004.

Miotto, F., Laio, F., and Claps, P. (2006b). Metodologie speditive per la valutazione dell'effetto di laminazione dei grandi invasi. In *XXX Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*. Roma, 11-16 Settembre 2006.

Moisello, U. (1999). *Idrologia Tecnica*. La Goliardica Pavese, Pavia.

Montgomery, D., Peck, E., and Vining, G. (2001). *Introduction to linear regression analysis*. Wiley, New York.

Nemani, R. and Running, S. (1996). Implementation of a hierarchical global vegetation classification in ecosystem function models. *Journal of Vegetation Science*, 7(3):337–346.

Oksanen, J., Kindt, R., and O'Hara, R. (2005). *vegan: Community Ecology Package*. R package version 1.6-10.

Pan, F., Peters-Lidard, C., and Sale, M. (2003). An analytical method for predicting surface soil moisture from rainfall observations. *Water Resour. Res.*, 39(11):1314.

Pickands, J. (1975). Statistical inference using extreme order statistics. *Annuals of Statistics*, 3:491–496.

Piga, E., Saba, A., Salis, F., and Sechi, G. M. (2000). Distribuzione probabilistica delle portate massime annue laminate da un invaso con sfioratore superficiale. In *XXVII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, volume 3, pages 85–92. Genova, 12-15 settembre 2000.

R Development Core Team (2006). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0.

Regione Piemonte (1980). Progetto per la pianificazione delle risorse idriche del territorio piemontese. Technical report, Assessorato alla tutela dell' ambiente, Sistemazione idrogeologica e forestale, Ecologia, Inquinamenti, Uso delle acque.

Regione Piemonte (1998). Precipitazioni e temperature. Technical report, Regione Piemonte. CD-ROM.

Regione Piemonte (2001). *Metodologia di verifica dei fabbisogni lordi nei comprensori irrigui della Regione Piemonte*, volume 22 of *Collana Ambiente*. Tipolito Subalpina, Torino.

Regione Piemonte (2004). Piano di tutela delle acque. Technical report, Direzione Pianificazione Risorse Idriche.

Rigon, R. (2002). The fluid turtle library. version 0.750. Technical report, Università di Trento, Dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale.

Rigon, R., Bertoldi, G., and Over, T. (2002). Geotop: un modello del ciclo idrologico. In *XXVIII Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, volume 1, pages 303–312, Potenza.

Robson, A. and Reed, D. (1999). Statistical procedures for flood frequency estimation. In *Flood Estimation Handbook*, volume 3. Institute of Hydrology Crowmarsh Gifford, Wallingford, Oxfordshire.

Rodriguez-Iturbe, I., Porporato, A., Laio, F., and Ridolfi, L. (2001). Plants in water controlled ecosystems: Active role in hydrological processes and response to water stress, i. scope and general outline. *Advances in Water Res.*, 24:695–705.

Rodriguez-Iturbe, I., Porporato, A., Ridolfi, L., Isham, V., and Cox, D. (1999). Probabilistic modeling of water balance at a point: The role of climate, soil and vegetation. In *Proceedings Royal Society*, number 455 in A, pages 3789–3805.

Rodríguez-Iturbe, I., Vogel, C., Rigon, R., Entekhabi, D., Castelli, F., and Rinaldo, A. (1995). On the spatial organization of soil moisture fields. *Geophysical Research Letters*, 22(20):2757–2760.

Rossi, F. and Villani, P. (1995). Valutazione delle piene in campania. Technical report, CNR-GNDCI e Dipartimento di Ingegneria Civile dell'Università di Salerno, Salerno.

Scarrott, R., Reed, D., and Bayliss, A. (1999). Indexing the attenuation effect attributable to reservoirs and lakes. In *Flood Estimation Handbook*, volume 5, pages 19–26. Institute of Hydrology Crowmarsh Gifford, Wallingford, Oxfordshire.

Scholz, F. and Stephens, M. (1987). K-sample anderson-darling tests. *Journal of American Statistical Association*, 82(399):918–924.

Shu, C. and Burn, D. (2004a). Artificial neural network ensembles and their application in pooled flood frequency analysis. *Water Resources Research*, 40:W09301, doi:10.1029/2003WR002816.

Shu, C. and Burn, D. (2004b). Homogeneous pooling group delineation for flood frequency analysis using a fuzzy expert system with genetic enhancement. *Journal of Hydrology*, 291:132–149.

Sivapalan, M., Takeuchi, K., Franks, S., Gupta, V., Karambiri, H., Lakshmi, V., Liang, X., McDonnell, J., Mendiondo, E., O'Connell, P., Oki, T., Pomeroy, J., Schertzer, D., Uhlenbrook, S., and Zehe, E. (2003). IAHS decade on predictions in ungauged basins (pub), 2003-2012: Shaping an exciting future for the hydrological sciences. *Hydrological Sciences - Journal - des Sciences Hydrologiques*, 48(6):857–880.

Smouse, P. E., Long, J. C., and Sokal, R. R. (1986). Multiple regression and correlation extensions of the mantel test of matrix correspondence. *Systematic Zoology*, 35(4):627–632.

Stedinger, J. and Lu, L. (1995). Appraisal of regional and index flood quantile estimators. *Stochastic Hydrology and Hydraulics*, 9(1):49–75.

Sveinsson, G., Boes, D., and Salas, J. (2001). Population index flood method for regional frequency analysis. *Water Resources Research*, 37(11):2733–2748.

Viglione, A. (2003). Determinazione automatica di parametri morfometrici dei bacini idrografici. Technical report, Dipartimento di Idraulica, Trasporti e Infrastrutture Civili, Politecnico di Torino. Working Paper 2003-01, disponibile su `http://www2.polito.it/strutture/ditic/Ricerca/Working_papers`.

Viglione, A. (2004). Stima dell'evapotraspirazione media mensile sul territorio piemontese. Technical report, Dipartimento di Idraulica, Trasporti e Infrastrutture Civili, Politecnico di Torino. Working Paper 2004-01 disponibile su `http://www2.polito.it/strutture/ditic/Ricerca/Working_papers`.

Viglione, A. (2006). *homtest: Homogeneity tests for Regional Frequency Analysis*. R package version 0.1-4.

Viglione, A., Claps, P., and Laio, F. (2006a). Utilizzo di criteri di prossimità nell'analisi regionale del deflusso annuo. In *XXX Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*. Roma, 11-16 Settembre 2006.

Viglione, A., Claps, P., and Laio, F. (2007). Mean annual runoff estimation in north-western italy. In La Loggia, G., editor, *Water resources assessment and management under water scarcity scenarios*. CDSU, Milano. In press.

Viglione, A., Laio, F., and Claps, P. (2006b). A comparison of homogeneity tests for regional frequency analysis. In revisione.

Villani, P., editor (2003). *Relazione delle attività del CUGRI fino al 2001*, chapter Rapporto sulla valutazione delle piene in Piemonte, pages 89–118. Ed. del Paguro, Fisciano.

Vogel, R. and Wilson, I. (1996). Probability distribution of annual maximum, mean, and minimum streamflows in the united states. *Journal of Hydrologic Engineering*, 1(2):69–76.

Ward, J. (1963). Hierarchical grouping to optimize an objective function. *Journal of the American Statistical Association*, 58:236–244.

Western, A., Blöschl, G., and Grayson, R. (1998). Geostatistical characterisation of soil moisture patterns in the tarrawarra catchment. *Journal of Hydrology*, 205.

Wiltshire, S. (1986a). Identification of homogeneous regions for flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*, 84:287–302.

Wiltshire, S. (1986b). Regional flood frequency analysis i: Homogeneity statistics. *Hydrological Sciences - Journal - des Sciences Hydrologiques*, 31:321–333.

Wiltshire, S. (1986c). Regional flood frequency analysis ii: Multivariate classification of drainage basins in britain. *Hydrological Sciences - Journal - des Sciences Hydrologiques*, 31:335–346.

Wösten, J., Lilly, A., Nemes, A., and Le Bas, C. (1999). Development and use of a database of hydraulic properties of european soils. *Geoderma*, 90:169–185.

Yoo, C., Valdés, J., and North, G. (1998). Evaluation of the impact of rainfall on soil moisture variability. *Advances in Water Resources*, 21(5):375–384.

Appendici

Appendice A

Breve introduzione alla regressione lineare

L'analisi regressiva è una tecnica statistica per investigare e modellare la relazione esistente tra variabili. Nel proseguo di questo capitolo verranno analizzati il caso della regressione lineare semplice, utile per comprendere il metodo, quello più generale, e utilizzato in questo studio, della regressione lineare multipla e alcuni pratici metodi grafici per la verifica di adeguatezza del modello. Si sono riportati solamente i punti fondamentali della tecnica in modo da permettere la comprensione di quanto applicato in questo lavoro; per approfondimenti sulla materia si rimanda ai numerosi testi pubblicati (ad esempio Montgomery et al. (2001)).

A.1 Regressione lineare semplice

Supponiamo di voler trovare una relazione $y = f(x)$ tra due grandezze x e y in base alla conoscenza di esse in un numero finito di casi (i punti di Figura A.1). Solitamente non conosciamo la forma di $f()$, quindi, per semplicità, supponiamo che sia di tipo lineare ($y = \beta_0 + \beta_1 x$). Il modello di regressione lineare semplice è quello in cui vi è una sola variabile esplicativa x legata alla variabile dipendente y da una relazione che, geometricamente, è una linea retta. Il modello viene solitamente espresso come:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \ , \tag{A.1}$$

dove l'intercetta β_0 e la pendenza β_1 sono costanti incognite (i parametri, o coefficienti, della regressione) e ε è la componente di errore casuale. Su quest'ultima vengono fatte alcune ipotesi: ovvero che il suo valore atteso sia nullo ($E(\varepsilon) = 0$) e che i valori che assume siano incorrelati tra di loro.

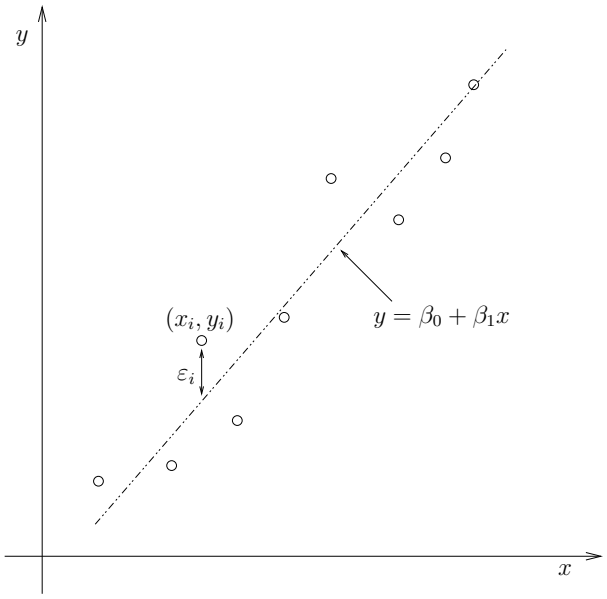


Figura A.1: Esempio di modello lineare semplice.

A.1.1 Stima dei coefficienti con il metodo dei Minimi Quadrati Ordinari

Se si suppone di avere n osservazioni indipendenti della coppia (x, y), il metodo fornisce una stima dei parametri β_0 e β_1 in modo che la somma dei quadrati delle differenze tra le n osservazioni y_i e la linea retta sia minima. In pratica si vuole minimizzare la funzione:

$$S(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \ . \tag{A.2}$$

Cercando gli zeri delle derivate della funzione S rispetto ai due coefficienti, si ottiene, dopo alcuni semplici passaggi:

$$\begin{cases} \hat{\beta}_0 &= \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \\ \hat{\beta}_1 &= S_{xy}/S_{xx} \end{cases} \tag{A.3}$$

dove:

$$\begin{cases} \bar{x} &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad ; \quad S_{xx} &= \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \\ \bar{y} &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \quad ; \quad S_{xy} &= \sum_{i=1}^{n} y_i(x_i - \bar{x}) \end{cases} \tag{A.4}$$

sono, rispettivamente, le medie aritmetiche di x_i e di y_i, la somma corretta con la media dei quadrati degli x_i e la somma corretta dei prodotti incrociati tra x_i e y_i. Il metodo di stima A.3 è noto come metodo dei Minimi Quadrati Ordinari (OLS).

Le stime della variabile dipendente sono quindi:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i \ , \tag{A.5}$$

ed i residui, che investono un ruolo importante nel determinare l'adeguatezza del modello regressivo:

$$\hat{\varepsilon}_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i) \ , \quad i = 1, 2, ..., n \ . \tag{A.6}$$

Nel caso in cui si utilizzi il modello A.3 per la stima dei coefficienti della regressione, oltre alle ipotesi già citate sulla componente ε di errore casuale, occorre che valga l'ulteriore ipotesi di "omoschedasticità", ovvero che la sua varianza sia costante ($\text{var}(\varepsilon) = \sigma^2 = \text{cost}$). Se valgono tutte queste ipotesi il metodo dei Minimi Quadrati Ordinari fornisce la migliore stima lineare indistorta dei parametri (che vengono detti stimatori BLUE, Best Linear Unbiased Estimators).

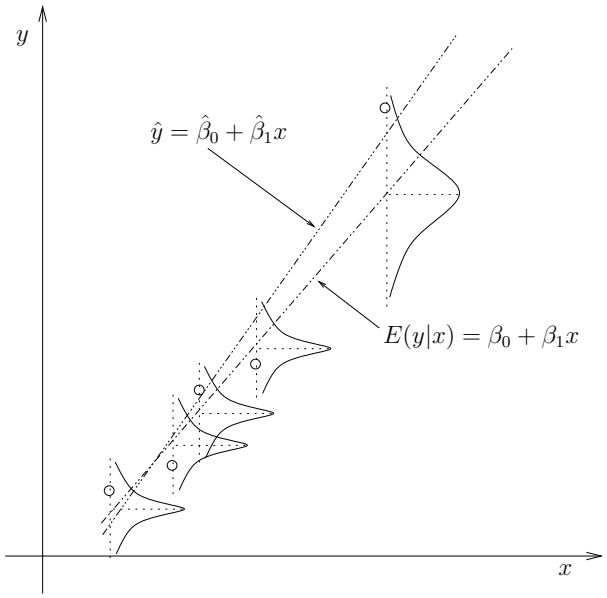


Figura A.2: Caso di eteroschedasticità.

L'importanza dell'ipotesi di omoschedasticità è ben spiegata con l'esempio di Figura A.2. Nel caso rappresentato i punti (x_i, y_i) in basso a sinistra si conoscono con un grado di accuratezza superiore al punto in alto a destra (le curve a campana rappresentano la distribuzione di probabilità delle y_i). Se utilizziamo uno stimatore dei coefficienti β_0 e β_1 come il metodo dei Minimi Quadrati Ordinari, che non tiene conto dell'eteroschedasticità del campione, rischiamo di stimare un modello $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$ distorto (alquanto diverso da quello indistorto $E(y|x) = \beta_0 + \beta_1 x$ come si può vedere in Figura A.2).

A.1.2 Coefficiente di determinazione

Dall'analisi della varianza della regressione si ottiene l'identità:

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y})^2 \ , \tag{A.7}$$

dove il termine a sinistra è la somma corretta con la media dei quadrati delle osservazioni, SS_T, e misura la variabilità totale delle osservazioni, mentre i due termini a destra misurano, rispettivamente, la variabilità delle osservazioni y_i ritrovata nella regressione (SS_R) e la variabilità residua inspiegata (SS_{Res}).

Il coefficiente di determinazione è la quantità:

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} = 1 - \frac{SS_{Res}}{SS_T}, \tag{A.8}$$

che rappresenta la proporzione di variazione spiegata dalla variabile esplicativa x. Il valore di R^2 è minore o uguale a 1 e, più la variabilità di y è spiegata dal modello di regressione, più tale valore è elevato.

A.1.3 Test di significatività della variabile esplicativa

Si voglia testare se il parametro "di pendenza" della retta regressiva β_1 è uguale ad una costante β^*. La "null hypothesis" e l'ipotesi alternativa siano, rispettivamente $H_0 : \beta_1 = \beta^*$ e $H_1 : \beta_1 \neq \beta^*$ e gli errori siano indipendenti e distribuiti con distribuzione normale $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ (da ciò consegue che i valori osservati della variabile risposta siano indipendenti e distribuiti come $y_i \sim N(\beta_0 + \beta_1 x_i, \sigma^2)$).

Lo stimatore del parametro β_1, calcolato col metodo dei minimi quadrati, è lineare nei confronti dei valori y_i (Equazione A.3) e (si può dimostrare) distribuito come $\hat{\beta}_1 \sim N(\beta_1, \sigma^2/S_{xx})$, dove S_{xx} è la sommatoria dei quadrati delle differenze rispetto alla media espresso nell'Equazione A.4. Quindi, in caso di validità della "null hypothesis" H_0:

$$Z = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta^*}{\sigma/\sqrt{S_{xx}}} \sim N(0,1) \ , \tag{A.9}$$

ovvero Z sarebbe distribuita come una normale standard.

Se conoscessimo σ^2 potremmo usare Z per testare H_0, ma, tipicamente, la varianza dell'errore non è nota. Si può però dimostrare che:

$$\frac{(n-2)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-2} \ , \tag{A.10}$$

che è una distribuzione chi-quadro con $n-2$ gradi di libertà, e che le stime di σ^2 e β_1 sono indipendenti. In considerazione delle proprietà della distribuzione t di Student, si può dire che:

$$T = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta^*}{\hat{\sigma}/\sqrt{S_{xx}}} \sim t_{n-2} \ . \tag{A.11}$$

ovvero che la statistica T è distribuita come una t di Student con $n-2$ gradi di libertà.

La A.11 diventa la statistica test da utilizzarsi. Nel caso in cui si voglia testare la significatività del parametro β_1, si pone β^* uguale a zero, si calcola T e si va a vedere (ad esempio utilizzando le tabelle riportate su Kottegoda and Rosso (1998)) quanto vale la corrispondente t. Se $T < t$, il parametro non è distinguibile da zero e la variabile esplicativa non deve essere utilizzata nella regressione poiché non è significativamente legata alla variabile dipendente. Perché il test A.11 possa essere usato, occorrerebbe a rigore che gli errori del modello regressivo fossero distribuiti normalmente; nella pratica si è riscontrato che per deboli "non-normalità" il test risulta essere comunque significativo.

A.1.4 Intervalli di confidenza della media della stima

Si voglia stimare la risposta media $E(y)$ per un particolare valore della variabile esplicativa x_0:

$$\hat{E}(y|x_0) = \hat{\mu}_{y|x_0} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0 \ . \tag{A.12}$$

Per ottenere l'intervallo di confidenza del $100(1-\alpha)$ percento di $E(y|x_0)$, si noti che la A.12 è distribuita normalmente in quanto combinazione lineare delle osservazioni y_i. Si dimostra che:

$$\mathrm{var}(\hat{\mu}_{y|x_0}) = (...) = \sigma^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right] \ , \tag{A.13}$$

per cui, per le proprietà della distribuzione t di Student:

$$\begin{cases} E(y|x_0) & \geq & \hat{\mu}_{y|x_0} - t_{\alpha/2,n-2} \sqrt{\hat{\sigma}^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0-\bar{x})^2}{S_{xx}} \right)} \\ E(y|x_0) & \leq & \hat{\mu}_{y|x_0} + t_{\alpha/2,n-2} \sqrt{\hat{\sigma}^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0-\bar{x})^2}{S_{xx}} \right)} \end{cases} \tag{A.14}$$

Un esempio di intervalli di confidenza della stima della media è riportato in Figura A.3.

A.1.5 Intervalli di predizione di osservazioni

Se si vuole fare una predizione della variabile dipendente per un determinato valore di quella esplicativa:

$$\hat{y}_0 = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0 \ . \tag{A.15}$$

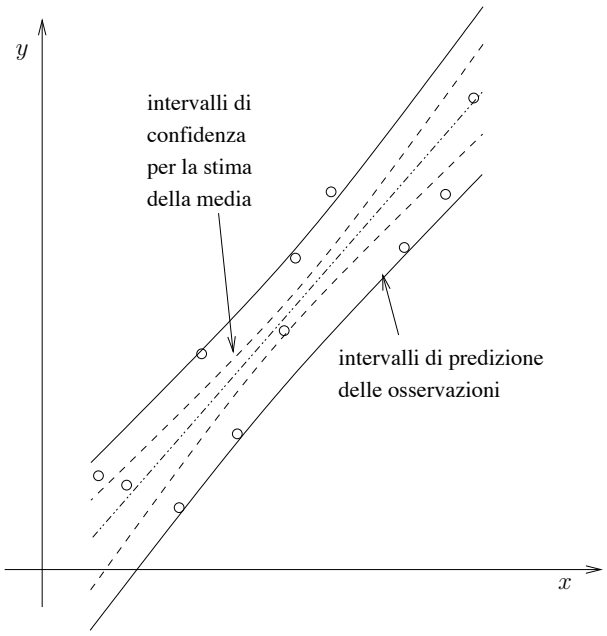


Figura A.3: Intervalli (al 95% di significatività) di confidenza per la stima della media $E(y|x_0)$ e di predizione per nuove osservazioni y_0.

l'intervallo di confidenza della risposta media $E(y|x0)$, ovviamente, non è appropriato. Poiché la varianza della variabile aleatoria $\psi = y_0 - \hat{y}_0$ vale:

$$\text{var}(\psi) = \text{var}(y_0 - \hat{y}_0) = \sigma^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}\right] , \tag{A.16}$$

se si usa $\hat{y}_0$ per predire y_0, l'errore quadratico di ψ è una statistica appropriata sulla quale basare l'intervallo di predizione. L'intervallo di predizione del $100(1-\alpha)$ percento su una predizione nella variabile esplicativa x_0 è:

$$\begin{cases} y_0 & \geq & \hat{y}_0 - t_{\alpha/2,n-2}\sqrt{\hat{\sigma}^2\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0-\bar{x})^2}{S_{xx}}\right)} \\ y_0 & \leq & \hat{y}_0 + t_{\alpha/2,n-2}\sqrt{\hat{\sigma}^2\left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0-\bar{x})^2}{S_{xx}}\right)} \end{cases} \tag{A.17}$$

Un esempio di intervalli di predizione di nuove osservazioni è riportato in Figura A.3.

A.2 Regressione lineare multipla

Qualora la variabile dipendente y è messa in relazione con più di una variabile esplicativa, il modello regressivo così costruito si dice di regressione lineare multipla ed è del tipo:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x_2 + ... + \beta_{p-1} x_{p-1} + \varepsilon , \tag{A.18}$$

dove x_i è una delle $p-1$ variabili esplicative, i β_i sono i p parametri o coefficienti della regressione ed ε è il termine di errore che è supposto essere distribuito indipendentemente ed identicamente con media 0 e varianza σ^2.

Nel trattare i modelli di regressione multipla è più conveniente esprimere le equazioni in notazione matriciale, per cui la A.18 diventa:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \ , \tag{A.19}$$

dove

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \ , \ \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1,p-1} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2,p-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{n,p-1} \end{bmatrix} \ , \ \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{p-1} \end{bmatrix} \ , \ \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \ .$$

A.2.1 Stima dei coefficienti con il metodo dei minimi quadrati ordinari

Avendo a disposizione n osservazioni (con n maggiore del numero di parametri p da stimare), ed indicando con y_i la i-esima osservazione della variabile dipendente e con x_{ij} la i-esima osservazione della j-esima variabile esplicativa, come per l'Equazione A.2 della regressione lineare semplice, il metodo dei minimi quadrati consiste nel minimizzare:

$$S(\beta_0, \beta_1, ..., \beta_{p-1}) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \beta_0 - \sum_{j=1}^{p-1} \beta_j x_{ij})^2 \ . \tag{A.20}$$

Se ragioniamo in termini matriciali, si dimostra che lo stimatore di $\boldsymbol{\beta}$ col metodo dei minimi quadrati ordinari è:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{y} \ , \tag{A.21}$$

se esiste la matrice inversa $(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$ ovvero se le variabili esplicative sono linearmente indipendenti tra di loro.

Il vettore delle stime della regressione è:

$$\hat{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{y} \ , \tag{A.22}$$

e quello dei residui è:

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{y} - \hat{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} \ . \tag{A.23}$$

A.2.2 Coefficiente di determinazione

L'identità $SS_T = SS_R + SS_{Res}$, usando la notazione matriciale, va scritta come:

$$\left[\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{y} - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right] = \left[\hat{\boldsymbol{\beta}}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{y} - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right] + \left[\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{y} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^T\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{y}\right], \tag{A.24}$$

ed il coefficiente di determinazione rimane scritto come nella A.8.

Se si vogliono confrontare modelli regressivi con un numero diverso di variabili esplicative, il coefficiente di determinazione R^2 non deve essere utilizzato in quanto il suo valore aumenta sempre quando si aggiunge una variabile esplicativa. Al suo posto si utilizza li coefficiente di determinazione "aggiustato":

$$R^2_{adj} = 1 - \frac{SS_{Res}/(n-p)}{SS_T/(n-1)}. \tag{A.25}$$

Poiché $SS_{Res}/(n-p)$ è la media quadratica dei residui e $SS_T/(n-1)$ è costante a prescindere dalle variabili considerate nel modello, R^2_{adj} cresce solamente, qualora si aggiunga una variabile esplicativa, se la media quadratica dei residui si riduce. Per questo motivo R^2_{adj} è utile per evitare di aggiungere al modello termini non necessari.

A.2.3 Test di significatività delle variabili esplicative

Si utilizza un procedimento simile a quello di Paragrafo A.1.3 per valutare la significatività di ognuno dei parametri della regressione. In questo modo si possono eliminare una o più delle variabili esplicative scelte se queste non danno un contributo significativo alla somma dei quadrati della regressione. Come nel caso precedente si dimostra che:

$$T = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_i^*}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 c'_{ii}}} \sim t_{n-p}\ , \tag{A.26}$$

dove c'_{ii} con $i = 1, ..., p-1$ sono gli elementi della diagonale della matrice $(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$. Il test A.26 è da considerarsi solo come test parziale sul parametro in analisi poiché la stima di questo dipende da tutte le variabili esplicative usate nel modello.

A.2.4 Intervalli di confidenza della media della stima

Definendo il vettore delle variabili esplicative:

$$\boldsymbol{x_0} = [1, x_{01}, x_{02}, ..., x_{0,p-1}]\ , \tag{A.27}$$

poiché, analogamente alla A.12, $\hat{E}(y|\boldsymbol{x_0}) = \boldsymbol{x_0}\hat{\boldsymbol{\beta}}$ e, analogamente alla A.13, $\text{var}(\hat{E}(y|\boldsymbol{x_0})) = \sigma^2\boldsymbol{x_0}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{x_0}^T$, l'intervallo di confidenza del $100(1-\alpha)$ percento di $E(y|\boldsymbol{x_0})$, vale:

$$\text{(A.28)} \qquad \begin{cases} E(y|\boldsymbol{x_0}) & \geq & \hat{E}(y|\boldsymbol{x_0}) - t_{\alpha/2,n-p}\sqrt{\hat{\sigma}^2\boldsymbol{x_0}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{x_0}^T} \\ E(y|\boldsymbol{x_0}) & \leq & \hat{E}(y|\boldsymbol{x_0}) + t_{\alpha/2,n-p}\sqrt{\hat{\sigma}^2\boldsymbol{x_0}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{x_0}^T} \end{cases} .$$

A.2.5 Intervalli di predizione di osservazioni

Allo stesso modo dell'Equazione A.17, l'intervallo di predizione del $100(1-\alpha)$ percento su una predizione $\hat{y}_0 = \boldsymbol{x_0}\hat{\boldsymbol{\beta}}$ nella variabile esplicativa $\boldsymbol{x_0}$ è:

$$\text{(A.29)} \qquad \begin{cases} y_0 & \geq & \hat{y}_0 - t_{\alpha/2,n-p}\sqrt{\hat{\sigma}^2(1+\boldsymbol{x_0}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{x_0}^T)} \\ y_0 & \leq & \hat{y}_0 + t_{\alpha/2,n-p}\sqrt{\hat{\sigma}^2(1+\boldsymbol{x_0}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{x_0}^T)} \end{cases} .$$

A.3 Adeguatezza del modello

Le principali assunzioni che sono state fatte fin qui nello studio delle regressioni lineari sono:

- la relazione tra la variabile dipendente y e le variabili esplicative è di tipo lineare, almeno approssimativamente;
- la media del termine di errore ε è nulla (il modello è indistorto);
- il termine di errore ε ha varianza costante σ^2;
- gli errori sono incorrelati;
- gli errori sono distribuiti normalmente;

dove l'ultima assunzione è necessaria per la validità del test di significatività e degli intervalli di confidenza e di predizione. La validità di queste ipotesi può essere messa in discussione e una loro violazione grossolana può portare alla messa a punto di un modello "instabile", nel senso che un altro campione di coppie (x, y) potrebbe portare ad un modello e a conclusioni completamente differenti. La violazione delle assunzioni elencate sopra non può essere valutata da statistiche "globali" quali R^2 e la t di Student. In questo paragrafo vengono presentati alcuni metodi grafici che possono aiutare a rilevare incongruenze con le assunzioni fatte.

Il diagramma diagnostico più immediato è quello tra variabile dipendente y e variabile esplicativa x di Figura A.1 che permette di interpretare immediatamente la bontà del modello. Nel caso delle regressioni multiple, non potendo ricorrere alla rappresentazione nello spazio multidimensionale, si utilizza il diagramma tra y e la stima $\hat{y}$ che ne dà il modello come in Figura A.4.

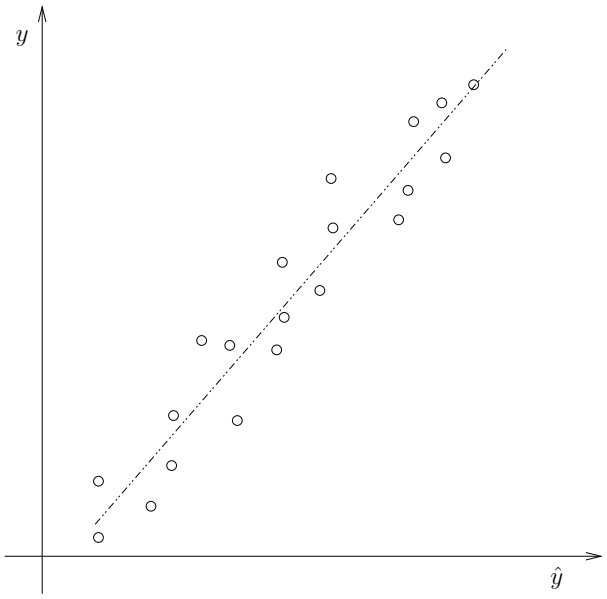


Figura A.4: Esempio di diagramma diagnostico $\hat{y} - y$.

L'analisi grafica dei residui $\hat{\varepsilon}_i$ della regressione nei confronti dei valori stimati $\hat{y}_i$ può essere molto utile al riconoscimento di alcuni tipi comuni di inadeguatezza del modello. I residui devono essere rappresentati con i valori stimati $\hat{y}_i$ e non con quelli misurati y_i perché normalmente $\hat{\varepsilon}_i$ e y_i sono correlati tra loro. Se la rappresentazione assomoglia al grafico (a) di Figura A.5, non ci sono difetti evidenti nel modello. I casi (b) e (c), invece, fanno pensare ad una possibile eteroschedasticità dei residui (che, nel caso (b), sembrano avere varianza proporzionale a y). In questo caso si dovrebbe valutare in maniera più oggettiva il problema utilizzando, ad esempio, un test di omoschedasticità come quello di Harrison-McCabe (1979). Nel caso in cui l'eteroschedasticità venisse confermata, si dovrebbe ricorrere al metodo dei Minimi Quadrati Pesati (WLS) oppure ad un'opportuna trasformazione della variabile risposta, o dei regressori, o di entrambi. Se, oltre al problema dell'eteroschedasticità, le ossevazioni delle coppie (x, y) fossero correlate tra di loro, il metodo che occorrerebbe usare è quello dei Minimi Quadrati Generalizzati (GLS). Una configurazione curva come quella del caso (d) è indice, invece, di non-linearità. Questo può significare che il modello ha bisogno di altre variabili esplicative oppure che si deve ricorrere a un modello non-lineare.

Questi grafici permettono quindi di valutare possibili deviazioni da tutte le assunzioni fatte eccetto quella di normalità per la quale si può ricorrere alla rappresentazione in "carta probabilistica normale". Senza entrare nei particolari, questa è un grafico costruito in modo che la funzione dei probabilità cumulata di Gauss (la normale) viene rappresentata su di esso come una

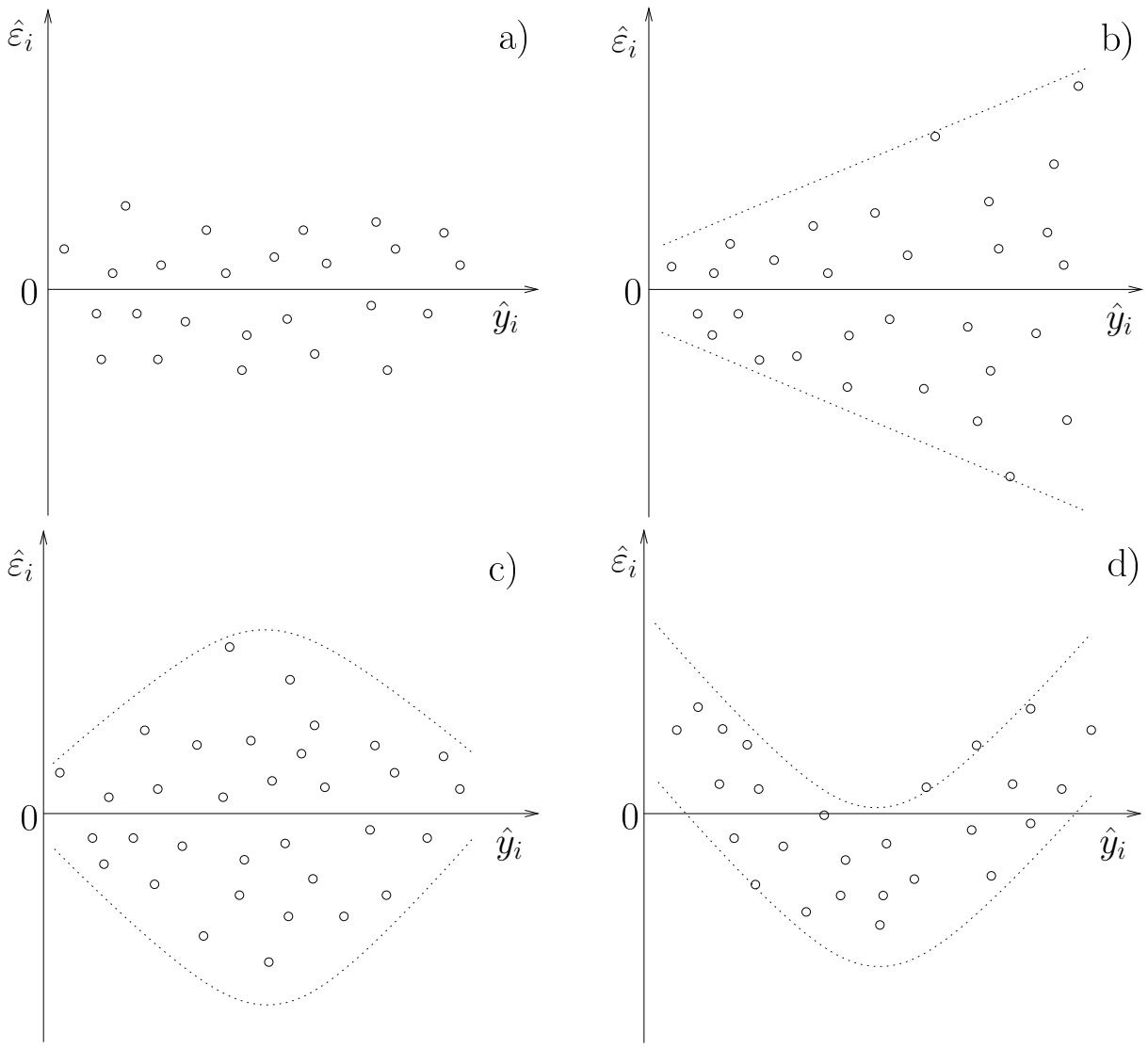


Figura A.5: Grafici dei residui nei confronti delle stime della regressione. Si sono esemplificate 4 situazioni differenti: a) situazione soddisfacente; b) e c) possibile eteroschedasticità dei residui; d) nonlinearità.

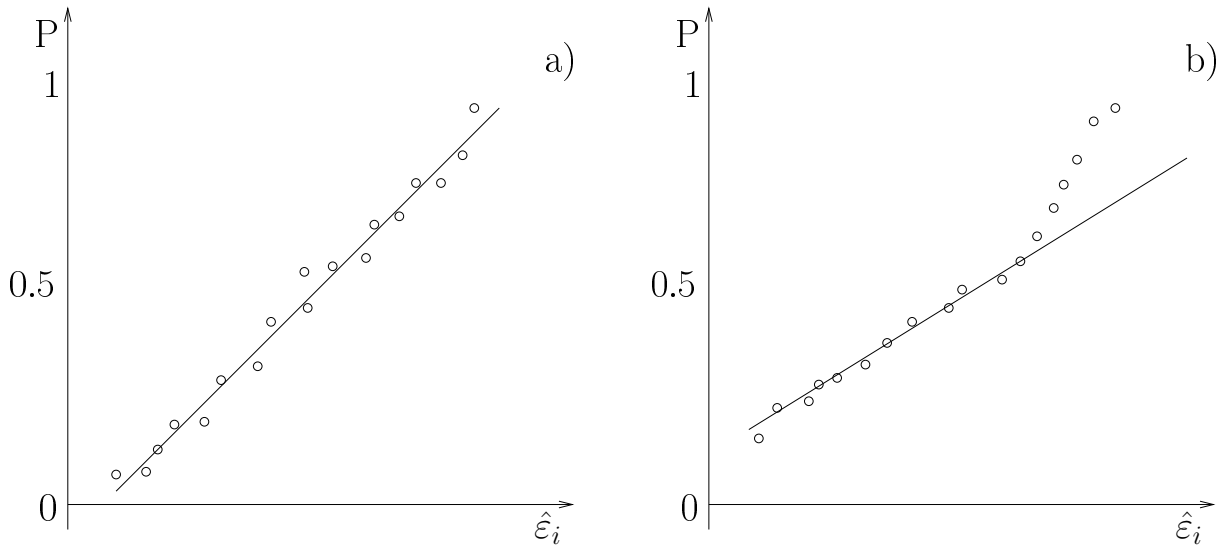


Figura A.6: Grafici dei residui in carta probabilistica normale. Si sono esemplificate 2 situazioni differenti: a) situazione di normalità; b) non-normalità perché il campione è caratterizzato da asimmetria positiva.

linea retta. Se $\hat{\varepsilon}_{[1]}, \hat{\varepsilon}_{[2]}, ..., \hat{\varepsilon}_{[n]}$ sono i residui ordinati in senso crescente, la loro rappresentazione nei confronti della probabilità cumulata $P_i = (i - 1/2)/n$, $i = 1, 2, ..., n$, in carta probabilistica normale dovrebbe stare approssimativamente su una linea retta (grafico (a) di Figura A.6). Il grafico (b) di Figura A.6, al contrario, presenta uno scostamento dalla normale dovuto ad asimmetria positiva.

Appendice B

Breve introduzione alla cluster analysis

Una possibile definizione di "cluster analysis" o "analisi dei gruppi" può essere la seguente: dato un certo numero di oggetti caratterizzati ognuno da un insieme di grandezze definite numericamente, con le tecniche di cluster analysis si determina una classificazione che permette di raggruppare gli oggetti in classi all'interno delle quali essi siano "simili" secondo un dato criterio e siano diversi da quelli appartenenti alle altre classi. L'assegnazione di entità multivariate a poche categorie (classi, gruppi) non definite a priori è l'obbiettivo delle tecniche di cluster analysis

In questo capitolo si vuole spiegare brevemente l'algoritmo utilizzato per la formazione dei gruppi omogenei di Paragrafo 3.1.

B.1 Considerazioni teoriche

Per svolgere un'analisi di raggruppamento, si devono prendere varie decisioni:

- **Identificare le variabili di classificazione**. I dati su cui la cluster analysis è basata è l'insieme di N entità per le quali sono conosciute, o sono state misurate, p variabili. La scelta iniziale delle variabili da considerare nell'analisi è di fondamentale importanza in quanto la suddivisione terrà in conto solo quelle. La prima domanda a cui occorre rispondere è se la variabili scelte sono corrette nel senso che sono rilevanti al tipo di classificazione che si vuole effettuare. Ad esempio, se si vogliono classificare N persone secondo la loro condizione sociale, variabili come altezza, peso o colore dei capelli non dovrebbero essere rilevanti quanto il reddito o il tipo di lavoro. Di conseguenza bisogna avere chiaro in mente che la scelta iniziale delle variabili costituisce già una classificazione "soggettiva" delle entità.

Una seconda domanda che ci si può porre è relativa a quante variabili prendere in considerazione. Anche in questo caso la scelta è soggettiva.

Infine ci si deve chiedere se i dati devono essere standardizzati in qualche modo. Ad esempio un campione di dati può contenere il peso in chilogrammi e il numero di figli, per cui, chiaramente, non avrebbe molto senso trattare tali variabili come se fossero equivalenti. In molti casi viene suggerita la standardizzazione dei dati a media 0 e varianza 1.

- **Selezione della misura di prossimità tra unità**. La maggior parte delle tecniche di raggruppamento iniziano del calcolo di una matrice di similarità o di distanza tra le entità, e possono essere pensate come tentativi di riassumere in maniera sintetica e facilmente comprensibile l'informazione sulle relazioni tra le entità che questa matrice contiene. Naturalmente il risultato della cluster analysis è imprescindibile dalla significatività della matrice di similarità o di distanza scelta.

- **Selezione della tecnica di raggruppamento delle entità**. Tali tecniche si possono suddividere in due grandi categorie, secondo che i gruppi, che rappresentano l'esito dell'analisi, siano o no gerarchizzabili. In un'*analisi gerarchica* ogni classe fa parte di una classe più ampia, la quale è contenuta a sua volta in una classe di ampiezza superiore, e così in progressione fino alla classe che contiene l'intero insieme delle entità analizzate. *Non gerarchiche* sono le tecniche che generano gruppi non gerarchizzabili. Per questo si deve decidere a priori il numero di gruppi, oppure si deve eseguire l'analisi in modo da ottenere soluzioni per un numero di gruppi variabile.

  Le tecniche gerarchiche si dividono ancora in *agglomerative* e *divisive* o *scissorie*. Le prime procedono a una successione di fusioni delle N unità, a partire dalla situazione di base nella quale ognuna costituisce un gruppo a sé stante e fino allo stadio $N-1$ nel quale si forma un gruppo che le comprende tutte. Le seconde, in $N-1$ passi, procedono con la ripartizione in gruppi che sono, a ogni passo dell'analisi, sottoinsiemi di un gruppo formato allo stadio precedente, e che termina con la situazione in cui ogni gruppo è composto da un'unità.

  Tra le tecniche non gerarchiche le più note sono le cosiddette *tecniche di ottimizzazione* in cui i gruppi sono formati attraverso l'ottimizzazione di un "criterio di raggruppamento" definito a priori.

- **Identificazione del numero di gruppi in cui ripartire le entità**. Questo problema è fortemente legato al campo in cui l'analisi di raggruppamento si sta conducendo.

B.2 Applicazione

Si vogliono qui chiarire alcuni passaggi dell'applicazione della cluster analysis all'identificazione delle regioni omogenee discussa nei Capitoli 6 e 8.

B.2.1 Selezione della misura di prossimità tra unità

Per definire la relazione tra i 38 bacini si è utilizzata la matrice di distanze euclidee. Si dice *distanza* o *metrica* una misura tra entità caratterizzata dalle seguenti proprietà:

- la distanza d_{ii} tra un'entità e se stessa è nulla: $d_{ii} = 0$ per $i = 1, ..., N$;
- la distanza tra due entità qualsiasi i e j è non negativa: $d_{ij} \geq 0$ per $i, j = 1, ..., N$;
- la distanza tra due entità è la stessa se si misura da i a j oppure da j a i (simmetria): $d_{ij} = d_{ji}$;
- la distanza tra due entità è non superiore alla somma delle distanze tra queste entità e una terza entità (disuguaglanza triangolare): $d_{ij} \leq d_{ik} + d_{jk}$, dove d_{ik} e d_{jk} sono le distanze tra la terza entità k e le entità i e j;
- la distanza d_{ij} è nulla se e solo se $i = j$.

Di distanze è la matrice quadrata Δ il cui elemento generico δ_{hk} è una misura di distanza tra le entità h e k e si presenta come segue:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & \cdots & \cdots & \delta_{1h} & \cdots & \cdots & \delta_{1N} \\ \vdots & 0 & & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & & 0 & \vdots & & & \vdots \\ \delta_{h1} & \cdots & \cdots & 0 & \cdots & \cdots & \delta_{hN} \\ \vdots & & & \vdots & 0 & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots & & 0 & \vdots \\ \delta_{N1} & \cdots & \cdots & \delta_{Nh} & \cdots & \cdots & 0 \end{vmatrix} . \tag{B.1}$$

Le matrici di distanze godono delle seguenti proprietà:

- sono quadrate;
- sono simmetriche $\delta_{hk} = \delta_{kh}$;
- definite semi-positive;
- di rango pari a quello della matrice dei dati;

- i valori sulla diagonale sono nulli.

La misura di distanza che è stata utilizzata in questo lavoro è la "distanza euclidea" o "geometrica" nello spazio delle variabili di classificazione. Tale distanza è stata stimata come:

$$d_{ij} = \sqrt{\frac{1}{p}\sum_{h=1}^{p}(x_{hi} - x_{hj})^2} \ , \tag{B.2}$$

dove x_{hi} è il valore della variabile h-esima dell'i-esima entità, standardizzata in modo che il campione di N elementi di tale variabile abbia media 0 e varianza 1.

B.2.2 Selezione della tecnica di raggruppamento delle entità

Si è utilizzata una metodologia mista costituita da una prima suddivisione dei bacini con l'algoritmo gerarchico di Ward (1963) e da una successiva rifinitura dei gruppi con il metodo di minimizzazione della dispersione entro i cluster.

L'algoritmo di Ward è di tipo agglomerativo, ovvero parte dalla definizione di una certa funzione obbiettivo che si vuole minimizzare e termina con la definizione di un dendrogramma che mostra le fusioni successive degli individui e che culmina allo stadio in cui tutti gli individui sono in un unico gruppo. In ogni stadio della procedura, il metodo accorpa gli individui o i gruppi di individui che sono più simili. Ward propose che, ad ogni passo dell'analisi, la perdita di informazione risultante dal raggruppamento di individui in cluster potesse essere misurata dalla somma delle deviazioni quadratiche di ogni punto dalla media del cluster a cui appartiene. Ad ogni passo dell'analisi si considera l'unione di ogni possibile coppia di cluster e si uniscono quelli la cui fusione determina il minimo accrescimento della somma dai quadrati degli errori (ESS).

Nel nostro caso si hanno 38 entità (i bacini idrografici di cui conosciamo la serie storica dei deflussi annui) che vogliamo raggruppare in custer in base a due caratteristiche, la quota media e la latitudine del baricentro del bacino. Alcuni passi ottenuti attraverso l'algoritmo di Ward sono riportati in Figura B.1. Allo stadio iniziale tutti gli individui costituiscono un cluster (per un totale di 38 gruppi) per cui $ESS = 0$. Ad ogni passo si uniscono gli individui, o i gruppi, in modo che l'incremento di ESS sia minimo ottenendo, infine, un unico cluster. In Figura B.2 è stato rappresentato il dendrogramma che sintetizza il procedimento gerarchico effettuato.

L'algoritmo di Ward è stato utilizzato perché è costruito in modo da generare gruppi compatti, sferici e con un numero di elementi confrontabile. Queste sono caratteristiche apprezzabili per lo scopo che ci siamo posti, ovvero la suddivisione dei bacini idrografici in regioni omogenee costituite da un numero di elementi sufficiente a garantire la significatività dell'inferenza statistica sui gruppi. Come tutti gli algoritmi gerarchici, però, anche quello di Ward ha l'inconveniente

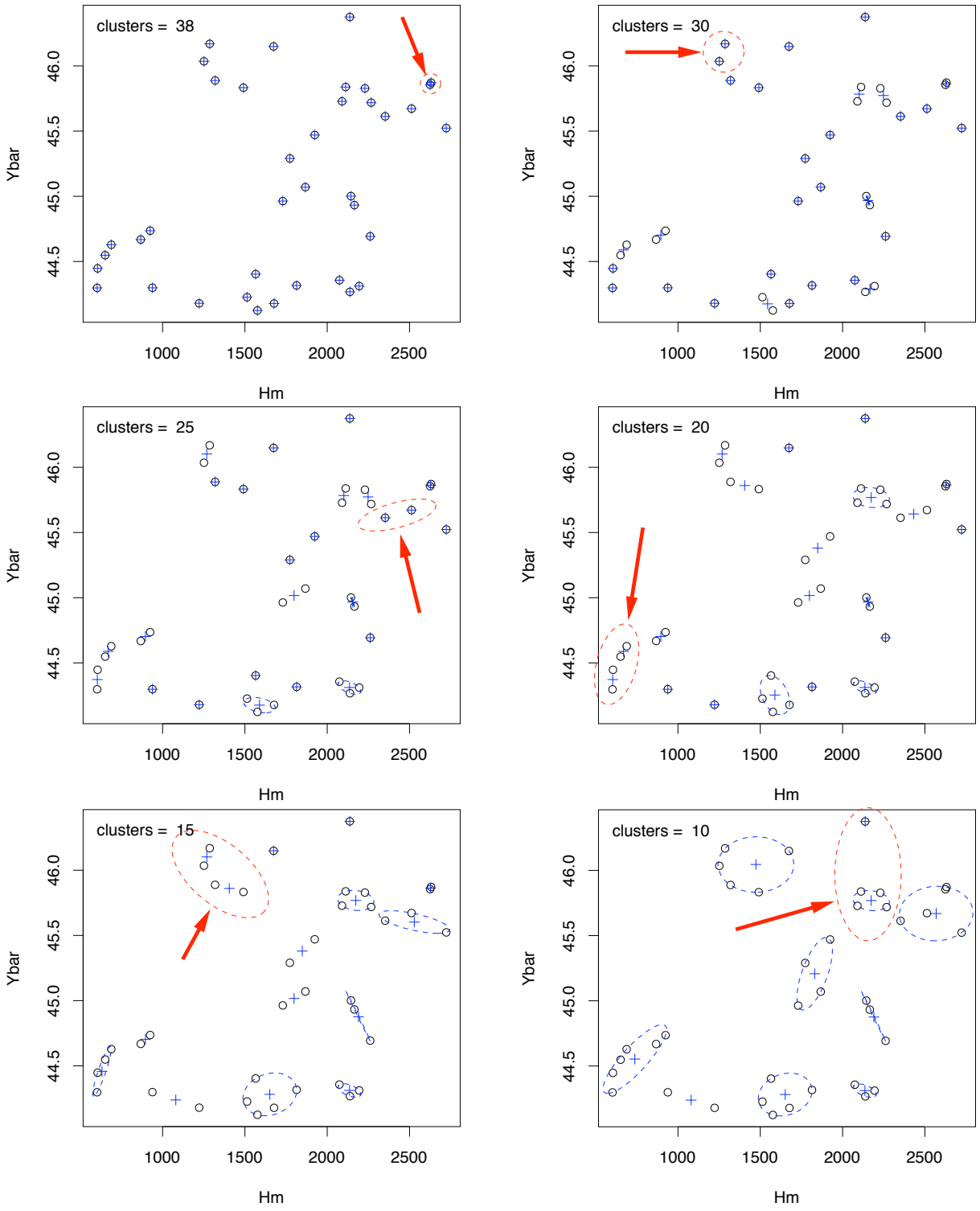


Figura B.1: Esempio Ward. (1/2)

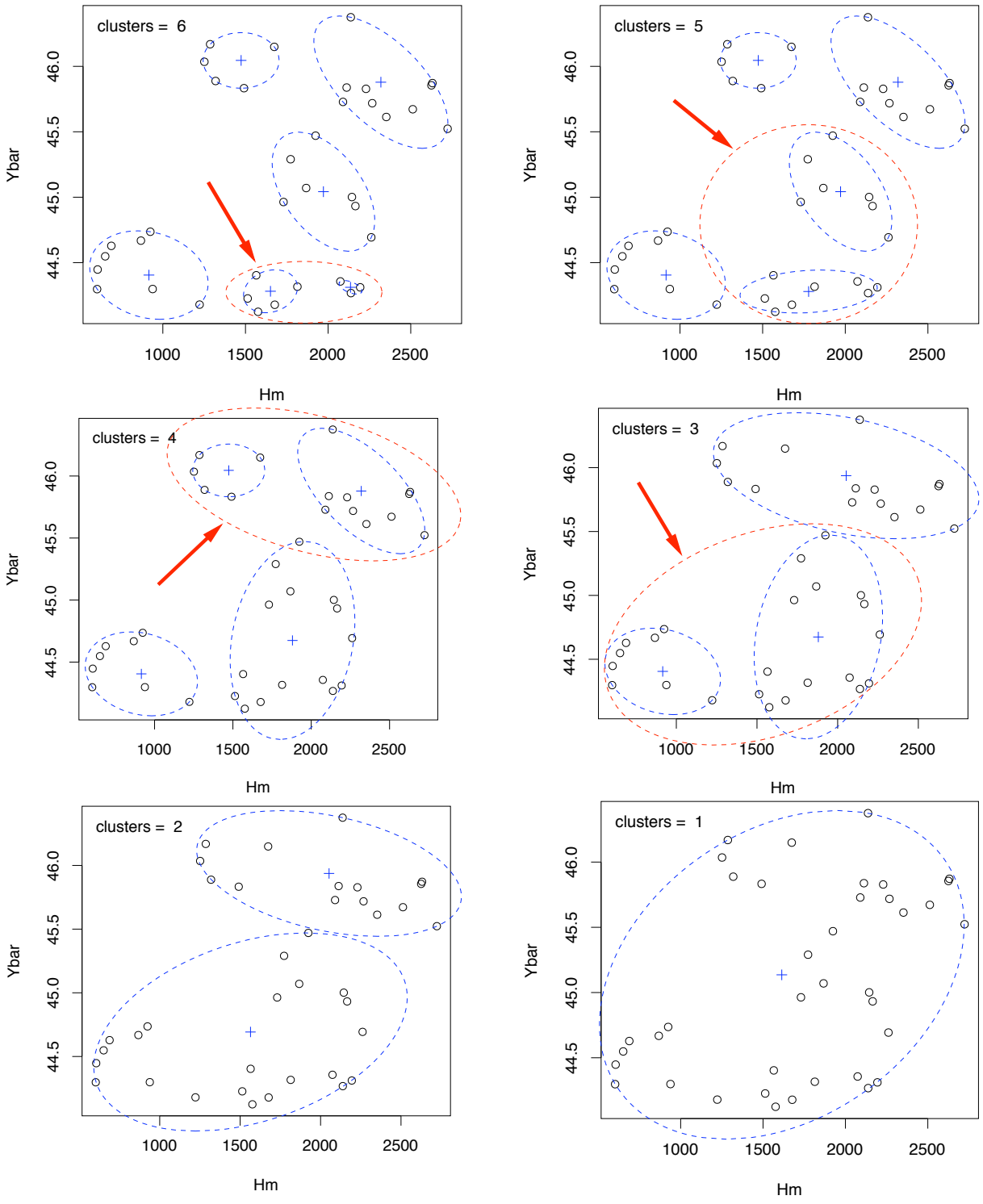


Figura B.1: Esempio Ward. (2/2)

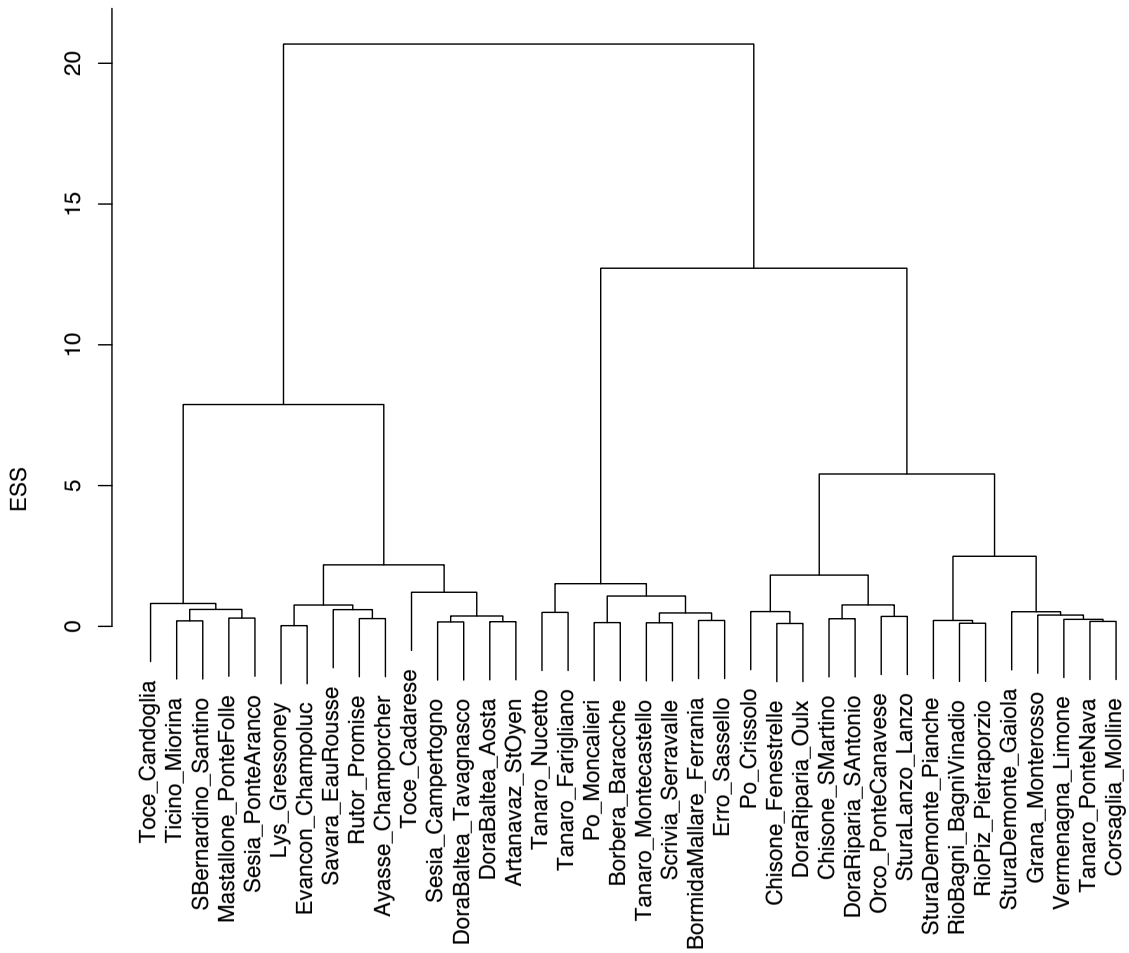


Figura B.2: Dendrogramma ottenuto tramite l'algoritmo di Ward.

di non ammettere riallocazioni di elementi tra i gruppi, per cui non è detto che la configurazione scelta, ad esempio di 6 cluster, sia ottimale per quanto riguarda la vicinanza tra gli elementi dei gruppi. Per ovviare a questo inconveniente si è utilizzata, a valle dell'algoritmo di Ward, una tecnica di ottimizzazione.

Molti metodi di ottimizzazione proposti derivano dalla seguente identità tra matrici:

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{W} + \boldsymbol{B} \ , \tag{B.3}$$

dove $\boldsymbol{T}$ è la "matrice di dispersione totale", $\boldsymbol{W}$ la "matrice di dispersione all'interno dei gruppi" ($\boldsymbol{W} = \sum_{i=1}^{k} \boldsymbol{W}_i$ dove $\boldsymbol{W}_i$ è la matrice di dispersione del gruppo i-esimo) e $\boldsymbol{B}$ la "matrice di dispersione tra i gruppi". Poiché $\boldsymbol{T}$ è fissa, un evidente criterio di raggruppamento può essere ottenuto minimizzando $\boldsymbol{W}$ o, equivalentemente, massimizzando $\boldsymbol{B}$. Il criterio che abbiamo utilizzato in questo lavoro è quello di minimizzazione della traccia di $\boldsymbol{W}$, ovvero di minimizzazione della variabilità nei gruppi misurata dalla somma della distanza quadratica di ogni elemento dal baricentro del proprio gruppo. Praticamente il criterio è lo stesso che si è usato per l'algoritmo di Ward ma viene applicato in maniera differente.

Si parta da una suddivisione a priori in cluster, ad esempio quella in 6 cluster ottenuta con Ward. Per questa configurazione può essere calcolata la traccia della matrice di dispersione come:

$$\text{trace}(\boldsymbol{W}) = \sum_{i=1}^{k} \left(\sum_{j=1}^{n_i} d_{ij}^2 \right) \ , \tag{B.4}$$

dove d_{ij} è la distanza tra l'elemento j-esimo dell'i-esimo gruppo e il baricentro dell'i-esimo gruppo. A passi successivi si valuta se lo spostamento di un elemento tra due gruppi comporta una diminuzione di trace($\boldsymbol{W}$), nel qual caso viene applicata la correzione, finché non si giunge ad una configurazione in cui non esistono modifiche in grado di diminuire ulteriormente la dispersione all'interno dei gruppi. Tale metodo comporta la riallocazione dei punti finché tutti gli individui di ogni gruppo sono più vicini (come distanza euclidea) al centro del proprio cluster che al centro di ogni altro cluster. Questa proprietà è molto interessante per quanto riguarda l'analisi regionale perché definisce cluster che possono essere delimitati da topoieti, rendendo molto semplice la definizione del criterio di assegnazione di una nuova entità ad un cluster.

In Figura B.3 è riportato il risultato dell'ottimizzazione dei 6 cluster ottenuti con l'algoritmo di Ward che si compone in 4 correzioni. Si è anche rappresentato il piano H_m - Y_{bar} suddiviso in 6 regioni con i topoieti, utile all'inserimento di un ulteriore bacino in uno dei cluster individuati.

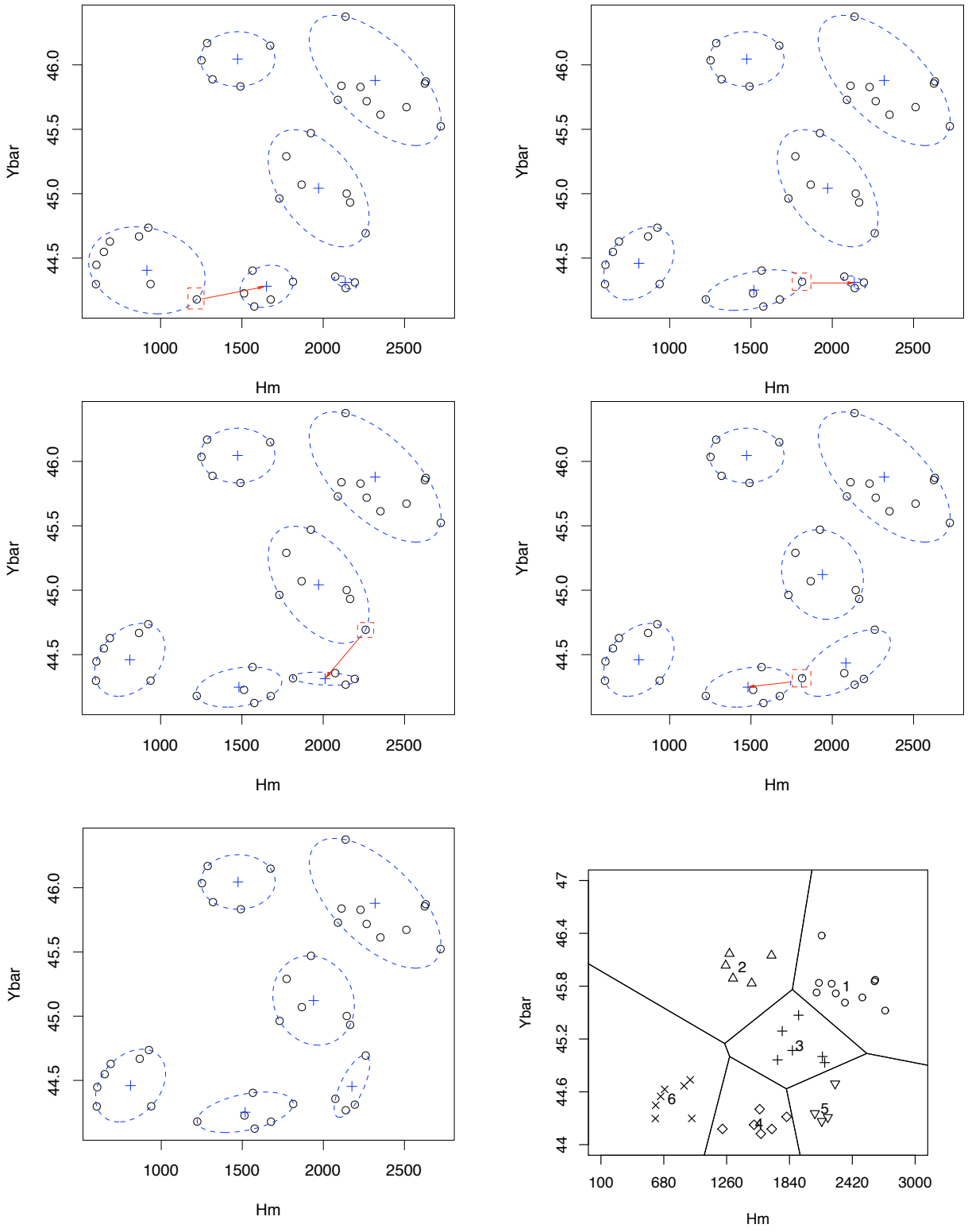


Figura B.3: Ottimizzazione dei cluster

Appendice C

L-momenti

Nelle procedure di analisi di frequenza, e di analisi di frequenza regionale, si adattano ai dati delle distribuzioni la cui forma si ritiene conosciuta a meno di un numero finito di parametri incogniti. I momenti campionari ordinari, in particolare media, scarto, skewness e kurtosis, sono spesso utilizzati per la stima dei parametri delle distribuzioni di probabilità. Hosking and Wallis (1997) suggeriscono invece di utilizzare, al posto dei momenti ordinari, gli L-momenti perché adatti a descrivere più distribuzioni, perché più robusti nella stima da campioni poco consistenti di dati in presenza di outliers e perché meno soggetti a distorsione nella stima. In questa appendice, tratta da Hosking and Wallis (1997), si definiscono gli L-momenti in maniera formale. Dopo una breve introduzione sui concetti di distribuzione di probabilità, di stimatori dei parametri e di momenti, vengono definiti gli L-momenti, si discutono alcune loro proprietà, le differenze rispetto ai momenti ordinari ed il loro utilizzo nella stima dei parametri delle distribuzioni (argomento approfondito in Appendice D).

C.1 Distribuzioni di probabilità

Si consideri una variabile casuale X, che può assumere valori appartenenti all'insieme dei numeri reali. La frequenza relativa con cui questi valori si verificano definisce la *distribuzione di frequenza* o *distribuzione di probabilità* di X, che è specificata dalla *distribuzione di frequenza cumulata*

$$F(x) = \Pr[X \leq x] \ , \tag{C.1}$$

dove $\Pr(A)$ indica la probabilità dell'evento A. $F(x)$ è una funzione crescente di x, definita nell'intervallo $[0, 1]$. Normalmente in idrologia si ha a che fare con variabili casuali continue, per le quali $\Pr[X = t] = 0$ per ogni t, ovvero a nessun valore è associata una probabilità non-nulla. In questo caso $F(.)$ è una funzione continua ed ha una funzione inversa corrispondente $x(.)$, detta *funzione dei quantili* di X. Data una qualsiasi u, dove $0 < u < 1$, $x(u)$ è l'unico valore che

soddisfa

$$F(x(u)) = u \ . \tag{C.2}$$

Per ogni probabilità p, $x(p)$ è il *quantile* di non superamento della probabilità p, ovvero il valore per cui la probabilità che X non superi $x(p)$ è p. L'obiettivo dell'analisi di frequenza è la stima accurata dei quantili della distribuzione di una data variabile casuale. In ingegneria, e nelle applicazioni ambientali in generale, i quantili sono spesso espressi in termini di *tempo di ritorno*, come definito dalle Equazioni 1.2 e 1.3.

Se $F(x)$ è differenziabile, la sua derivata $f(x) = \frac{d}{dx}F(x)$ è la *densità di probabilità* di X.

Il *valore atteso* della variabile casuale X è definito come

$$\mathrm{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x dF(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \ , \tag{C.3}$$

ammesso che l'integrale esista. Se si considera la trasformazione $u = F(x)$, si può scrivere

$$\mathrm{E}(X) = \int_0^1 x(u) du \ . \tag{C.4}$$

Una funzione di una variabile casuale $g(X)$ è anch'essa una variabile casuale di valore atteso

$$\mathrm{E}(g(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) dF(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f(x) dx = \int_0^1 g(x(u)) du \ . \tag{C.5}$$

La dispersione dei valori estratti dalla variabile casuale X può essere misurata con la *varianza* di X,

$$\mathrm{var}(X) = \mathrm{E}[\{X - \mathrm{E}(X)\}^2] \ . \tag{C.6}$$

In alcuni casi può essere utile misurare la tendenza di due variabili casuali X e Y ad assumere valori elevati simultaneamente. Questo può essere misurato dalla *covarianza* di X e Y

$$\mathrm{cov}(X, Y) = \mathrm{E}[\{X - \mathrm{E}(X)\}\{Y - \mathrm{E}(Y)\}] \ . \tag{C.7}$$

La *correlazione* tra X e Y

$$\mathrm{corr}(X, Y) = \mathrm{cov}(X, Y)/\{\mathrm{var}(X)\mathrm{var}(Y)\}^{1/2} \ , \tag{C.8}$$

è il corrispettivo adimensionale della covarianza, che può assumere valori compresi tra -1 e $+1$.

C.2 Stimatori

Nella pratica spesso si assume che la forma di una qualche distribuzione di probabilità sia conosciuta a medo di un set di parametri incogniti $\theta_1, \ldots, \theta_p$. Sia $x(u; \theta_1, \ldots, \theta_p)$ la funzione dei quantili di una distribuzione con p parametri incogniti. In molte applicazioni tra i parametri incognti si possono identificare un parametro di posizione ed un parametro di scala. Un parametro ξ di una distribuzione è un *parametro di posizione* se per la funzione dei quantili vale l'eguaglianza

$$x(u; \xi, \theta_2, \ldots, \theta_p) = \xi + x(u; 0, \theta_2, \ldots, \theta_p) \ . \tag{C.9}$$

Si dice, invece, che α è un *parametro di scala* della funzione dei quantili della distribuzione se

$$x(u; \alpha, \theta_2, \ldots, \theta_p) = \alpha \times x(u; 1, \theta_2, \ldots, \theta_p) \ . \tag{C.10}$$

Se per la distribuzione esistono entrambi questi parametri, allora vale l'eguaglianza

$$x(u; \xi, \alpha, \theta_3, \ldots, \theta_p) = \xi + \alpha \times x(u; 0, 1, \theta_3, \ldots, \theta_p) \ . \tag{C.11}$$

I parametri incogniti sono stimati a partire dai dati osservati. Dato un set di osservazioni, una funzione $\hat{\theta}$ di queste deve essere scelta come *stimatore* di θ. Lo stimatore $\hat{\theta}$ è a sua volta una variabile casuale ed ha una distribuzione di probabilità. La bontà di $\hat{\theta}$ come stimatore di θ tipicamente dipende da quanto $\hat{\theta}$ si avvicina a θ. La deviazione di $\hat{\theta}$ da θ può essere scomposta in *distorsione* (tendenza di dare stime sistematicamente più alte, o più basse, del valore vero) e *variabilità* (deviazione casuale dal valore vero, che si verifica anche per gli stimatori che non presentano distorsione).

La performance di uno stimatore $\hat{\theta}$ può essere valutata con due misure, il *bias* ("distorsione") e la *radice dell'errore quadratico medio* (RMSE), definite come

$$\text{bias}(\hat{\theta}) = \text{E}(\hat{\theta} - \theta) \ , \quad \text{RMSE}(\hat{\theta}) = \{\text{E}(\hat{\theta} - \theta)^2\}^{1/2} \ , \tag{C.12}$$

e caratterizzate dall'avere la stessa unità di misura del parametro θ. Si dice che lo stimatore $\hat{\theta}$ è *indistorto* se $\text{bias}(\hat{\theta}) = 0$ ovvero se $\text{E}(\hat{\theta}) = \theta$. Diversi stimatori indistorti dello stesso parametro possono essere paragonati in termini della loro varianza: il rapporto $\text{var}(\hat{\theta}^{(1)})/\text{var}(\hat{\theta}^{(2)})$ si dice *efficienza* dello stimatore $\hat{\theta}^{(2)}$ rispetto allo stimatore $\hat{\theta}^{(1)}$. La radice dell'errore quadratico medio può essere anche scritta come

$$\text{RMSE}(\hat{\theta}) = [\{\text{bias}(\hat{\theta})\}^2 + \text{var}(\hat{\theta})]^{1/2} \ , \tag{C.13}$$

da cui si vede come l'RMSE combina distorsione e variabilità di $\hat{\theta}$ e dà una misura globale dell'accuratezza della stima. Nei classici problemi di statistica in cui la stima dei parametri è basata su un campione di lunghezza n, sia il bias che la varianza di $\hat{\theta}$ sono asintoticamente proporzionali a n^{-1} per n grandi (v.es. Cox and Hinkley, 1974), per cui l'RMSE di $\hat{\theta}$ è proporzionale a $n^{-1/2}$.

C.3 Momenti

La forma di una distribuzione di probabilità può essere descritta dai *momenti della distribuzione*, che sono la *media* $\mu = \mathrm{E}(X)$ e i *momenti di ordine superiore* $\mu_r = \mathrm{E}(X-\mu)^r$, con $r = 2, 3, \ldots$. La media definisce il baricentro della distribuzione (si veda l'Equazione C.3). La dispersione della distribuzione intorno alla media può essere misurata con la *deviazione standard*

$$\sigma = \mu_2^{1/2} = \{\mathrm{E}(X-\mu)^2\}^{1/2} \ , \tag{C.14}$$

o con la varianza, $\sigma^2 = \mathrm{var}(X)$. Il *coefficiente di variazione* (CV), $C_v = \sigma/\mu$, esprime la dispersione della distribuzione adimensionalizzata con la media. Spesso si utilizzano momenti adimensionalizzati di ordine superiore $\mu_r/\mu_2^{r/2}$, in particolare lo *skewness* (asimmetria)

$$\gamma = \mu_3/\mu_2^{3/2} \ , \tag{C.15}$$

ed il *kurtosis*

$$\kappa = \mu_4/\mu_2^2 \ . \tag{C.16}$$

Quantità analoghe a queste possono essere calcolate da un campione di dati $x_1, x_2, \ldots, x_n$. La *media campionaria*

$$\bar{x} = n^{-1}\sum_{i=1}^{n} x_i \ , \tag{C.17}$$

è lo stimatore naturale di μ. I momenti di ordine superiore

$$m_r = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^r \ , \tag{C.18}$$

sono ragionevoli stimatori di μ_r, ma non sono indistorti. Al loro posto vengono spesso usati stimatori indistorti come, nel caso particolare di σ^2, μ_3 e $\kappa_4 = \mu_4 - 3\mu_2^2$, sono, rispettivamente,

$$s^2 = (n-1)^{-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \ , \tag{C.19}$$

$$\tilde{m}_3 = \frac{n^2}{(n-1)(n-2)} m_3 \ , \tag{C.20}$$

$$\tilde{k}_4 = \frac{n^2}{(n-2)(n-3)} \left\{ \left(\frac{n+1}{n-1} \right) m_4 - 3m_2^2 \right\} \ . \tag{C.21}$$

La deviazione standard campionaria, $s = \sqrt{s^2}$, è uno stimatore di σ ma non è indistorto. Gli stimatori campionari del CV, dello skewness e del kurtosis sono, rispettivamente,

$$\hat{C}_v = s/\bar{x} \ , \quad g = \tilde{m}_3/s^3 \quad k = \tilde{k}_4/s^4 + 3 \ . \tag{C.22}$$

Gli stimatori dei momenti hanno alcune proprietà indesiderabili. Ad esempio, gli stimatori g e k possono essere molto distorti in quanto sono caratterizzati da limiti algebrici che dipendono dalla lunghezza del campione; per un campione di n dati si ha che $|g| \leq n^{1/2}$ mentre $k \leq n + 3$ (Hosking and Wallis, 1997). Da ciò consegue che, se la distribuzione è particolarmente asimmetrica, potrebbe essere impossibile calcolare questa skewness da un campione di dimensioni fisse. L'inferenza di distribuzioni asimmetriche basata sui momenti campionari può essere estremamente poco affidabile. Per questo motivo in questo lavoro vengono utilizzate altre misure della forma delle distribuzioni, gli L-momenti di Hosking e Wallis.

C.4 L-momenti delle distribuzioni di probabilità

Gli L-momenti sono un sistema alternativo di descrivere la forma delle distribuzioni di probabilità. Storicamente essi nascono come modifica dei *momenti pesati in probabilità* di Greenwood et al. (1979). I momenti pesati in probabilità di una variabile casuale X con distribuzione di frequenza cumulata $F(.)$ sono le quantità

$$M_{p,r,s} = \mathrm{E}[X^p \{F(X)\}^r \{1 - F(X)\}^s] \ . \tag{C.23}$$

Particolarmente utili sono i momenti pesati in probabilità $\alpha_r = M_{1,0,r}$ e $\beta_r = M_{1,r,0}$. Per una distribuzione caratterizzata da una funzione dei quantili $x(u)$, dalle Equazioni C.5 e C.23 si ottiene

$$\alpha_r = \int_0^1 x(u)(1-u)^r du \ , \quad \beta_r = \int_0^1 x(u) u^r du \ . \tag{C.24}$$

Queste equazioni possono essere paragonate alla definizione dei momenti ordinari, che può essere scritta anche come

$$\mathrm{E}(X^r) = \int_0^1 \{x(u)\}^r du \ . \tag{C.25}$$

Mentre i momenti ordinari considerano successive elevazioni di potenza della funzione dei quantili $x(u)$, i momenti pesati in probabilità considerano successive elevazioni di potenza di u oppure $1 - u$ e possono essere visti come integrali di $x(u)$ pesati con i polinomi u^r oppure $(1 - u)^r$.

I momenti pesati in probabilità α_r e β_r sono stati usati in letteratura come base di metodi per la stima dei parametri delle distribuzioni di probabilità ma sono difficilmente interpretabili come misure di scala e forma di queste. Queste informazioni sono contenute in certe combinazioni lineari dei momenti pesati in probabilità. Ad esempio, multipli di $\alpha_0 - 2\alpha_1$ o $2\beta_1 - \beta_0$ sono stime dei parametri di scala delle distribuzioni, mentre lo skewness può essere misurato da $6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0$. Queste combinazioni lineari derivano naturalmente dall'integrazione di $x(u)$ pesata non con i polinomi u^r o $(1-u)^r$, ma con un set di polinomi ortogonali.

Si definiscano *polinomi di Legendre sfasati* (perché definiti nell'intervallo $[0,1]$ invece che nell'intervallo $[-1,+1]$) i polinomi $P_r^*(u)$, con $r = 0, 1, 2, \ldots$, che godono delle seguenti proprietà:

(i) $P_r^*(u)$ è un polinomio di grado r in u;

(ii) $P_r^*(1) = 1$;

(iii) $\int_0^1 P_r^*(u) P_s^*(u) du = 0$ se $r \neq s$ (condizione di ortogonalità).

I polinomi di Legendre sfasati hanno forma esplicita

$$P_r^*(u) = \sum_{k=0}^{r} p_{r,k}^* u^k \ , \tag{C.26}$$

dove

$$p_{r,k}^* = (-1)^{r-k} \binom{r}{k} \binom{r+k}{k} = \frac{(-1)^{r-k}(r+k)!}{(k!)^2 (r-k)!} \ . \tag{C.27}$$

Gli L-momenti di una variabile casuale X con funzione dei quantili $x(u)$ sono definiti come

$$\lambda_r = \int_0^1 x(u) P_{r-1}^*(u) du \ . \tag{C.28}$$

In termini di momenti pesati in probabilità, gli L-momenti sono dati da

$$\begin{array}{ll} \lambda_1 = \alpha_0 & = \beta_0 \ , \\ \lambda_2 = \alpha_0 - 2\alpha_1 & = 2\beta_1 - \beta_0 \ , \\ \lambda_3 = \alpha_0 - 6\alpha_1 + 6\alpha_2 & = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0 \ , \\ \lambda_4 = \alpha_0 - 12\alpha_1 + 30\alpha_2 - 20\alpha_3 & = 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0 \ , \end{array} \tag{C.29}$$

e, in generale,

$$\lambda_{r+1} = (-1)^r \sum_{k=0}^{r} p_{r,k}^* \alpha_k = \sum_{k=0}^{r} p_{r,k}^* \beta_k \ . \tag{C.30}$$

È conveniente definire le versioni adimensionali degli L-momenti, cosa che si può ottenere dividendo gli L-momenti di ordine superiore per la misura di scala λ_2. Si ottengono così i *rapporti degli L-momenti*

$$\tau_r = \lambda_r/\lambda_2 \ , \quad r = 3, 4, \ldots \tag{C.31}$$

che misurano la forma di una distribuzione indipendentemente dalla scala. Si definisce inoltre il coefficiente di L-variazione (L-CV) come

$$\tau = \lambda_2/\lambda_1 \ , \tag{C.32}$$

quantità analoga al coefficiente di variazione CV.

C.5 Proprietà degli L-momenti

Gli L-momenti λ_1 e λ_2, l'L-CV τ e i rapporti degli L-momenti τ_3 e τ_4 sono le quantità che Hosking and Wallis (1997) consigliano di utilizzare per descrivere le distribuzioni di probabilità. Le loro più importanti proprietà sono:

- **Esistenza.** Se esiste la media della distribuzione, allora esistono tutti i suoi L-momenti.

- **Unicità.** Se esiste la media della distribuzione, allora gli L-momenti definiscono tale distribuzione in maniera univoca, ovvero non esistono due distribuzioni diverse con gli stessi L-momenti.

- **Terminologia.** Gli L-momenti (ed i rapporti degli L-momenti) che si utilizzano hanno un determinato significato, paragonabile a quello dei momenti campionari: λ_1 è la L-posizione (o la media) della distribuzione; λ_2 è l'L-scala; τ è l'L-CV; τ_3 è l'L-skewness; τ_4 è l'L-kurtosis.

- **Limiti algebrici.** λ_1 può assumere qualsiasi valore; $\lambda_2 \geq 0$; per una distribuzione che assume solo valori positivi $0 \leq \tau < 1$; i rapporti degli L-momenti soddisfano l'uguaglianza $|\tau_r| < 1$ per ogni $r \geq 3$. Limiti più precisi possono essere trovati per ogni τ_r: ad esempio, dato τ_3, allora $(5\tau_3^2 - 1)/4 \leq \tau_4 < 1$ e, per distribuzioni che assumono solo valori positivi, dato τ si ha che $2\tau - 1 \leq \tau_3 < 1$.

- **Trasformazioni lineari.** Siano X e Y due variabili casuali con L-momenti λ_r e λ_r^* rispettivamente, e si supponga che $Y = aX + b$. Allora $\lambda_1^* = a\lambda_1 + b$; $\lambda_2^* = |a|\lambda_2$; $\tau_r^* = (\text{sign}(a))^r \tau_r$ per $r \geq 3$.

- **Simmetria.** Sia X una variabile casuale simmetrica con media μ, ossia $\Pr[X \geq \mu + x] = \Pr[X \leq \mu - x]$ per ogni x. Allora tutti i rapporti degli L-momenti di ordine dispari valgono 0, ovvero $\tau_r = 0$ se $r = 3, 5, 7, \ldots$.

Gli L-momenti sono stati calcolati per molte distribuzioni (si veda l'Appendice D). La distribuzione che gioca un ruolo centrale nella teoria degli L-momenti, analoga alla distribuzione Normale nella teoria dei momenti ordinari, è la distribuzione uniforme. Si può dimostrare che tutti gli L-momenti λ_r e rapporti degli L-momenti τ_r di ordine superiore (con $r \geq 3$) valgono zero per la distribuzione uniforme. La distribuzione Normale, per il fatto che è simmetrica, presenta gli L-momenti di ordine dispari nulli, ma quelli di ordine pari non sono particolarmente semplici: ad esempio $\tau_4 \approx 0.123$. La distribuzione esponenziale, invece, ha dei rapporti degli L-momenti particolarmente semplici: $\tau_3 = 1/3$, $\tau_4 = 1/6$.

Un modo conveniente per rappresentare gli L-momenti di diverse distribuzioni è il *diagramma dei rapporti degli L-momenti*, esemplificato in Figura C.1. Questo diagramma mostra gli L-momenti in un grafico i cui assi sono l'L-skewness e l'L-kurtosis. Una distribuzione a due parametri, caratterizzata da un parametro di posizione ed uno di scala, viene rappresentata sul diagramma da un punto. Infatti se due distribuzioni differiscono solo nei parametri di posizione e di scala, allora sono distribuzioni di due variabili casuali X e $Y = aX + b$ con $a > 0$, per cui, dato la proprietà delle trasformazioni lineari degli L-momenti ($\tau_r^* = (\text{sign}(a))^r \tau_r$), hanno gli stessi L-skewness ed L-kurtosis. Una distribuzione a tre parametri, invece, dal momento che è caratterizzata dai parametri di posizione, scala e forma, viene rappresentata sul diagramma da una linea, i cui punti corrispondono a differenti valori del parametro di forma. Distribuzioni con più di un parametro di forma generalmente ricoprono aree bidimensionali sul diagramma.

C.6 *L*-momenti campionari

Gli L-momenti sono stati definiti per una distribuzione di probabilità, ma nella pratica devono essere stimati a partire da campioni finiti. La loro stima è basata su un campione di lunghezza n, ordinato in senso crescente: $x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq \cdots \leq x_{n:n}$. È conveniente cominciare dalla definizione dello stimatore del momento pesato in probabilità β_r. Uno stimatore indistorto di β_r è

$$b_r = n^{-1} \binom{n-1}{r}^{-1} \sum_{j=r+1}^{n} \binom{j-1}{r} x_{j:n} \ , \tag{C.33}$$

ovvero

$$b_r = n^{-1} \sum_{j=r+1}^{n} \frac{(j-1)(j-2)\ldots(j-r)}{(n-1)(n-2)\ldots(n-r)} x_{j:n} \ . \tag{C.34}$$

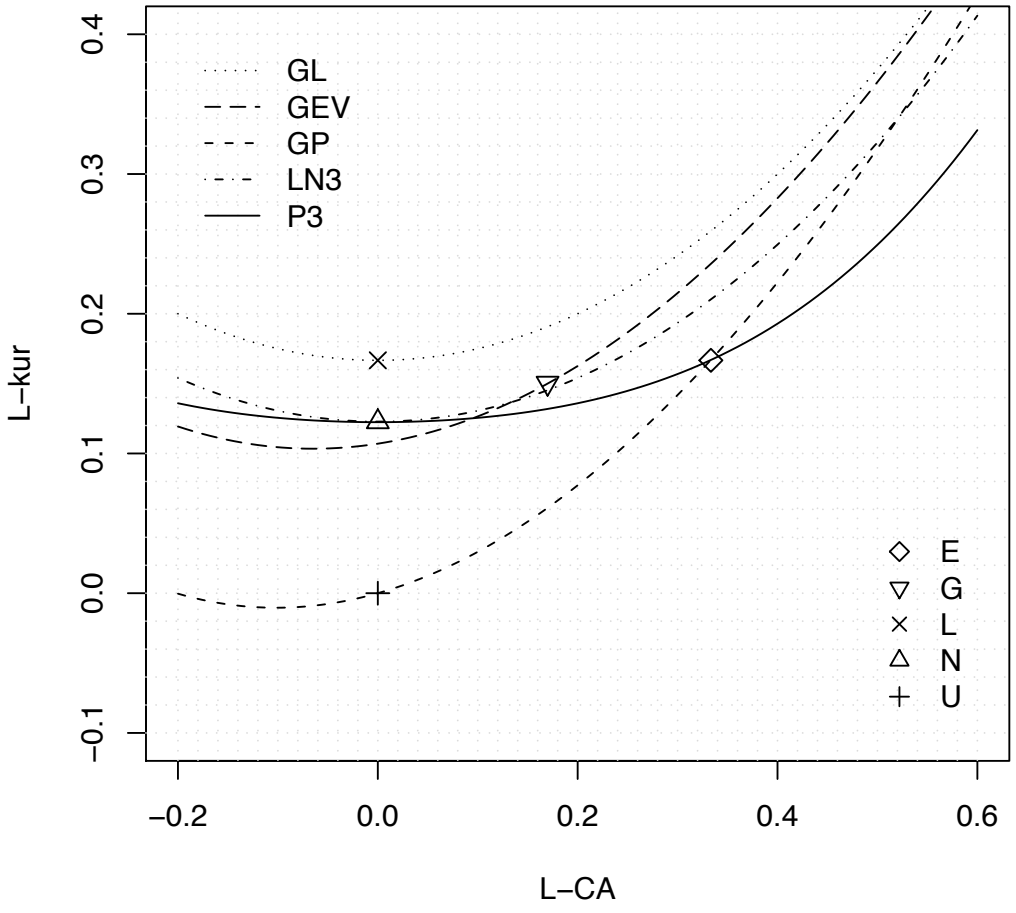


Figura C.1: Diagramma dei rapporti degli L-momenti. Le distribuzioni a due ed a tre parametri sono riportate come punti e come linee rispettivamente. Le distribuzioni a due parametri sono: esponenziale (E), Gumbel (G), lognormale (L), normale (N) ed uniforme (U); quelle a tre parametri sono: logistica generalizzata (GL), generalizzata del valore estremo (GEV), Pareto generalizzata (GP), lognormale a 3 parametri (LN3) e Pearson tipo III (P3).

Analogamente alle Equazioni C.29 e C.30, gli *L-momenti campionari* sono definiti come

$$
\begin{aligned}
l_1 &= b_0 \ , \\
l_2 &= 2b_1 - b_0 \ , \\
l_3 &= 6b_2 - 6b_1 + b_0 \ , \\
l_4 &= 20b_3 - 30b_2 + 12b_1 - b_0 \ ,
\end{aligned}
\tag{C.35}
$$

e, in generale,

$$l_{r+1} = \sum_{k=0}^{r} p^*_{r,k} b_k \ , \quad r = 0, 1, \ldots, n-1 \ , \tag{C.36}$$

dove i coefficienti $p^*_{r,k}$ sono definiti dall'Equazione C.27. L'L-momento campionario l_r è uno stimatore indistorto di λ_r.

Analogamente alle Equazioni C.31 e C.32, i *rapporti degli L-momenti campionari* sono definiti con

$$t_r = l_r / l_2 \ , \quad r = 3, 4, \ldots \ , \tag{C.37}$$

e l'L-CV campionario con

$$t = l_2 / l_1 \ . \tag{C.38}$$

Questi sono gli stimatori naturali di τ_r e di τ rispettivamente, ma non sono indistorti. Ad ogni modo la loro distorsione è molto piccola per campioni di lunghezza moderata o grande. Si può dimostrare che il bias relativo asintotico di t_3 per una distribuzione Gumbel vale $0.19n^{-1}$, e che vale $0.03n^{-1}$ per t_4 di una distribuzione Normale (n è la lunghezza del campione). Hosking and Wallis (1997) hanno calcolato il bias per campioni piccoli estratti da diverse distribuzioni con metodi di simulazione Monte-Carlo. Ad esempio, si è visto come generalmente il bias di t sia trascurabile per campioni con $n \geq 20$. Per quanto riguarda i bias di t_3 e t_4, essi sono certamente piccoli in confronto alle differenze negli L-momenti delle diverse famiglie di distribuzioni. Ciò significa che ci si può aspettare che l'identificazione di un tipo di distribuzione generatrice a partire dagli L-momenti di un campione sia comunque indistorta, a prescindere dalla distorsione degli stimatori. Ad ogni modo sia l'L-skewness che l'L-kurtosis sono molto meno distorti dello skewness e del kurtosis ordinari.

C.7 Momenti e *L*-momenti

Sia i momenti che gli L-momenti sono misure di posizione, scala e forma delle distribuzioni di probabilità. Il parametro di L-posizione λ_1 è la media e, ovviamente, equivale al momento del primo ordine μ. Per quanto riguarda il parametro di L-scala λ_2, rispetto alla deviazione standard σ vale la relazione $\sigma \geq \sqrt{3}\lambda_2$. Entrambe le misure valutano le differenze tra i valori estratti casualmente da una distribuzione, ma σ dà più peso alle differenze più marcate. La stessa relazione esiste tra CV e L-CV, i cui stimatori soddisfano la disuguaglianza

$$\hat{C}_v \geq \left(\frac{3n}{n+1} \right)^{1/2} t \ . \tag{C.39}$$

Una relazione di questo genere non può essere scritta per le misure di skewness τ_3 e γ, dal momento che la situazione è molto diversa a seconda della distribuzione considerata. Per quanto riguarda il kurtosis, τ_4 è una misura simile a κ e, come quest'ultima, difficilmente interpretabile (spessore delle code, per alcune distribuzioni). Tuttavia τ_4 dà meno peso alle code estreme della distribuzione, rispetto a κ. Come già accennato sia l'L-skewness che l'L-kurtosis sono molto meno distorti dello skewness e del kurtosis ordinari.

Inoltre gli L-momenti godono della proprietà di esistere alla sola condizione di esistenza della media della distribuzione, il che include anche casi in cui i momenti ordinari non esistono. Ad esempio, per una distribuzione GEV (Appendice D) i momenti di ordine 3 e 4 non esistono quando il parametro k di forma della distribuzione è inferire a $-1/3$ e $-1/4$ rispettivamente. Per questi valori di k i rapporti degli L-momenti assumono valori moderati quali $\tau_3 = 0.403$ e $\tau_4 = 0.241$ rispettivamente (e campioni che presentano L-momenti campionari così elevati sono frequenti nell'analisi di dati come velocità del vento o portate di piena).

Un'altro vantaggio dei rapporti degli L-momenti è quello di essere contenuti nell'intervallo $(-1, 1)$, mentre i rapporti dei momenti possono assumere valori arbitrariamente grandi o negativi. Questa proprietà permette di dare un'interpretazione più semplice ai valori di τ_r.

I limiti algebrici dei momenti campionari sono stati menzionati nel Paragrafo C.3. I rapporti degli L-momenti non sono soggetti a tali restrizioni e i loro stimatori campionari possono assumere qualsiasi valore raggiungibile da quelli teorici.

La differenza principale tra momenti e L-momenti è che i primi danno un peso maggiore alle code estreme delle distribuzioni. Questo può essere visto semplicemente confrontando le Equazioni C.25 e C.28. Al crescere di r, il peso assegnato alla coda della distribuzione, $u \approx 1$, cresce come $\{x(u)\}^r$ nell'Equazione C.25 ma come u^r nell'Equazione C.28. Per molte distribuzioni $x(u)$ cresce molto più velocemente di u all'avvicinarsi di quest'ultima ad 1; per distribuzioni non limitate superiormente, ovviamente, $x(u) \to \infty$ se $u \to 1$. Anche i momenti campionari, di conseguenza, sono più affetti dalle osservazioni estreme degli L-momenti corrispondenti.

C.8 Stima dei parametri mediante gli L-momenti

Un problema che ci si pone comunemente in statistica è la stima, a partire da un campione casuale di n dati, della distribuzione di probabilità la cui specificazione coinvolge un numero finito, p, di parametri incogniti. Analogamente all'usuale metodo dei momenti, il *metodo degli L-momenti* ottiene una stima dei parametri sostituendo i primi p L-momenti campionari ai corrispondenti L-momenti della distribuzione. Ciò richiede di conoscere l'espressione dei parametri in termini degli L-momenti, il che è riportato nell'Appendice D per molte distribuzioni standard dell'idrologia.

Le distribuzioni esatte degli stimatori dei parametri ottenuti con il metodo degli L-momenti sono generalmente difficili da derivare, ma approssimazioni per campioni caratterizzati da n elevato possono essere ottenute dalla teoria asintotica. Per molte distribuzioni si è riscontrato che tali stimatori sono asintoticamente distribuiti secondo una distribuzione Normale (Hosking and Wallis, 1997), e si sono derivati gli errori standard e gli intervalli di confidenza.

Sempre Hosking and Wallis (1997) sostengono che spesso, con campioni di lunghezza piccola o moderata, il metodo degli L-momenti è più efficiente di quello della massima verosimiglianza.

Appendice D

Distribuzioni di Probabilità

Nell'Appendice C si è detto che, analogamente al metodo dei momenti, il metodo degli L-momenti ottiene una stima dei parametri sostituendo i primi p L-momenti campionari ai corrispondenti L-momenti della distribuzione. Ciò richiede di conoscere l'espressione dei parametri in termini degli L-momenti, il che è l'argomento di questo capitolo. Si sono prese in considerazione alcune delle distribuzioni più utilizzate nell'analisi di frequenza regionale, nonché distribuzioni come l'uniforme e l'esponenziale, particolarmente interessanti nell'ambito della teoria degli L-momenti, come già discusso nel Paragrafo C.5.

Le parametrizzazioni riportate sono quelle descritte in Hosking and Wallis (1997), testo da cui si è attinto per la compilazione di questo capitolo. Per tutte le distribuzioni elencate si forniscono la densità di probabilità $f(x)$, la distribuzione di frequenza cumulata $F(x)$ e la funzione dei quantili $x(F)$ (si veda il Paragrafo C.1 per la loro definizione). Si riportano inoltre le espressioni degli L-momenti in funzione dei parametri e dei parametri in funzione degli L-momenti. Queste ultime possono essere usate per stimare i parametri delle distribuzioni con il metodo degli L-momenti.

D.1 Distribuzione Uniforme

La più semplice tra le distribuzioni continue è la distribuzione uniforme. Essa viene anche detta distribuzione rettangolare a causa della forma della sua distribuzione di frequenza. Una variabile è distribuita uniformemente tra due limiti α e β se la probabilità di ricadere in un intervallo (c, d) interno a (α, β) è proporzionale all'intervallo stesso e vale $\Pr[c < X < d] = (d - c)/(\beta - \alpha)$. La distribuzione uniforme viene generalmente utilizzata per generare campioni casuali da qualsiasi altra distribuzione, oppure per assegnare una probabilità ad una variabile casuale di cui non si hanno informazioni disponibili, e per cui non si possa ipotizzare un'altra distribuzione a priori. Nell'analisi di frequenza regionale non riveste una particolare importanza. Nella teoria degli

L-momenti, però, la distribuzione uniforme è analoga alla distribuzione Normale nella teoria dei momenti ordinari (vedi Paragrafo C.5).

Definizioni

Parametri (2): α (limite inferiore della distribuzione), β (limite superiore).
Campo di esistenza di x: $\alpha \leq x \leq \beta$.

(D.1) $$f(x) = \frac{1}{\beta - \alpha}$$

(D.2) $$F(x) = \frac{x - \alpha}{\beta - \alpha}$$

(D.3) $$x(F) = \alpha + (\beta - \alpha)F$$

L-momenti

(D.4) $$\lambda_1 = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$$

(D.5) $$\lambda_2 = \frac{1}{6}(\beta - \alpha)$$

(D.6) $$\tau_3 = 0$$

(D.7) $$\tau_4 = 0$$

Parametri

La stima dei parametri della distribuzione uniforme non è di interesse nell'analisi di frequenza regionale, e pertanto è stata omessa.

D.2 Distribuzione Esponenziale

Se si considera il processo di Poisson (v.es. Kottegoda and Rosso, 1998), o degli eventi rari, la probabilità di non-occorrenza della variabile casuale X, che individua un successo, un arrivo, un conteggio o un qualsiasi altro evento, nell'intervallo di tempo t vale $\Pr[X = 0] = e^{-\lambda t}$ dove λ è la frequenza di accadimento dell'evento. Se si considera come variabile casuale il tempo T tra le occorrenze degli eventi di un processo di Poisson, la funzione di frequenza cumulata di T vale $F_T(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. In altre parole, il tempo che occorre aspettare tra eventi successivi di un processo di Poisson ha una distribuzione esponenziale. Naturalmente la distribuzione esponenziale è importante in idrologia perché l'accadimento di molti processi estremi può essere studiato assimilandolo ad un processo di Poisson. Anche quando l'assunzione di Poisson non è pienamente verificata, il modello esponenziale può essere adottato come approssimazione ragionevole (Kottegoda and Rosso, 1998).

Definizioni

Parametri (2): ξ (limite inferiore della distribuzione), α (scala).
Campo di esistenza di x: $\xi \leq x < \infty$.

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{x-\xi}{\alpha}} \tag{D.8}$$

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x-\xi}{\alpha}} \tag{D.9}$$

$$x(F) = \xi - \alpha \log(1 - F) \tag{D.10}$$

***L*-momenti**

$$\lambda_1 = \xi + \alpha \tag{D.11}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2}\alpha \tag{D.12}$$

$$\tau_3 = \frac{1}{3} \tag{D.13}$$

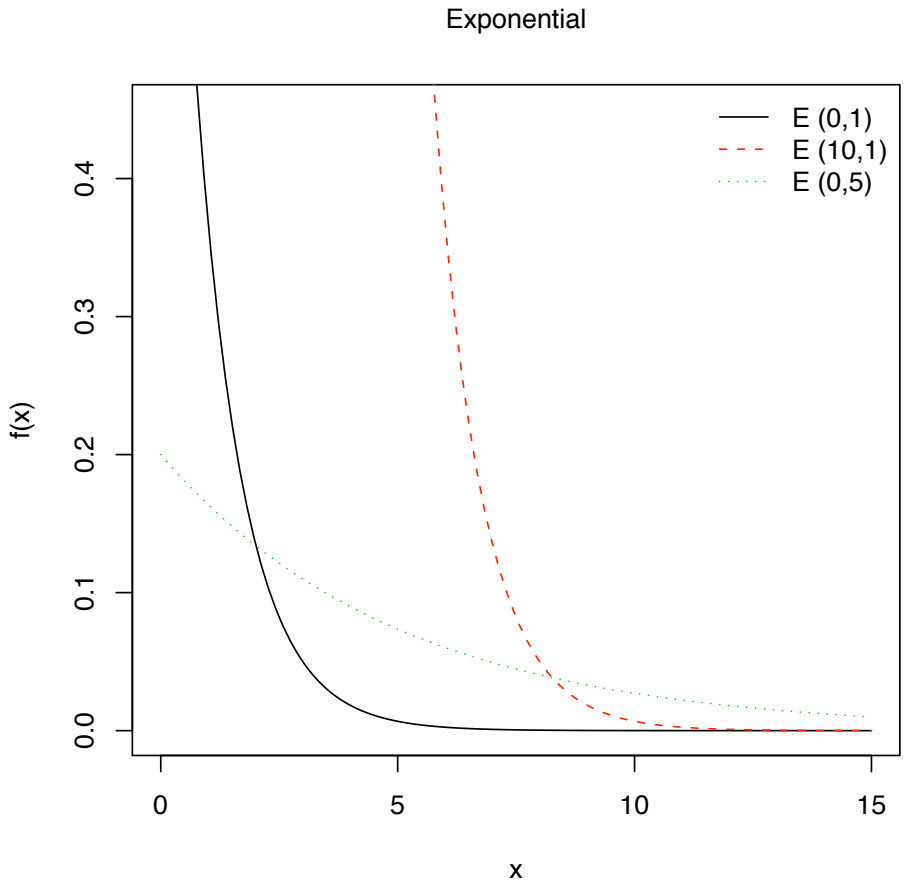


Figura D.1: Esempi di densità di probabilità della distribuzione esponenziale con parametri: (1) $\xi = 0$, $\alpha = 1$; (2) $\xi = 10$, $\alpha = 1$; (3) $\xi = 0$, $\alpha = 5$.

$$\tau_4 = \frac{1}{6} \tag{D.14}$$

Parametri

Se si conosce ξ, α è dato da $\alpha = \lambda_1 - \xi$ e gli stimatori con i metodi degli L-momenti, dei momenti e della massima verosimiglianza sono identici. Se ξ è incognito, i parametri sono ottenibili come

$$\alpha = 2\lambda_2 \ , \quad \xi = \lambda_1 - \alpha \ . \tag{D.15}$$

Per stime basate su un singolo campione questi stimatori sono inefficienti, ma nell'analisi di frequenza regionale permettono una stima ragionevole dei quantili della coda superiore della distribuzione.

D.3 Distribuzione di Gumbel

La distribuzione di Gumbel (Gumbel, 1958), appartenente alla famiglia esponenziale, è una delle più popolari nella modellazione di distribuzioni di frequenza di eventi naturali estremi. Da numerosi studi effettuati si è riscontrato che la Gumbel fornisce risultati molto consistenti ed è da preferire quando ci si riferisce a tempi di ritorno elevati. Tale distribuzione è caratterizzata da due parametri e rientra in un caso particolare della famiglia GEV (Paragrafo D.6).

Definizioni

Parametri (2): ξ (posizione), α (scala).
Campo di esistenza di x: $-\infty < x < \infty$.

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{x-\xi}{\alpha}} e^{-e^{-\frac{x-\xi}{\alpha}}} \tag{D.16}$$

$$F(x) = e^{-e^{-\frac{x-\xi}{\alpha}}} \tag{D.17}$$

$$x(F) = \xi - \alpha \log(-\log F) \tag{D.18}$$

***L*-momenti**

$$\lambda_1 = \xi + \alpha\gamma \tag{D.19}$$

dove γ è la costante di Eulero, $0.5772\ldots$.

$$\lambda_2 = \alpha \log 2 \tag{D.20}$$

$$\tau_3 = 0.1699 = \log(9/8)/\log(2) \tag{D.21}$$

$$\tau_4 = 0.1504 = [16\log(2) - 10\log(3)]/\log(2) \tag{D.22}$$

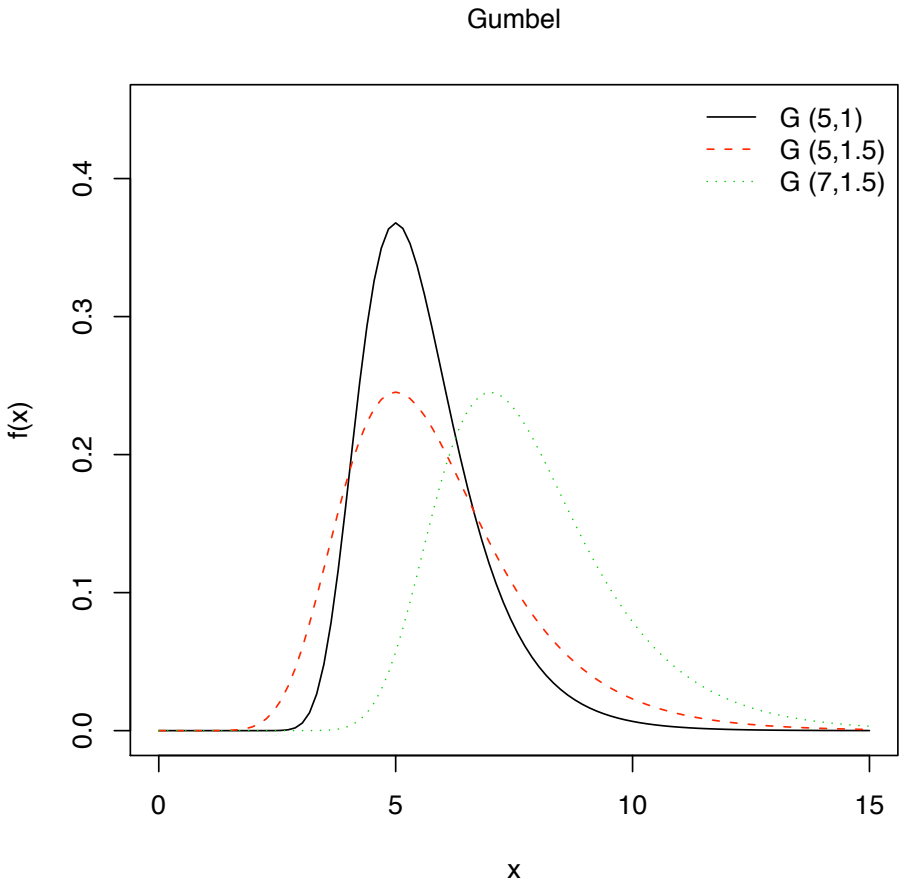


Figura D.2: Esempi di densità di probabilità della distribuzione di Gumbel con parametri: (1) $\xi = 5$, $\alpha = 1$; (2) $\xi = 5$, $\alpha = 1.5$; (3) $\xi = 7$, $\alpha = 1.5$.

Parametri

$$\alpha = \frac{\lambda_2}{\log 2} \quad \xi = \lambda_1 - \gamma\alpha \ . \tag{D.23}$$

D.4 Distribuzione Normale

La distribuzione Normale, o distribuzione di Gauss, storicamente ha giocato un ruolo di fondamentale importanza in statistica. Questo è principalmente dovuto al teorema del limite centrale. Il teorema sancisce che, sotto certe condizioni, la distribuzione di una somma di variabili casuali tende ad una Gaussiana all'aumentare del numero di termini della somma, qualunque sia la

distribuzione originaria delle variabili. La Normale è largamente utilizzata per la modellazione di distribuzioni empiriche con coefficienti di skewness vicini allo zero.

Definizioni

Parametri (2): μ (posizione), σ (scala).
Campo di esistenza di x: $-\infty < x < \infty$.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \tag{D.24}$$

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt \tag{D.25}$$

Per $x(F)$ non esiste una forma analitica, ma si può ricorrere all'utilizzo di metodi numerici.
Per poter svincolare la distribuzione di probabilità dai due parametri si può trasformare la variabile aleatoria originale X nella nuova variabile aleatoria Z

$$Z = \frac{(X - \mu)}{\sigma} \ . \tag{D.26}$$

Tale nuova variabile prende il nome di *variabile ridotta* o *standardizzata*. Esprimendo la densità di probabilità e la distribuzione di frequenza cumulata in funzione della variabile standardizzata si ottengono le equazioni:

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \ , \tag{D.27}$$

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \phi(t) dt \ . \tag{D.28}$$

La distribuzione è ancora una Normale, con media pari a zero e deviazione standard unitaria.

L-momenti

$$\lambda_1 = \mu \tag{D.29}$$

$$\lambda_2 = 0.5642\sigma = \pi^{-1/2}\sigma \tag{D.30}$$

$$\tau_3 = 0 \tag{D.31}$$

$$\tau_4 = 0.1226 = 30\pi^{-1} \arctan\sqrt{2} - 9 \tag{D.32}$$

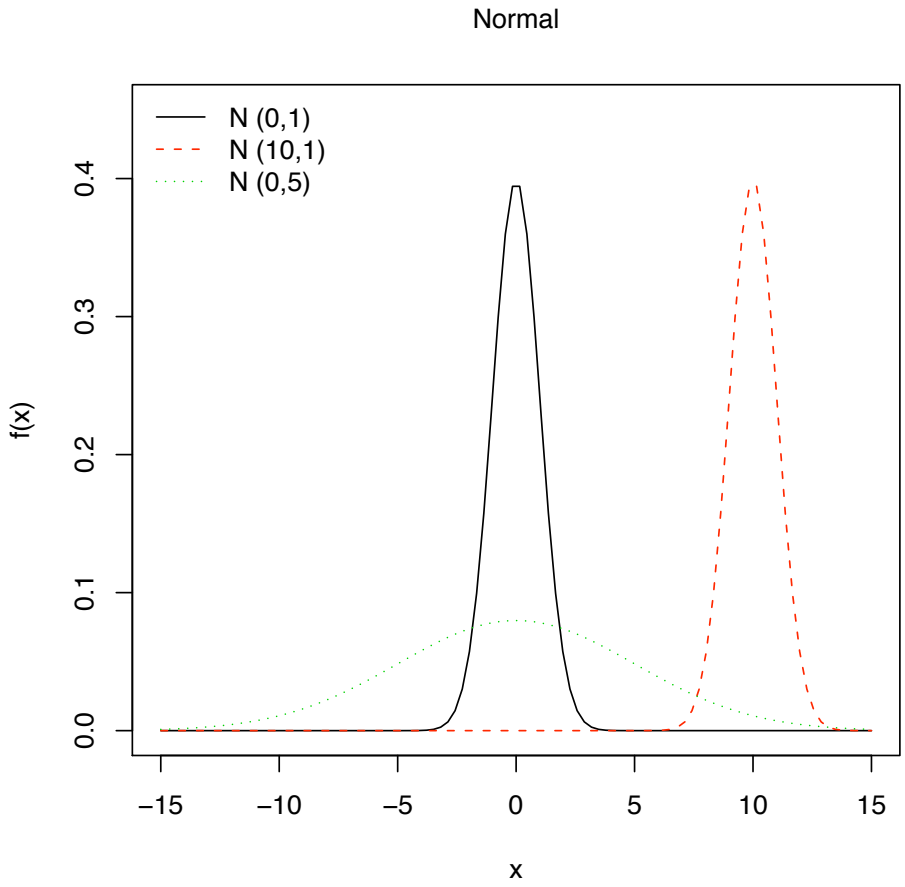


Figura D.3: Esempi di densità di probabilità della distribuzione Normale con parametri: (1) $\mu = 0$, $\sigma = 1$; (2) $\mu = 10$, $\sigma = 1$; (3) $\mu = 0$, $\sigma = 5$.

Parametri

$$\mu = \lambda_1 \ , \quad \sigma = \pi^{1/2}\lambda_2 \ . \tag{D.33}$$

D.5 Distribuzione di Pareto Generalizzata

La distribuzione di Pareto Generalizzata è molto usata nell'analisi degli eventi estremi (Pickands (1975) è stato probabilmente il primo ad utilizzarla in questo contesto), specialmente in idrologia e negli studi di affidabilità, quando occorre utilizzare alternative alla distribuzione esponenziale assumendo più spessa o più sottile la coda superiore della distribuzione.

Definizioni

Parametri (3): ξ (posizione), α (scala), k (forma).
Campo di esistenza di $\xi < x \leq \xi + \alpha/k$ se $k > 0$; $\xi \leq x < \infty$ se $k \leq 0$.

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} e^{-(1-k)y} \tag{D.34}$$

dove

$$y = \begin{cases} -k^{-1} \log\{1 - k(x-\xi)/\alpha\} \ , & k \neq 0 \\ (x-\xi)/\alpha \ , & k = 0 \end{cases} \tag{D.35}$$

$$F(x) = 1 - e^{-y} \tag{D.36}$$

$$x(F) = \begin{cases} \xi + \alpha[1 - (1-F)^k]/k \ , & k \neq 0 \\ \xi - \alpha \log(1-F) \ , & k = 0 \end{cases} \tag{D.37}$$

Casi speciali: $k = 0$ è la distribuzione esponenziale; $k = 1$ è la distribuzione uniforme nell'intervallo $\xi \leq x \leq \xi + \alpha$.

L-momenti

Gli L-momenti sono definiti per $k > -1$.

$$\lambda_1 = \xi + \alpha/(1+k) \tag{D.38}$$

$$\lambda_2 = \alpha/[(1+k)(2+k)] \tag{D.39}$$

$$\tau_3 = (1-k)/(3+k) \tag{D.40}$$

$$\tau_4 = (1-k)(2-k)/[(3+k)(4+k)] \tag{D.41}$$

La relazione tra τ_3 e τ_4 è data da

$$\tau_4 = \frac{\tau_3(1+5\tau_3)}{5+\tau_3} \ . \tag{D.42}$$

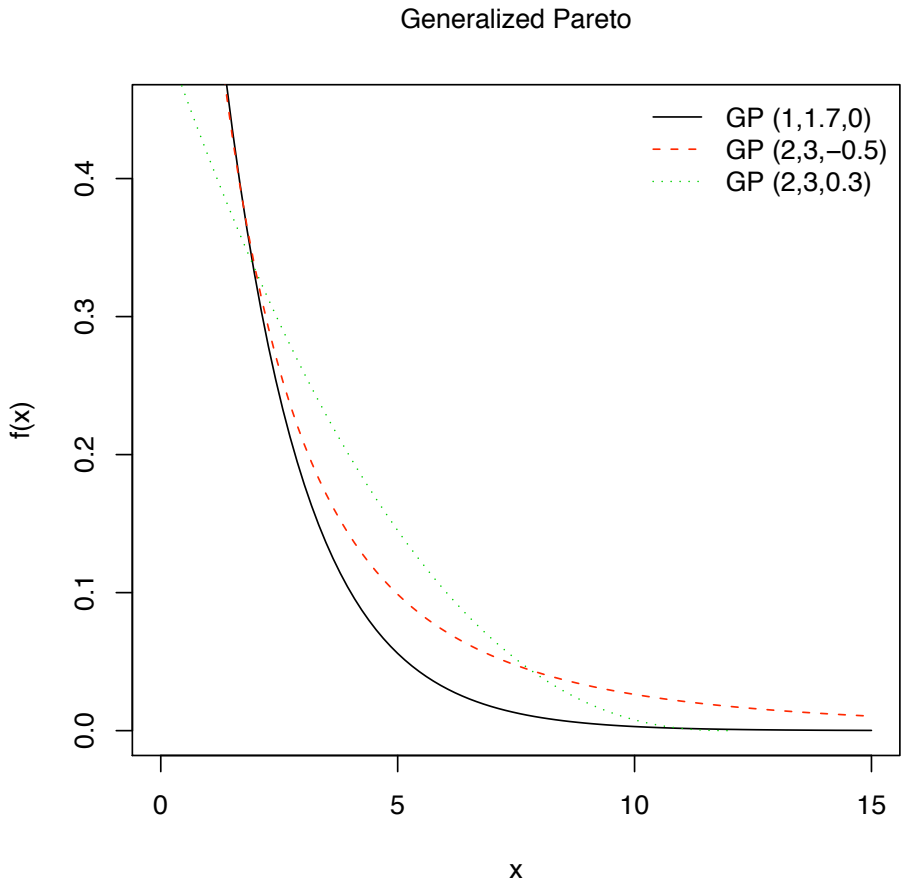


Figura D.4: Esempi di densità di probabilità della distribuzione generalizzata di Pareto con parametri: (1) $\xi = 1$, $\alpha = 1.7$, $k = 0$; (2) $\xi = 2$, $\alpha = 3$, $k = -0.5$; (3) $\xi = 2$, $\alpha = 3$, $k = 0.3$.

Parametri

Se si conosce ξ, i due parametri α e k sono dati da

$$k = (\lambda_1 - \xi)/\lambda_2 - 2 \ , \quad \alpha = (1+k)(\lambda_1 - \xi) \ . \tag{D.43}$$

Se invece ξ è incognito, i tre parametri sono dati da

$$k = \frac{1 - 3\tau_3}{1 + \tau_3} \ , \quad \alpha = (1+k)(2+k)\lambda_2 \ , \quad \xi = \lambda_1 - (2+k)\lambda_2 \ . \tag{D.44}$$

D.6 Distribuzione Generalizzata del Valore Estremo

La Generalized Extreme Value, nota anche come GEV, è una distribuzione a tre parametri, derivante dalla teoria dei valori estremi. Fu introdotta da Jenkinson (1955) per identificare la distribuzione di frequenza dei valori estremi per dati meterologici. La GEV è largamente utilizzata in ambito idrologico soprattutto per lo studio di piene e piogge intense. Il vantaggio principale della GEV è la sua generalità, ossia il fatto di contemplare tutte le possibili distribuzioni del valore estremo. Infatti, a seconda del valore assunto dal parametro di forma k la GEV è equivalente alle distribuzioni EV-1 (Gumbel), EV-2 ed EV-3.

Definizioni

Parametri (3): ξ (posizione), α (scala), k (forma).
Campo di esistenza di $-\infty < x \leq \xi + \alpha/k$ se $k > 0$; $-\infty < x < \infty$ se $k = 0$; $\xi + \alpha/k \leq x < \infty$ se $k < 0$.

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} e^{-(1-k)y - e^{-y}} \tag{D.45}$$

dove

$$y = \begin{cases} -k^{-1} \log\{1 - k(x-\xi)/\alpha\} \ , & k \neq 0 \\ (x-\xi)/\alpha \ , & k = 0 \end{cases} \tag{D.46}$$

$$F(x) = e^{-e^{-y}} \tag{D.47}$$

$$x(F) = \begin{cases} \xi + \alpha[1 - (-\log F)^k]/k \ , & k \neq 0 \\ \xi - \alpha \log(-\log F) \ , & k = 0 \end{cases} \tag{D.48}$$

Casi speciali: $k = 0$ è la distribuzione Gumbel; $k = 1$ è la distribuzione esponenziale inversa, ovvero $1 - F(-x)$ è la distribuzione di frequenza cumulata di una distribuzione esponenziale.

L-momenti

Gli L-momenti sono definiti per $k > -1$.

$$\lambda_1 = \xi + \alpha[1 - \Gamma(1+k)]/k \tag{D.49}$$

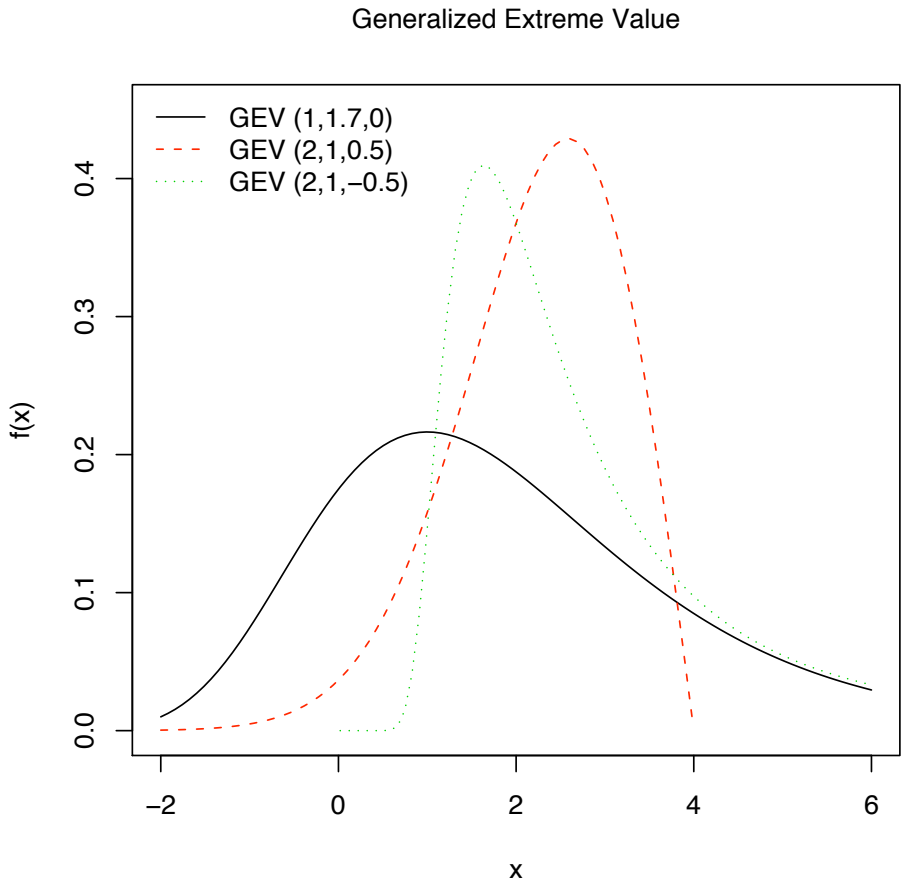


Figura D.5: Esempi di densità di probabilità della distribuzione generalizzata del valore estremo con parametri: (1) $\xi = 1$, $\alpha = 1.7$, $k = 0$; (2) $\xi = 2$, $\alpha = 1$, $k = 0.5$; (3) $\xi = 2$, $\alpha = 1$, $k = -0.5$.

dove $\Gamma(.)$ indica la funzione gamma

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt \tag{D.50}$$

$$\lambda_2 = \alpha(1 - 2^{-k})\Gamma(1 + k)]/k \tag{D.51}$$

$$\tau_3 = 2(1 - 3^{-k})/(1 - 2^{-k}) - 3 \tag{D.52}$$

$$\tau_4 = [5(1 - 4^{-k}) - 10(1 - 3^{-k}) + 6(1 - 2^{-k})]/(1 - 2^{-k}) \tag{D.53}$$

Parametri

Per ricavare k partendo dalla stima degli L-Momenti campionari è necessario invertire l'Equazione D.52. Purtroppo non ci sono soluzioni esplicite per ricavare k, quindi si deve ricorrere a un'approssimazione numerica proposta da Hosking and Wallis (1997), che ha una precisione di 9×10^{-4} per $-0.5 \leq \tau_3 \leq 0.5$:

$$k \approx 7.8590c + 2.9554c^2 \ , \quad c = \frac{2}{3+\tau_3} - \frac{\log 2}{\log 3}. \tag{D.54}$$

Gli altri due parametri sono ricavabili da

$$\alpha = \frac{\lambda_2 k}{(1-2^{-k})\Gamma(1+k)} \ , \quad \xi = \lambda_1 - \alpha\left[1 - \Gamma(1+k)\right]/k \ . \tag{D.55}$$

D.7 Distribuzione Logistica Generalizzata

La funzione logistica e la distribuzione logistica sono state utilizzate in moltissimi diversi campi di applicazione (Johnson et al., 1995). Da un punto di vista puramente statistico, la distribuzione logistica nasce come distribuzione limite ($n \to \infty$) delle medie standardizzate dei valori estremi (grandi e piccoli) di campioni casuali di lunghezza n (Gumbel, 1944). Esistono differenti forme di generalizzazione della distribuzione logistica. Quella qui riportata è una versione riparametrizzata della distribuzione log-logistica di Ahmad et al. (1988), che permette di mostrare la somiglianza della distribuzione con la Pareto generalizzata (Paragrafo D.5) e la GEV (Paragrafo D.6).

Definizioni

Parametri (3): ξ (posizione), α (scala), k (forma).
Campo di esistenza di $-\infty < x \leq \xi + \alpha/k$ se $k > 0$; $-\infty < x < \infty$ se $k = 0$; $\xi + \alpha/k \leq x < \infty$ se $k < 0$.

$$f(x) = \frac{\alpha^{-1} e^{-(1-k)y}}{(1+e^{-y})^2} \tag{D.56}$$

dove

$$y = \begin{cases} -k^{-1}\log\{1 - k(x-\xi)/\alpha\} \ , & k \neq 0 \\ (x-\xi)/\alpha \ , & k = 0 \end{cases} \tag{D.57}$$

$$F(x) = \frac{1}{1+e^{-y}} \tag{D.58}$$

(D.59) $$x(F) = \begin{cases} \xi + \alpha[1 - \{(1-F)/F\}^k]/k \ , & k \neq 0 \\ \xi - \alpha \log\{(1-F)/F\} \ , & k = 0 \end{cases}$$

Casi speciali: $k = 0$ è la distribuzione logistica.

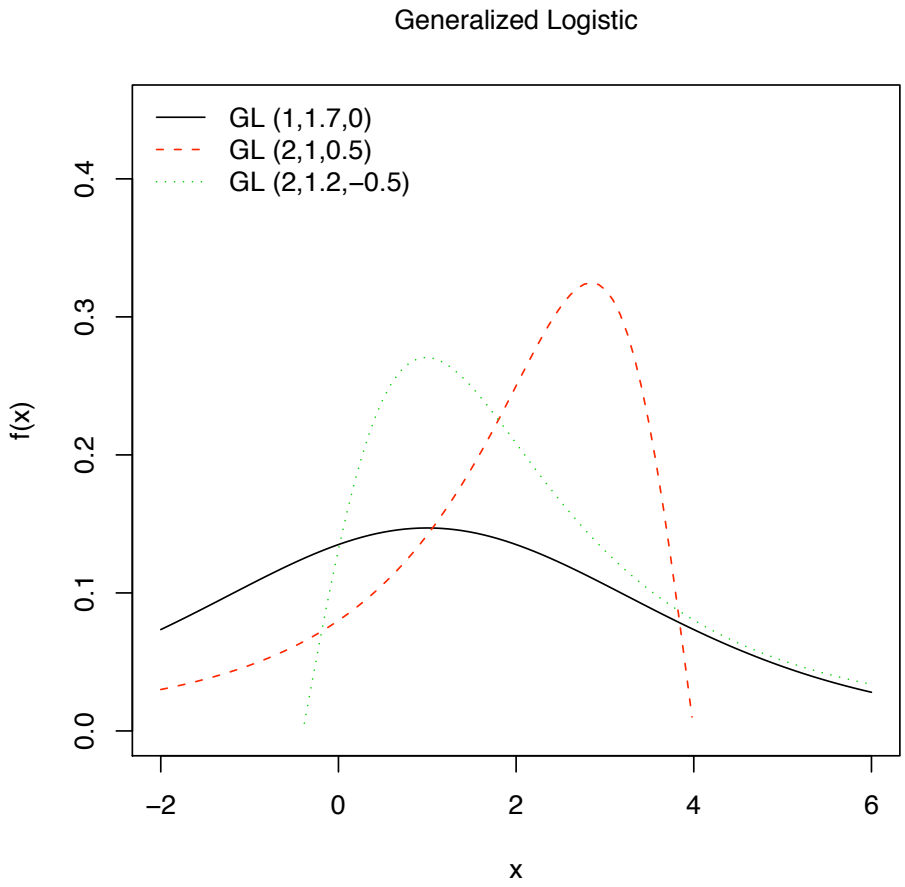


Figura D.6: Esempi di densità di probabilità della distribuzione logistica generalizzata con parametri: (1) $\xi = 1$, $\alpha = 1.7$, $k = 0$; (2) $\xi = 2$, $\alpha = 1$, $k = 0.5$; (3) $\xi = 2$, $\alpha = 1.2$, $k = -0.5$.

L-momenti

Gli L-momenti sono definiti per $-1 < k < 1$.

(D.60) $$\lambda_1 = \xi + \alpha[1/k - \pi/\sin(k\pi)]$$

(D.61) $$\lambda_2 = \alpha k\pi / \sin(k\pi)$$

(D.62) $$\tau_3 = -k$$

(D.63) $$\tau_4 = (1 + 5k^2)/6$$

Parametri

(D.64) $$k = -\tau_3 \ , \quad \alpha = \frac{\lambda_2 \sin(k\pi)}{k\pi} \ , \quad \xi = \lambda_1 - \alpha \left(\frac{1}{k} - \frac{\pi}{\sin(k\pi)} \right) \ .$$

D.8 Distribuzione Lognormale

È noto come la distribuzione log-Normale sia applicabile ad una gran varietà di fenomeni idrologici, specialmente quando le variabili hanno limite inferiore. Difatti la curva di densità di probabilità si presenta con andamento non simmetrico e limite inferiore. Storicamente si sono susseguiti vari studi che rivelano come la distribuzione log-Normale sia adattabile all'applicazione in svariati campi, dalla modellazione di picchi di portata (Chow, 1954), alla descrizione delle concentrazioni di inquinanti in atmosfera (Georgopoulos and Seinfeld, 1982). È interessante notare che esiste anche una giustificazione teorica all'uso di tale distribuzione: si consideri il prodotto di una serie di variabili $X = W_1 W_2 \dots W_N$; facendo il logaritmo di ambo i membri si ricava $ln(X) = ln(W_1) + ln(W_2) + \dots + ln(W_N)$, da cui, per il teorema del limite centrale, si ottiene che X deve avere una distribuzione log-Normale, quando il numero di fattori nella moltiplicazione tende ad essere sufficientemente elevato.

Definizioni

Parametri (3): ξ (posizione), α (scala), k (forma).
Campo di esistenza di $-\infty < x \leq \xi + \alpha/k$ se $k > 0$; $-\infty < x < \infty$ se $k = 0$; $\xi + \alpha/k \leq x < \infty$ se $k < 0$.

(D.65) $$f(x) = \frac{e^{ky - y^2/2}}{\alpha\sqrt{2\pi}}$$

dove

$$y = \begin{cases} -k^{-1}\log\{1 - k(x-\xi)/\alpha\} , & k \neq 0 \\ (x-\xi)/\alpha , & k = 0 \end{cases} \tag{D.66}$$

$$F(x) = \Phi(y) \tag{D.67}$$

dove $\Phi(.)$ è la distribuzione di frequenza cumulata della distribuzione Normale standardizzata, definita dall'Equazione D.28.

Per $x(F)$ non esiste una forma analitica, ma si può ricorrere all'utilizzo di metodi numerici.

Casi speciali: $k = 0$ è la distribuzione Normale con parametri ξ e α.

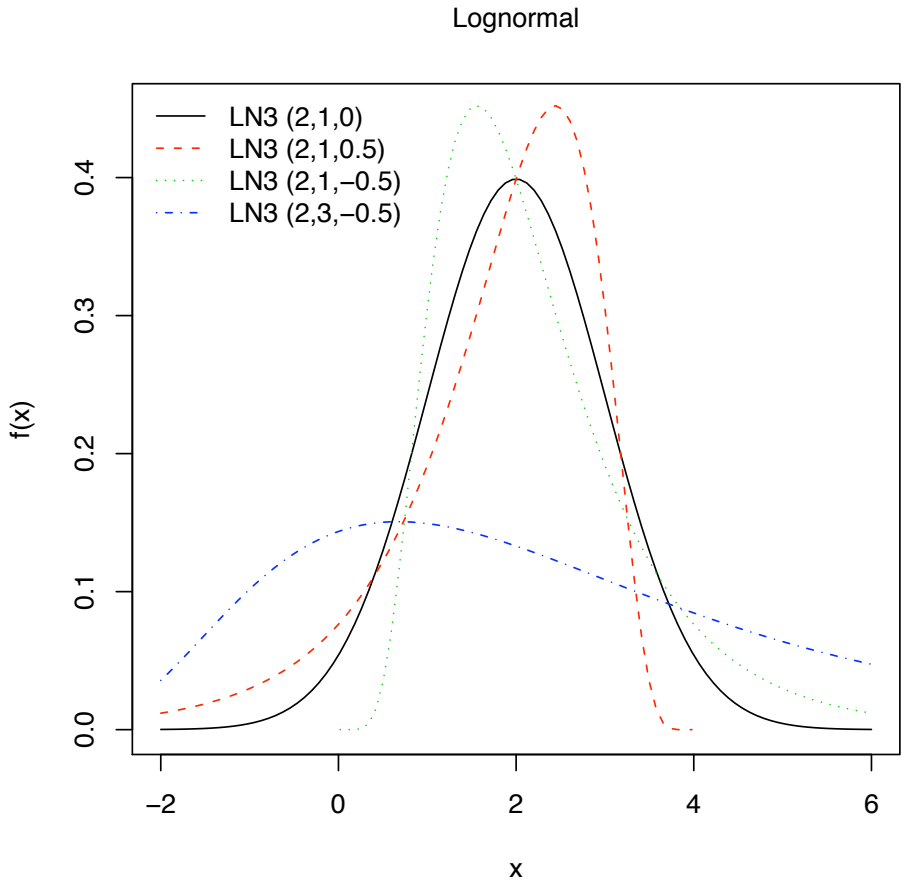


Figura D.7: Esempi di densità di probabilità della distribuzione lognormale con parametri: (1) $\xi = 2$, $\alpha = 1$, $k = 0$; (2) $\xi = 2$, $\alpha = 1$, $k = 0.5$; (3) $\xi = 2$, $\alpha = 1$, $k = -0.5$; (4) $\xi = 2$, $\alpha = 3$, $k = -0.5$.

In questa parametrizzazione della distribuzione lognormale, proposta in Hosking and Wallis (1997), la variabile casuale X è legata alla variabile casuale Y, che è distribuita secondo una Normale standard, da

$$X = \begin{cases} \xi + \alpha(1 - e^{-kZ})/k \ , & k \neq 0 \\ \xi + \alpha Z \ , & k = 0 \end{cases} \tag{D.68}$$

La parametrizzazione standard, esprimibile come

$$F(x) = \Phi\left(\frac{\log(x - \zeta) - \mu}{\sigma}\right) \ , \quad \zeta \leq x < \infty \tag{D.69}$$

può essere ottenuta a partire dalla parametrizzazione di Hosking e Wallis considerando che

$$k = -\sigma \ , \quad \alpha = \sigma e^{\mu} \ , \quad \xi = \zeta + e^{\mu} \ . \tag{D.70}$$

L-momenti

Gli L-momenti sono definiti per tutti i valori di k.

$$\lambda_1 = \xi + \alpha(1 - e^{k^2/2})/k \tag{D.71}$$

$$\lambda_2 = \frac{\alpha}{k} e^{k^2/2}[1 - 2\Phi(-k/\sqrt{2})] \tag{D.72}$$

Non esistono espressioni semplici per i rapporti degli L-momenti τ_r con $r \geq 3$. Essi sono funzione del solo parametro k e possono essere calcolati tramite integrazione numerica. Hosking and Wallis (1997) propongono un approssimazione per τ_3 e τ_4 che ha un'accuratezza rispettivamente migliore di 2×10^{-7} e 5×10^{-7} per $|k| \leq 4$, ovvero per $|\tau_3| \leq 0.99$ e $\tau_4 \leq 0.98$:

$$\tau_3 \approx -k \frac{A_0 + A_1 k^2 + A_2 k^4 + A_3 k^6}{1 + B_1 k^2 + B_2 k^4 + B_3 k^6} \ , \tag{D.73}$$

$$\tau_4 \approx \tau_4^0 + k^2 \frac{C_0 + C_1 k^2 + C_2 k^4 + C_3 k^6}{1 + D_1 k^2 + D_2 k^4 + D_3 k^6} \ , \tag{D.74}$$

dove i coefficienti sono riportati in Tabella D.1.

Tabella D.1: Coefficienti di approssimazione per le Equazioni D.73, D.74 e D.75.

$\tau_4^0 = 1.2260172 \times 10^{-1}$		
$A_0 = 4.8860251 \times 10^{-1}$	$C_0 = 1.8756590 \times 10^{-1}$	$E_0 = 2.0466534$
$A_1 = 4.4493076 \times 10^{-3}$	$C_1 = -2.5352147 \times 10^{-3}$	$E_1 = -3.6544371$
$A_2 = 8.8027039 \times 10^{-4}$	$C_2 = 2.6995102 \times 10^{-4}$	$E_2 = 1.8396733$
$A_3 = 1.1507084 \times 10^{-6}$	$C_3 = -1.8446680 \times 10^{-6}$	$E_3 = -0.20360244$
$B_1 = 6.4662924 \times 10^{-2}$	$D_1 = 8.2325617 \times 10^{-2}$	$F_1 = -2.0182173$
$B_2 = 3.3090406 \times 10^{-3}$	$D_2 = 4.2681448 \times 10^{-3}$	$F_2 = 1.2420401$
$B_3 = 7.4290680 \times 10^{-5}$	$D_3 = 1.1653690 \times 10^{-4}$	$F_3 = -0.21741801$

Parametri

Il parametro di forma k è funzione del solo τ_3. Non esiste una soluzione esplicita possibile, ma la seguente approssimazione ha un'accuratezza relativa di 2.5×10^{-6} per $|\tau_3| \leq 0.94$, corrispondente a $|k| \leq 3$:

$$k \approx -\tau_3 \frac{E_0 + E_1\tau_3^2 + E_2\tau_3^4 + E_3\tau_3^6}{1 + F_1\tau_3^2 + F_2\tau_3^4 + F_3\tau_3^6} \ . \tag{D.75}$$

I coefficienti usati nell'approssimazione sono quelli indicati in Tabella D.1. Gli altri parametri sono quindi ottenibili come

$$\alpha = \frac{\lambda_2 k e^{-k^2/2}}{1 - 2\Phi(-k/\sqrt{2})} \ , \quad \xi = \lambda_1 - \frac{\alpha}{k}(1 - e^{k^2/2}) \ . \tag{D.76}$$

D.9 Distribuzione di Pearson Tipo III

La distribuzione Gamma, o Pearson tipo III, è stata largamente utilizzata nel campo idrologico, ad esempio per la descrizione di grandezze quali portate massime e minime annue, volumi idrici stagionali e annuali ed anche gli eventi estremi di precipitazione. Nel caso in esame si fa riferimento alla distribuzione Gamma con tre parametri, che produce una PDF asimmetrica che può essere limitata superiormente o inferiormente a seconda che il valore del parametro di scala sia negativo o positivo, rispettivamente.

Definizioni

Parametri (3): ξ (posizione), β (scala), α (forma). Il legame con i momenti ordinari μ, σ e γ è dato da $\alpha = 4/\gamma^2$, $\beta = \frac{1}{2}\sigma|\gamma|$ e $\xi = \mu - 2\sigma/\gamma$.
Se $\beta > 0$, allora il campo di esistenza di x è $\xi \leq x < \infty$, mentre se $\beta < 0$ è $-\infty < x \leq \xi$.

$$f(x) = \frac{1}{|\beta|\Gamma(\alpha)} \left(\frac{x-\xi}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-(x-\xi)/\beta} \tag{D.77}$$

$$F(x) = \begin{cases} G\left(\alpha, \frac{x-\xi}{\beta}\right)/\Gamma(\alpha) & \text{per } \beta > 0 \\ 1 - G\left(\alpha, \frac{x-\xi}{\beta}\right)/\Gamma(\alpha) & \text{per } \beta < 0 \end{cases} \tag{D.78}$$

dove $\Gamma(.)$ indica la funzione gamma definita nell'Equazione D.50 e

$$G(\alpha, x) = \int_0^x t^{\alpha-1} e^{-t} dt \tag{D.79}$$

è la funzione gamma incompleta.
La funzione dei quantili $x(F)$ non può essere esplicitata analiticamente, quindi deve essere valutata numericamente.
Casi speciali: se $\alpha > 100$, cioè assume valori elevati, la distribuzione Gamma si comporta come una Normale, con parametri μ e σ.

L-momenti

Gli L-momenti sono definiti per $0 < \alpha < \infty$.

$$\lambda_1 = \xi + \alpha\beta \tag{D.80}$$

$$\lambda_2 = \pi^{-1/2}\beta\Gamma(\alpha + 1/2)/\Gamma(\alpha) \tag{D.81}$$

$$\tau_3 = 6I_{1/3}(\alpha, 2\alpha) - 3 \tag{D.82}$$

dove $I_x(p, q)$ è la funzione beta incompleta

$$I_x(p, q) = \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)} \int_0^x t^{p-1}(1-t)^{q-1} dt \tag{D.83}$$

Per τ_4 non esiste un'espressione semplice. Per esprimere τ_3 e τ_4 in funzione di α possono essere usate delle approssimazioni con accuratezza 10^{-6}. Se $\alpha \geq 1$

$$\tau_3 \approx \alpha^{-1/2} \frac{A_0 + A_1\alpha^{-1} + A_2\alpha^{-2} + A_3\alpha^{-3}}{1 + B_1\alpha^{-1} + B_2\alpha^{-2}} \ , \tag{D.84}$$

Tabella D.2: Coefficienti di approssimazione per le Equazioni D.84-D.87.

$A_0 = 3.2573501 \times 10^{-1}$	$C_0 = 1.2260172 \times 10^{-1}$
$A_1 = 1.6869150 \times 10^{-1}$	$C_1 = 5.3730130 \times 10^{-2}$
$A_2 = 7.8327243 \times 10^{-2}$	$C_2 = 4.3384378 \times 10^{-2}$
$A_3 = -2.9120539 \times 10^{-3}$	$C_3 = 1.1101277 \times 10^{-2}$
$B_1 = 4.6697102 \times 10^{-1}$	$D_1 = 1.8324466 \times 10^{-1}$
$B_2 = 2.4255406 \times 10^{-1}$	$D_2 = 2.0166036 \times 10^{-1}$
$E_1 = 2.3807576$	$G_1 = 2.1235833$
$E_2 = 1.5931792$	$G_2 = 4.1670213$
$E_3 = 1.1618371 \times 10^{-1}$	$G_3 = 3.1925299$
$F_1 = 5.1533299$	$H_1 = 9.0551443$
$F_2 = 7.1425260$	$H_2 = 2.6649995 \times 10^{-1}$
$F_3 = 1.9745056$	$H_3 = 2.6193668 \times 10^{-1}$

$$\tau_4 \approx \frac{C_0 + C_1\alpha^{-1} + C_2\alpha^{-2} + C_3\alpha^{-3}}{1 + D_1\alpha^{-1} + D_2\alpha^{-2}} \ , \tag{D.85}$$

se $\alpha < 1$

$$\tau_3 \approx \frac{1 + E_1\alpha + E_2\alpha^2 + E_3\alpha^3}{1 + F_1\alpha + F_2\alpha^2 + F_3\alpha^3} \ , \tag{D.86}$$

$$\tau_4 \approx \frac{1 + G_1\alpha + G_2\alpha^2 + G_3\alpha^3}{1 + H_1\alpha + H_2\alpha^2 + H_3\alpha^3} \ . \tag{D.87}$$

I coefficienti delle approssimazioni sono riportati in Tabella D.2.

Parametri

Per stimare α occorre invertire l'Equazione D.82. È possibile stimare il parametro α con una precisione di 5×10^{-5}. Se $0 < |\tau_3| < \frac{1}{3}$, si assume che $z = 3\pi\tau_3^2$ e si utilizza

$$\alpha \approx \frac{1 + 0.2906z}{z + 0.1882z^2 + 0.0442z^3} \ , \tag{D.88}$$

se $\frac{1}{3} \leq |\tau_3| < 1$, si assume che $z = 1 - |\tau_3|$ e si utilizza

$$\alpha \approx \frac{0.36067z - 0.59567z^2 + 0.25361z^3}{1 - 2.78861z + 2.56096z^2 - 0.77045z^3} \ . \tag{D.89}$$

Noto il parametro α è possibile ricavare gli altri parametri come

$$\gamma = 2\alpha^{-1/2}\text{sign}(\tau_3) \ , \quad \sigma = \lambda_2\pi^{1/2}\alpha^{1/2}\Gamma(\alpha)/\Gamma(\alpha + 1/2) \ , \quad \mu = \lambda_1 \ . \tag{D.90}$$

Se $\alpha > 100$, cioè assume valori elevati, la distribuzione Gamma si comporta come una Normale, con parametri σ e $\mu = \lambda_1$, in quanto τ_3 è circa nullo; in questi casi è possibile ricavare σ utilizzando $\sigma = \lambda_2 \pi^{1/2} \frac{1}{1-1/(8\alpha)+1/(128\alpha^2)}$. Una volta noto σ si ricava il parametro β da

$$\beta = \frac{1}{2}\sigma|2\alpha^{-1/2}| \; . \tag{D.91}$$

A questo punto se il parametro β è positivo il parametro di posizione vale $\xi = \lambda_1 - \alpha\beta$, mentre se β è negativo vale $\xi = \lambda_1 + \alpha\beta$.

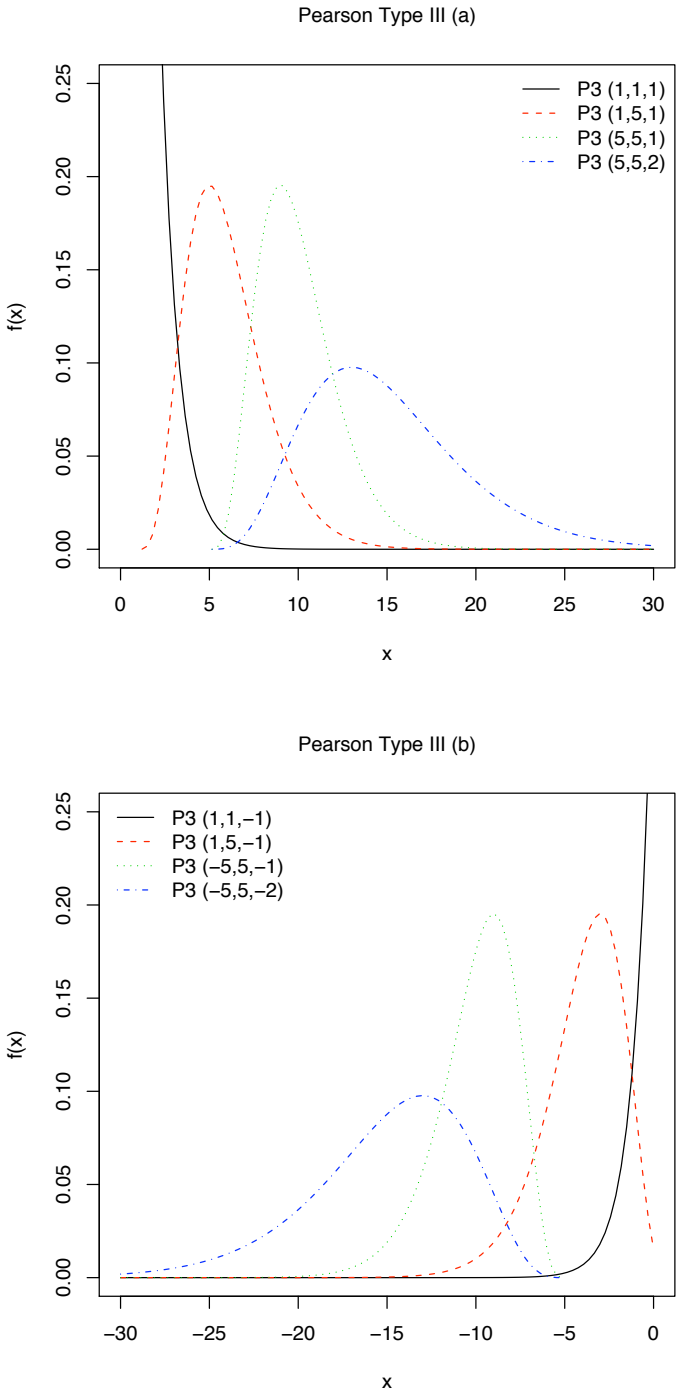


Figura D.8: Esempi di densità di probabilità della distribuzione di Pearson tipo III con parametri: (a.1) $\xi = 1$, $\alpha = 1$, $\beta = 1$; (a.2) $\xi = 1$, $\alpha = 5$, $\beta = 1$; (a.3) $\xi = 5$, $\alpha = 5$, $\beta = 1$; (a.4) $\xi = 5$, $\alpha = 5$, $\beta = 2$; (b.1) $\xi = 1$, $\alpha = 1$, $\beta = -1$; (b.2) $\xi = 1$, $\alpha = 5$, $\beta = -1$; (b.3) $\xi = -5$, $\alpha = 5$, $\beta = -1$; (b.4) $\xi = -5$, $\alpha = 5$, $\beta = -2$.

D.10 Distribuzione Kappa

La distribuzione a quattro parametri kappa ha avuto numerosi utilizzi in campo pratico. La kappa ha come casi speciali la distribuzione di Pareto generalizzata, la GEV, la Gumbel e varie altre distribuzioni. La kappa ha è utilizzata frequentemente quando le distribuzioni a tre parametri non danno un'adeguata rappresentazione dei dati, oppure in studi sulla robustezza.

Definizioni

Parametri (4): ξ (posizione), α (scala), k, h.
Campo di esistenza di x: il limite superiore è $\xi + \alpha/k$ se $k > 0$, ∞ se $k \leq 0$; il limite inferiore è $\xi + \alpha(1 - h^{-k})/k$ se $h > 0$, $\xi + \alpha/k$ se $h \leq 0$ e $k < 0$, e $-\infty$ se $h \leq 0$ e $k \geq 0$.

$$f(x) = \alpha^{-1}[1 - k(x - \xi)/\alpha]^{1/k-1}[F(x)]^{1-h} \tag{D.92}$$

$$F(x) = \{1 - h[1 - k(x - \xi)/\alpha]^{1/k}\}^{1/h} \tag{D.93}$$

$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{k}\left[1 - \left(\frac{1 - F^h}{h}\right)^k\right] \tag{D.94}$$

I casi $h = 0$ e $k = 0$ sono implicitamente inclusi come limiti continui delle Equazioni D.92-D.94.
Casi speciali: $h = -1$ è la distribuzione logistica generalizzata; $h = 0$ è la distribuzione generalizzata del valore estremo; $h = 1$ è la distribuzione generalizzata di Pareto.
Data la sua flessibilità, la distribuzione kappa è utile come distribuzione generatrice per la simulazione di dati artificiali, come ad esempio si fa nel caso delle misure di eterogeneità di Hosking e Wallis (si veda il Capitolo 5).

L-momenti

Gli L-momenti sono definiti se $h \geq 0$ e $k > -1$, oppure se $h < 0$ e $-1 < k < -1/h$.

$$\lambda_1 = \xi + \alpha(1 - g_1)/k \tag{D.95}$$

$$\lambda_2 = \alpha(g_1 - g_2)/k \tag{D.96}$$

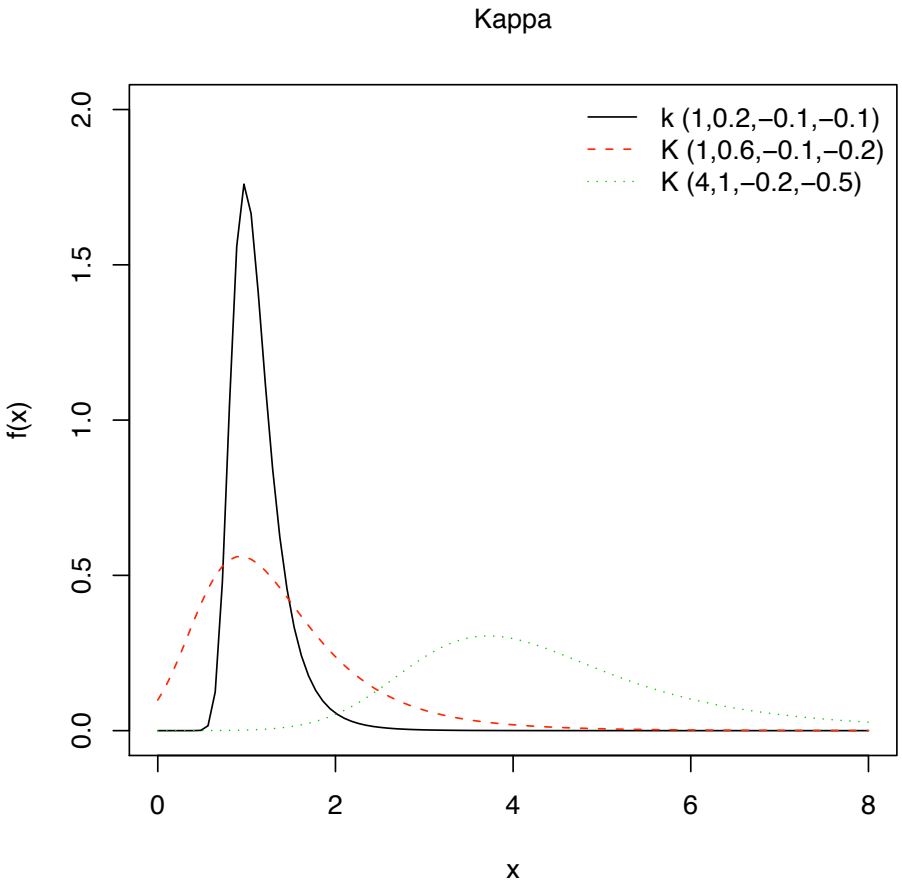


Figura D.9: Esempi di densità di probabilità della distribuzione kappa con parametri: (1) $\xi = 1$, $\alpha = 0.2$, $k = -0.1$, $h = -0.1$; (2) $\xi = 1$, $\alpha = 0.6$, $k = -0.1$, $h = -0.2$; (3) $\xi = 4$, $\alpha = 1$, $k = -0.2$, $h = -0.5$.

$$\tau_3 = (-g_1 + 3g_2 - 2g_3)/(g_1 - g_2) \tag{D.97}$$

$$\tau_4 = -(-g_1 + 6g_2 - 10g_3 + 5g_4)/(g_1 - g_2) \tag{D.98}$$

dove

$$g_r = \begin{cases} \frac{r\Gamma(1+k)\Gamma(r/h)}{h^{1+k}\Gamma(1+k+r/h)}, & h > 0 \\ \frac{r\Gamma(1+k)\Gamma(-k-r/h)}{(-h)^{1+k}\Gamma(1-r/h)}, & h < 0 \end{cases} \tag{D.99}$$

essendo $\Gamma(.)$ la funzione gamma definita nell'Equazione D.50.

Parametri

Per ricavare i parametri a partire dagli L-momenti non ci sono semplici espressioni. Comunque è possibile ricavare k e h in funzione di τ_3 e τ_4 con il metodo numerico di Newton-Raphson a partire dalle Equazioni D.97 e D.98.